## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3-2

# ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ БИПРИЗМЫ ФРЕНЕЛЯ

**Цель работы:**

1. Изучение явления интерференции световых волн.
2. Определение длины световой волны.

**Приборы и принадлежности:**

He-Ne лазер, бипризма Френеля, поляризатор, измерительный микроскоп.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Волны. Интерференция волн

Волной называется колебание, распространяющееся в пространстве с течением времени.

Все волны распространяются с конечной скоростью.

Волна, которая при своем распространении переносит энергию, называется бегущей волной.

Линия, вдоль которой происходит перенос энергии бегущей волной, называется лучом.

Так как все волны от источника распространяются с конечной скоростью, то в любой момент времени в пространстве существует поверхность, которая отделяет те точки среды, в которых колебания уже происходят, от тех точек, до которых колебания еще не дошли. Эта поверхность называется фронтом волны.

Совокупность точек, в которых фаза колебаний имеет одинаковое значение, образует поверхность, которая называется волновой поверхностью. Фронт волны является одной из множества волновых поверхностей.

В однородной изотропной среде лучи ортогональны волновым поверхностям.

Волна называется плоской, если ее волновые поверхности представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу. Соответственно существуют сферические, цилиндрические и т.п. волны.

Плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в положительном направлении оси OX, описывается уравнениями:

$$\vec{E}(t) = \vec{E}\cos(\omega t - kx +{}_0),$$

$$\vec{H}(t) = \vec{H}\cos(\omega t - kx + a_0),$$

где $\vec{E}(t)$ - мгновенное значение вектора напряженности электрического поля волны в точке $x$ (источник находится в точке $x$ = 0);
$\vec{E}$ - амплитудное ( максимальное) значение вектора $\vec{E}(t)$;
$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ - циклическая частота колебаний;
$t$ - время;
$T$- период колебаний;
$\nu$ - частота;
$k$ - волновое число, причем $k = 2\pi/\lambda_0 \cdot n$;
$\lambda_0$ - длина волны в вакууме;
$n$ - показатель преломления среды, в которой распространяется волна;
$\alpha_0$ - начальная фаза волны;
$\vec{H}(t)$ - мгновенное значение вектора напряженности магнитного поля волны;
$\vec{H}$ - амплитудное значение вектора $\vec{H}(t)$.

Свет представляет собой электромагнитные волны, частоты которых заключены в пределах $\nu \approx (\ 0{,}75 \div 0{,}39) \cdot 10^{15} с^{-1}$. Им соответствуют длины волн в вакууме $\lambda_0 \approx (0{,}40 \div 0{,}76\ )$ мкм.

В световой волне происходит изменение векторов напряженности электрического и магнитного полей. Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями электрического вектора $\vec{E}$. В соответствии с этим мы будем в дальнейшем говорить о световом векторе, подразумевая под ним вектор напряженности электрического поля.

Обозначим модуль амплитуды светового вектора буквой А. Закон, по которому изменяется во времени и в пространстве модуль светового вектора

$$A(t) = A\cos(\omega t - kx + \alpha_0),$$

будем называть уравнением световой волны, а величину $A$ - амплитудой световой волны.

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одного направления:

$$A_1(t) = A_1\cos(\omega t + \alpha_1), \text{ где } \alpha_1 = \alpha_{01} - k\,x_1;$$
$$A_2(t) = A_2\cos(\omega t + \alpha_2), \text{ где } \alpha_2 = \alpha_{02} - k\,x_2.$$

Амплитуда $A$ результирующего колебания в данной точке определяется из формулы:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1\,A_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Если разность фаз ($\alpha_2 - \alpha_1$), возбуждаемых волнами колебаний, остается постоянной во времени, то волны называются когерентными.

В случае некогерентных волн $(\alpha_2 - \alpha_1)$ непрерывно изменяется с очень большой частотой, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение $\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$, равно нулю. В этом случае:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2.$$

Учитывая, что интенсивность световой волны пропорциональна квадрату ее амплитуды, имеем, что интенсивность, наблюдаемая при наложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой волной в отдельности:

$$I = I_1 + I_2.$$

В случае когерентных волн $\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, так что:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

В тех точках пространства, для которых $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0$, $I$ будет превышать сумму интенсивностей исходных волн. В точках, для которых $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$, $I$ будет меньше ее.

