Учреждение образования Республики Беларусь
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого

Кафедра ”Физика и электротехника”

ОТЧЁТ

по лабораторной работе № 1-1

“Определение плотности тела правильной геометрической формы»
”

Выполнил студент гр. ПЭ-11
Петров А. А.
Проверил преподаватель
Сидоров П. П.

Гомель 2021

Лабораторная работа № 1-1
«ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛА ПРАВИЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ».

Целью работы является приобретение навыков обработки результатов прямых и косвенных измерений на примере определения плотности тела, заданной геометрической формы.

***Приборы и принадлежности*:** измерительная линейка, штангенциркуль, лабораторные весы и набор тел различных геометрических форм.

Практическая часть.

Плотность тела $с$ в данной точке равна пределу, к которому стремится отношение массы [1] элемента тела Δm в окрестности данной точки к объему этого элемента ΔV при стремлении этого элемента к точке:

$$с = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{d\,m}{d\,V}.$$

Плотность $с$ зависит от координат точки x, y и z. Если плотность $с$ во всех точках внутри объема V одинакова, то тело называется однородным и его плотность равна

$$с = \frac{m}{V}, \qquad (1.1)$$

где масса m тела, а V – его объем.

Порядок выполнения работы

1. Записать формулу зависимости плотности тела $с$ от его параметров.
2. Измерить параметры, которые необходимы для вычисления плотности тела $с$.

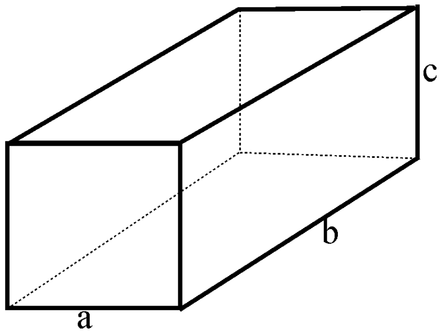
   Каждый из этих параметров следует измерить не менее трех раз.
3. Выбрать значение надежности α и с учетом числа измерений n найти значение коэффициента Стьюдента $t_\alpha(n)$ по табл. 2.
4. Провести расчеты (следуя методике обработки результатов прямых измерений, изложенной в пункте 1.3 и в Дополнении D) и найти средние значения измеренных параметров и погрешности.
5. Следуя методике обработки результатов косвенных измерений, изложенной в пункте 1.5 (см. также Дополнении E), провести расчет косвенных измерений и найти среднее значение плотности тела $\bar{с}$ и погрешности $\Delta с$ и $\varepsilon_с$.
6. Записать окончательный результат в виде: $с = \bar{с} \pm \Delta с$, $\varepsilon_с$ (%), указав при

---

[1]Масса тела – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая её инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства.

этом значение надежности α.

Плотность тела в форме параллелепипеда



В качестве примера найдем плотность однородного тела, имеющего форму параллелепипеда со сторонами a, b и $c = a$ (см. рисунок) и массой m. Измеряемыми параметрами в данном случае являются a, b и m, а исходное выражение для плотности тела с имеет вид:

$$с\,(a,b,m) = \frac{m}{a^2 b}. \qquad (1.2)$$

Результаты трех измерений для a, b и m приведены в табл. 2.

Зададим надежность $\alpha = 0,95$ и из табл. 2 найдем значение коэффициента Стьюдента при числе измерений $n = 3$: $t_\alpha(n) = 4,30$.

Таблица 2: Экспериментальные значения сторон *a, b* и массы *m*

a (м)	b (м)	m (кг)
a_1=2,92·10^{-2}	b_1=2,50·10^{-2}	m_1=0,165
a_2=2,94·10^{-2}	b_2=2,53·10^{-2}	m_2=0,167
a_3=2,90·10^{-2}	b_3=2,54·10^{-2}	m_3=0,165

Обработка результатов прямых измерениях

Используя приведенные в табл. 2 данные, находим

1) средние значения величин

$$\overline{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = 2,92 \cdot 10^{-2}\ м,$$

$$\overline{b} = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{3} = 2,52 \cdot 10^{-2}\ м,$$

$$\overline{m} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{3} = 0,166\ кг;$$