Таким образом, при наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других - минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией волн. Необходимым и достаточным условием интерференции волн является их когерентность и равенство частот. Кроме того, необходимо, чтобы колебания векторов $\vec{E}$ интерферирующих волн происходили вдоль одного направления.

Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивности интерферирующих волн одинаковы, т.е. $I_1 = I_2$, тогда в максимумах $I = 4I_1$, а в минимумах $I = 0$.

Для некогерентных волн при том же условии получается всюду одинаковая интенсивность $I = 2I_1$.

**<u>Условия максимума и минимума амплитуды</u>**

Рассмотрим более подробно наложение двух когерентных волн с одинаковыми амплитудами:

$$A_1(t) = A\cos(\omega t - k_1 x_1 + \alpha_0),$$
$$A_2(t) = A\cos(\omega t - k_2 x_2 + \alpha_0),$$

где $k_1$, $k_2$ – волновые числа для первой и второй волны. Если волны распространяются в одной среде ($n_1 = n_2$), то $k_1 = k_2$.

Начало отсчета координаты и времени подберем таким образом, чтобы начальная фаза $\alpha_0$ обратилась в нуль. Тогда результирующее колебание определяется следующим образом:

$$A(t) = A[\cos(\omega t - k_1 x_1) + \cos(\omega t - k_2 x_2)] =$$
$$= 2A\cos\frac{k_2 x_2 - k_1 x_1}{2}\cos\frac{2\omega t - k_2 x_2 - k_1 x_1}{2}.$$

Величина $A_0 = 2A\cos\frac{k_2 x_2 - k_1 x_1}{2}$ не зависит от времени, следовательно, ее можно считать амплитудой результирующего колебания. Однако $A_0$ зависит от координат $x_1$ и $x_2$, т.е. будет принимать различные значения в различных точках пространства. Определим условия максимума и минимума амплитуды результирующего колебания.

Амплитуда будет иметь максимальное значение, равное $2A$, когда

$$\cos\frac{k_2 x_2 - k_1 x_1}{2} = 1, \text{ т.е. } \frac{k_2 x_2 - k_1 x_1}{2} = \pm m\pi;\ (m = 0, 1, 2...).$$

Учитывая, что $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1$; $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2$, получим $n_2 x_2 - n\ x_1 = \pm 2m\frac{\lambda_0}{2}$.

Величина $n_2 x_2 - n\ x_1 = \Delta$ называется оптической разностью хода. Тогда условие максимума амплитуды имеет вид:

$$\Delta = \pm 2m\frac{\lambda_0}{2}\ ,(m = 0, 1, 2...). \qquad (1)$$

Амплитуда будет иметь минимальное значение, равное нулю, когда:

$$\cos\frac{k_2 x_2 - k_1 x_1}{2} = 0, \text{ т.е. } \frac{k_2 x_2 - k_1 x_1}{2} = \pm(2m+1)\frac{\pi}{2};\ (m = 0,1,2\ldots).$$

Тогда условие минимума амплитуды имеет вид:

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \; (m = 0,1,2\ldots).$$

Обозначим разность фаз интерферирующих волн через $\delta$. Тогда получим:

$$\delta = (\omega t - k_1 x_1) - (\omega t - k_2 x_2) = k_2 x_2 - k_1 x_1 =$$
$$= \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_2 x_2 - n_1 x_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta;$$
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta.$$

Учитывая последнее соотношение (связь разности 4фаз с разностью хода), легко записать условия максимума и минимума амплитуды в следующем виде:

$$\delta_{\max} = \pm 2m\pi \quad , \qquad (m = 0,1,2\ldots);$$
$$\delta_{\min} = \pm 2(m+1)\pi, \quad (m = 0,1,2\ldots).$$

**Интерференция от двух источников**

Рассмотрим две цилиндрические когерентные волны (рис.1), исходящие из действительных или мнимых источников $S_1$ и $S_2$, имеющих вид параллельных светящихся нитей, либо узких щелей, перпендикулярных плоскости чертежа. Область *OPQ,* в которой эти волны перекрываются, называется полем интерференции. Если в поле интерференции внести экран *EE*, то на нем будет видна интерференционная картина, которая в случае цилиндрических волн имеет вид чередующихся светлых и темных прямолинейных полос.

Вычислим ширину этих полос в предположении, что экран параллелен плоскости, проходящей через источники $S_1$ и $S_2$. Положение точки на экране будем характеризовать координатой $z$, отсчитываемой в направлении, перпендикулярном к линиям $S_1$, $S_2$ (рис. 2а). Начало отсчета выберем в точке *O,* относительно которой $S_1$ и $S_2$ расположены симметрично. Пусть $L$ – кратчайшее расстояние от источников до экрана; $l_1$, $l_2$ – расстояние от точки наблюдения ($z$) до источников, соответственно; $d$ – расстояние между источниками. Источники $S_1$, $S_2$ будем считать синфазными, т.е. излучающими волны с одинаковыми начальными фазами. Тогда из рис.2а следует, что

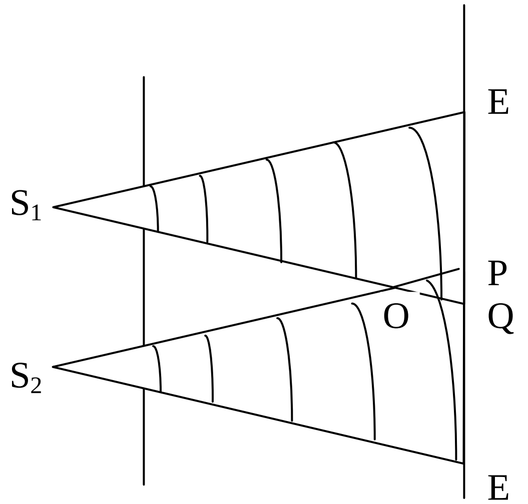


Рис. 1. Схема образования поля интерференции

$$l_2^2 = L^2 + \left(z + \frac{d}{2}\right)^2,$$

$$l_1^2 = L^2 + \left(z - \frac{d}{2}\right)^2.$$

После почленного вычитания этих двух равенств имеем

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2zd\,.$$

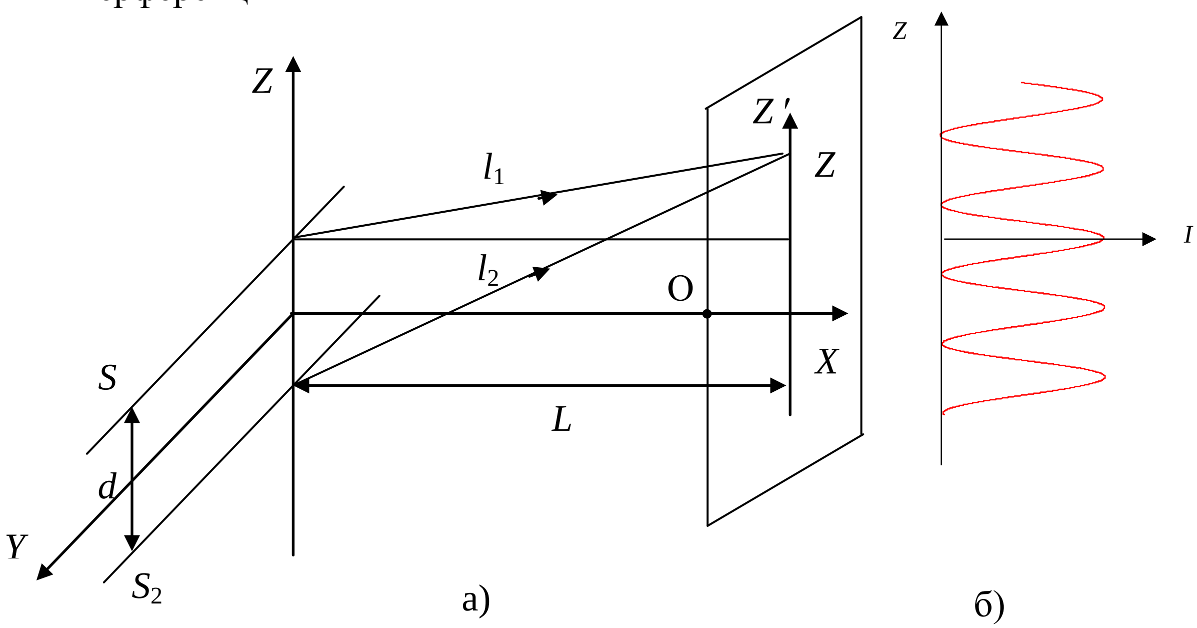


Рис. 2. К расчету интерференционной картины от двух источников

Для получения различимой интерференционной картины расстояние между источниками $d$ должно быть значительно меньше расстояния до экрана $L$. Расстояние $z$, в пределах которого образуются интерференционные полосы, также значительно меньше $L$. При этих условиях можно положить $l_2 + l_1 \approx 2L$. В среде с показателем преломления $n = 1$ разность $l_2 - l_1$ дает оптическую разность хода $\Delta$. Следовательно, можно записать

$$\Delta = \frac{zd}{L}. \tag{2}$$

Подставляя это значение $\Delta$ в условие (1) получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться при значениях $z$, равных