2) для каждой из величин погрешности прямых измерений

Δa_1=0,0 ,м $\quad$ Δb_1= –0,02·10^{-2} м, $\quad$ Δm_1= –0,001 кг,

Δa_2=0,02·10^{-2} м, $\quad$ Δb_2=0,01·10^{-2} м, $\quad$ Δm_2=0,001 кг,

Δa_3= –0,02·10^{-2} м, Δb_3=0,02·10^{-2} м, Δm_3=0,001 кг;

3) квадраты погрешностей прямых измерений

$(\Delta a_1)^2$=0 м^2, $(\Delta b_1)^2$=4·10^{-8} м^2, $(\Delta m_1)^2$=1·10^{-6} кг^2,
$(\Delta a_2)^2$=4·10^{-8} м^2, $(\Delta b_2)^2$=1·10^{-8} м^2, $(\Delta m_2)^2$=1·10^{-6} кг^2,
$(\Delta a_3)^2$=4·10^{-8} м^2, $(\Delta b_3)^2$=4·10^{-8} м^2, $(\Delta m_3)^2$=1·10^{-6} кг^2;

4) среднеквадратичные погрешности серии измерений

$$\sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{(\Delta a_1)^2 + (\Delta a_2)^2 + (\Delta a_3)^2}{3 \cdot 2}} = 1{,}15 \cdot 10^{-4}\ м,$$
$$\sigma_{\bar{b}} = \sqrt{\frac{(\Delta b_1)^2 + (\Delta b_2)^2 + (\Delta b_3)^2}{3 \cdot 2}} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ м,$$
$$\sigma_{\bar{m}} = \sqrt{\frac{(\Delta m_1)^2 + (\Delta m_2)^2 + (\Delta m_3)^2}{3 \cdot 2}} = 7{,}1 \cdot 10^{-3}\ кг.$$

5) Используя значение коэффициента Стьюдента $t_\alpha(3) = 4{,}30$, находим случайные погрешности прямых измерений

$$\Delta\bar{a}_{сл} = t_\alpha(n) \cdot \sigma_{\bar{a}} = 4{,}30 \cdot 1{,}15 \cdot 10^{-2} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ м,$$
$$\Delta\bar{b}_{сл} = t_\alpha(n) \cdot \sigma_{\bar{b}} = 4{,}30 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2} \approx 5{,}2 \cdot 10^{-4}\ м,$$
$$\Delta\bar{m}_{сл} = t_\alpha(n) \cdot \sigma_{\bar{m}} = 4{,}30 \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-2} \approx 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ кг.$$

6) Оценим погрешность средств измерений. Если размеры параллелепипеда определялись штангенциркулем, а масса находилась с помощью лабораторных весов, то погрешности равны [см. табл. 1]

$$\Delta\bar{a}_{приб} = \Delta\bar{b}_{приб} = 1 \cdot 10^{-4}\ м,\ \Delta\bar{m}_{приб} = 1 \cdot 10^{-7}\ кг;$$

$$\Delta\bar{a}_{сист} = \Delta\bar{b}_{сист} = \frac{t_\alpha}{3}\Delta\bar{a}_{приб} = \frac{1{,}96}{3}\Delta\bar{a}_{приб} = 0{,}7 \cdot 10^{-4}\ м.$$

Эти значения показывают, что

- для величин a и b случайные и систематические погрешности одного порядка, поэтому и случайные и систематические погрешности следует учитывать;
- погрешностью лабораторных весов можно пренебречь.

7) Вычислим границы доверительных интервалов $\Delta\bar{a}$, $\Delta\bar{b}$ и $\Delta\bar{m}$:

$$\Delta\bar{a} = \sqrt{\Delta\bar{a}_{случ}^{\ 2} + \Delta\bar{a}^2_{сист}} \approx 5{,}1 \cdot 10^{-2}\ м,$$
$$\Delta\bar{b} = \sqrt{\Delta\bar{b}_{случ}^{\ 2} + \Delta\bar{b}_{сист}^{\ 2}} \approx 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ м,$$
$$\Delta\bar{m} \cong \Delta\bar{m}_{случ} \approx 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ кг.$$