$$z_{\max} = \pm m \frac{L}{d} \lambda_0 , \quad (m = 0,1,2...).$$

Координаты минимумов интенсивности

$$z_{\min} = \pm (m + 1/2) \frac{L}{d} \lambda_0 , \quad (m = 0,1,2...).$$

Назовем шириной интерференционной полосы расстояние между двумя соседними минимумами интенсивности. Тогда ширина полосы

$$\Delta z = z_{\min}^{m+1} - z_{\min}^{m} = \frac{L}{d} \lambda_0 , \tag{3}$$

где $z_{\min}^{m}$ - координата $m$ - го минимума.

Расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности называется расстоянием между интерференционными полосами

$$\Delta z = z_{\min}^{m+1} - z_{\min}^{m} = \frac{L}{d} \lambda_0 .$$

Отметим, что $\Delta z$. не зависит от порядка ($m$) максимума или минимума, т.е. все полосы будут иметь одинаковую ширину. Зависимость интенсивности $I$ интерференционной картины на экране $E$ от координаты $Z$ имеет вид, приведенный на рисунке 2б.

**<u>Бипризма Френеля</u>**

Бипризмой Френеля называются изготовленные из одного куска стекла призмы с малым преломляющим углом $\theta$, имеющие общее основание (рис. 3.). Параллельно этому основанию на расстоянии $a$ от него располагается линейный участок света $S$ (перпендикулярно плоскости чертежа). Угол падения лучей на бипризму мал, вследствие чего все лучи отклоняются бипризмой на одинаковый угол:

$$\alpha = (n - 1)\theta,$$

где $n$ - показатель преломления стекла.

В результате образуются две когерентные цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников $S_1$, $S_2$, лежащих в одной плоскости с $S$. Расстояние между источниками равно

$$d = 2a\sin\alpha \approx 2a(n-1)\theta,$$

т.к. угол $\alpha$ является малым углом, то $\sin\alpha \approx \alpha$, т.е. $\alpha \approx 2a(n-1)\theta$.

Ширину интерференционной полосы находим по формуле (3).

$$\Delta z = \frac{a+b}{2a(n-1)\theta}\lambda_0. \qquad (4)$$

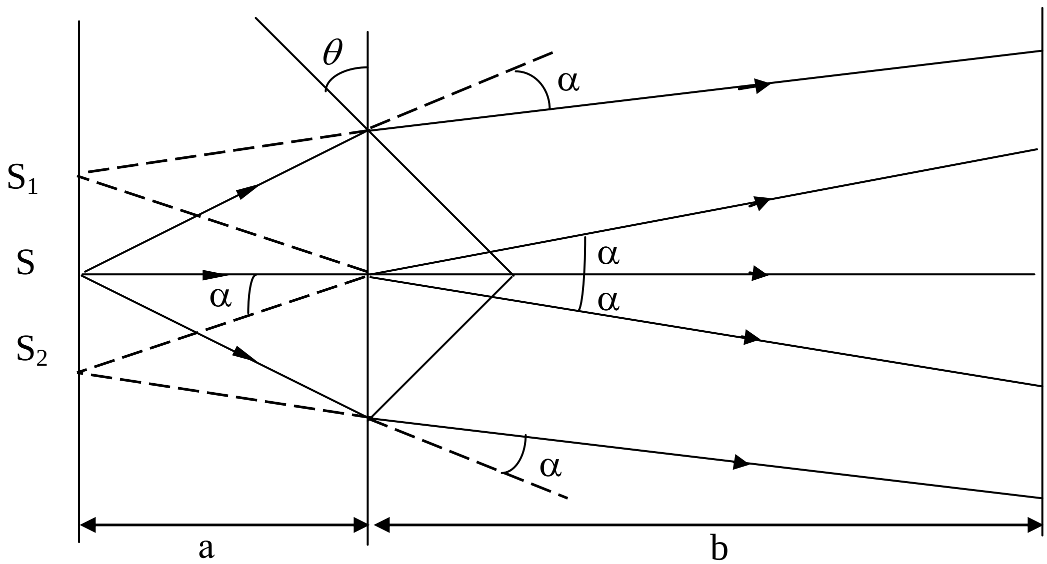


Рис. 3. Ход лучей в бипризме Френеля

Расстояние от источников до экрана – $L = a + b$.

Если на бипризму Френеля падает не цилиндрическая плоская, а плоская волна, то в формуле (4) можно осуществить предельный переход (когда $b/a << 1$, т.е. $b << a$ )

$$\Delta z = \frac{\lambda_0}{2(n-1)\theta}.$$

По формуле (5) можно определить длину волны излучения, если известны параметры бипризмы Френеля и измерена ширина интерференционной полосы.

$$\lambda = 2(n-1)\theta\Delta z \qquad (5)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка для определения длины световой волны с помощью бипризмы Френеля состоит из источника монохроматического излучения (He-Ne лазер ЛГ), бипризмы Френеля (В) и измерительного микроскопа (М), установленных на жесткий рельс Оптическая схема установки приведена на рис. 4.

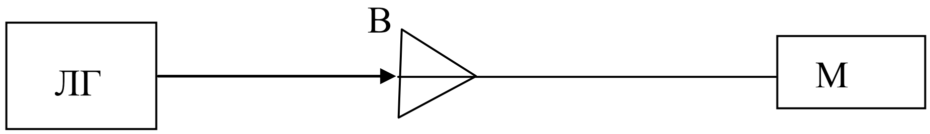


Рис. 4. Оптическая схема установки

Параметры бипризмы Френеля $n$ = 1,575, $\theta = 4\cdot10^{3}$ радиана (≈0,23°). Цена деления окулярного микроскопа $1{,}78\cdot10^{2}$ мм/дел.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Установить оптические элементы установки согласно рисунка 4. Луч должен падать на грань бипризмы Френеля и попадать в объектив микроскопа

2. Произвести юстировку по лучу лазера Добиться появления в поле зрения микроскопа четкой интерференционной картины Расстояние от бипризмы Френеля до объектива микроскопа должно быть порядка 20-25см.

3. Измерить с помощью микроскопа ширину интерференционной полосы $\Delta z$. Для этого выбрать несколько полос $N$, подсчитать число делений $m$ от середины 1-й до средины $N$-й полосы. Определить $\Delta z$ по формуле:

$$\Delta z = \frac{m\,C}{N-1},$$

где $C$ - цена деления окулярного микрометра.

Измерения повторить три раза, меняя значения $N$. Результаты занести в таблицу 1.

Таблица 1

| № п/п | N | $m$ | $\Delta$z, мм | $\lambda$, нм | $\Delta\lambda$, нм | $\lambda_{ср}$, нм |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | | | | | | |
| 2. | | | | | | |
| 3. | | | | | | |

4. Вычислить длину волны по формуле (5), абсолютную и относительную погрешность. Результат представить в нанометрах.
5. Выводы.