8) Рассчитаем относительные погрешности прямых измерений $\varepsilon_{\bar{a}}$, $\varepsilon_{\bar{b}}$ и $\varepsilon_{\bar{m}}$:

$$\varepsilon_{\bar{a}} = \frac{\Delta\bar{a}}{\bar{a}} \approx 1,7\,(\%),$$

$$\varepsilon_{\bar{b}} = \frac{\Delta\bar{b}}{\bar{b}} \approx 2,1\,(\%),$$

$$\varepsilon_{\bar{m}} = \frac{\Delta\bar{m}}{\bar{m}} \approx 1,8\,(\%).$$

9) Окончательный результат прямых измерений записывается в виде:

$$a = \bar{a} \pm \Delta\bar{a} = (2,92 \pm 0,05)\cdot 10^{-2}\ м, \varepsilon_{\bar{a}} = 1,7\,\%, \qquad (1.3)$$

$$b = \bar{b} \pm \Delta\bar{b} = (2,52 \pm 0,05)\cdot 10^{-2}\ м, \varepsilon_{\bar{d}} = 2,1\%, \qquad (1.4)$$

$$m = \bar{a} \pm \Delta\bar{m} = 0,166 \pm 0,003\,кг, \varepsilon_{\bar{m}} = 1,8\,\%. \qquad (1.5)$$

при надежности $\alpha = 0,95$.

Обработка косвенных измерений

При вычислении плотности тела $с$ через непосредственно измеряемые величины a, b и m исходными являются

- формула (1.2), выражающая связь между $с$ и a, b и m,
- результаты прямых измерений, даваемые выражениями (1.3) –(1.5).

Используя эти данные

1) вычислим среднее значение плотности тела $с$

$$\bar{с} = \frac{\bar{m}}{\bar{a}^2\bar{b}} = \frac{0,166}{(2,92\cdot 10^{-2})^2\cdot 2,52\cdot 10^{-2}} = 7,73\cdot 10^3\ \text{кг/м}^3. \qquad (1.6)$$

2) Используя выражение (1.22), найдем формулу для расчета погрешности $\Delta с$

$$\Delta с = \sqrt{\left(\frac{\partial с}{\partial a}\right)^2(\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial с}{\partial b}\right)^2(\Delta b)^2 + \left(\frac{\partial с}{\partial m}\right)^2(\Delta m)^2}. \qquad (1.7)$$

Здесь частные производные равны

$$\frac{\partial с}{\partial a} = -\frac{2\bar{m}}{\bar{a}^3\bar{b}},\ \frac{\partial с}{\partial b} = -\frac{\bar{m}}{\bar{a}^2\bar{b}^2},\ \frac{\partial с}{\partial m} = \frac{1}{\bar{a}^2\bar{b}}.$$

3) Используя выражение, найдем формулу для расчета относительной погрешности $\varepsilon_с$. После упрощений искомая формула имеет вид

$$\varepsilon_с(\%) = \frac{\Delta с}{\bar{с}} = \sqrt{(2\varepsilon_a)^2 + (\varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_m)^2}\ \ (\times 100\%). \qquad (1.8)$$

Относительная погрешность, вычисленная по этой формуле, равна

$$\varepsilon_с(\%) = \sqrt{(2\cdot 1,7)^2 + (2,1)^2 + (1,8)^2} = 4,5\%. \qquad (1.9)$$

4) Численное значение погрешности $\Delta с$ можно найти либо из формулы (1.7), либо воспользовавшись связью между погрешностями $\Delta с$ и $\varepsilon_с$

$$\Delta c = \bar{c} \cdot \frac{\varepsilon_c(\%)}{100\%}.$$

Используем второй способ расчета, поскольку в данном случае он проще

$$\Delta c = 7,73 \cdot \frac{4,5}{100} = 0,35 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

5) Окончательный результат после округлений имеет вид

$$c = (\ 7,7 \pm 0,4\ ) \cdot 10^3 \ \frac{кг}{м^3},\ \ \varepsilon_c = 4,5\% \quad \text{при} \quad \alpha = 0,95. \qquad (1.10)$$

Выводы.

Выражение (1.10) показывает, что численное значение плотности параллелепипеда лежит в пределах от $7,3 \cdot 10^3$ кг/м^3 до $8,1 \cdot 10^3$ кг/м^3. Таким образом, рассчитанная плотность материала, из которого изготовлен параллелепипед, близка к плотности железа: $c_{железа} \approx 7,8 \cdot 10^3$ кг/м^3.