

Домашняя контрольная работа (часть №1) по механике и молекулярной физике

Кинематика поступательного движения

Радиус-вектор:

3.1.1 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$, где $\vec{i}$, $\vec{j}$ - орты осей x и y . Определите для момента времени $t = 1$ с: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.

3.1.2 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = (2 + 3t + 5t^3) \vec{i} + (4 + 4t^4) \vec{j} + 3t \vec{k}$. Найти зависимость от времени векторов скорости и ускорения и модулей этих величин для момента времени $t = 1$ с.

3.1.3 Материальная точка движется в плоскости XOY со скоростью $\vec{v} = 3\vec{i} + 5t\vec{j}$. В начальный момент времени координаты частицы $x_0 = 3$ м и $y_0 = 1$ м. Найти зависимость от времени радиуса-вектора $\vec{r}$ точки и уравнение траектории $y(x)$. Вектор ускорения и модуль вектора для момента времени $t = 4$ с.

3.1.4 Ускорение материальной точки изменяется по закону $\vec{a} = 2t^3 \vec{i} + 4t \vec{j} + 3 \vec{k}$. Найти, на каком расстоянии от начала координат она будет находиться в момент времени $t = 2$ с, если $v_{0x} = 1$ м/с, $v_{0y} = 4$ м/с, $v_{0z} = 5$ м/с и $r_{0x} = 0$, $r_{0y} = 1$ м, $r_{0z} = 3$ м при $t = 0$.

3.1.5 Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r} = A(\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \sin \omega t)$, где $A = 1$ м и $\omega = 5$ рад/с. Начертить траекторию точки. Определить модуль скорости $|\vec{v}|$ и модуль нормального ускорения $|\vec{a}_n|$.

Связь пути, скорости, ускорения:

3.1.6 Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = At^2 - Bt^2 + Ct^3$, где $A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с² и $C = 4$ м/с³. Найти: 1) зависимость скорости v и ускорения a от времени t , 2) расстояние, пройденное телом, скорость и ускорение тела через 2 с после начала движения. Построить график пути, скорости и ускорения для $0 \leq t \leq 3$ с через 0,5 с.

3.1.7 Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $A = 6$ м, $B = 3$ м/с и $C = 2$ м/с². Найти: среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени от 1 до 4 с. Построить график пути, скорости и ускорения для $0 \leq t \leq 5$ с через 1 с.

3.1.8 Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 0,14$ м/с² и $D = 0,01$ м/с³.

Через какое время t после начала движения тело будет иметь ускорение $a = 1 \text{ м/с}^2$? Найти среднее ускорение тела за этот промежуток времени.

Криволинейное движение (в поле силы тяжести):

3.1.9 С башни высотой $h = 25 \text{ м}$ горизонтально брошен камень со скоростью $v_x = 15 \text{ м/с}$. Какое время t камень будет в движении? На каком расстоянии S от основания башни он упадет на землю? С какой скоростью v он упадет на землю? Какой угол α составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю?

3.1.10 Мяч бросили со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 40^\circ$ к горизонту. Найти: 1) на какую высоту h поднимется мяч, 2) на каком расстоянии S от места бросания он упадет на землю, 3) сколько времени он будет в движении. Соппротивление воздуха не учитывать.

3.1.11 Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0 = 5 \text{ м/с}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите радиус кривизны траектории тела через $t = 2 \text{ с}$ после начала движения.

3.1.12 Камень брошен в горизонтальном направлении. Через $0,5 \text{ с}$ после начала движения числовое значение скорости камня стало в $1,5$ раза больше его начальной скорости. Найти начальную скорость камня. Соппротивление воздуха не учитывать.

3.1.13 Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x = 15 \text{ м/с}$. Найти нормальное и a_n и тангенциальное a_τ ускорения камня через время $t = 1 \text{ с}$ после начала движения.

Криволинейное движение (равномерное и равноускоренное):

3.1.14 Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом $R = 4 \text{ м}$, задается уравнением $a_n = A + Bt + Ct^2$ ($A = 1 \text{ м/с}^2$, $B = 6 \text{ м/с}^3$, $C = 9 \text{ м/с}^4$). Определите: 1) тангенциальное ускорение точки; 2) путь, пройденный точкой за время $t_1 = 5 \text{ с}$ после начала движения; 3) полное ускорение для момента времени $t_2 = 1 \text{ с}$.

3.1.15 Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $B = 2 \text{ м/с}$ и $C = 1 \text{ м/с}^2$. Найти линейную скорость точки, ее тангенциальное, нормальное и полное ускорения через время $t = 3 \text{ с}$ после начала движения, если известно, что при $t' = 2 \text{ с}$ нормальное ускорение точки $a_n' = 0,5 \text{ м/с}^2$.

3.2 Кинематика вращательного движения

Равноускоренное:

3.2.1 Колесо радиусом $R = 10$ см вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 3,14$ рад/с². Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: а) угловую скорость ω ; б) линейную скорость v ; в) тангенциальное ускорение a_τ ; г) нормальное ускорение a_n ; д) полное ускорение a ; е) угол α , составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса.

3.2.2 Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с². Определите радиус колеса, если через $t = 1$ с после начала движения полное ускорение колеса $a = 7,5$ м/с².

3.2.3 Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости $\omega = 20$ рад/с через $N = 10$ оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение ε колеса.

3.2.4 Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения $\nu = 50$ с⁻¹ после выключения тока, сделав $N = 628$ оборотов, остановился. Определите угловое ускорение ε якоря.

3.2.5 Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время $t = 1$ мин уменьшило свою частоту с $\nu_1 = 300$ об/мин до $\nu_2 = 180$ об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.

3.2.6 Вентилятор вращается с частотой $\nu = 900$ об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N = 75$ оборотов. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

Неравномерное:

3.2.7 Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$ ($A = 0,5$ рад/с²). Определите к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения.

3.2.8 Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$ ($A = 0,1$ рад/с²). Определите полное ускорение a точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если в этот момент линейная скорость этой точки $v = 0,4$ м/с.

3.2.9 Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2$ рад/с и $C = 1$ рад/с³. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2$ с после начала движения: а)

угловую скорость ω ; б) линейную скорость v ; в) угловое ускорение ε ; д) тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения.

3.2.10 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад/с² и $D = 1$ рад/с³. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно $a_n = 346$ м/с².

3.3 Динамика поступательного движения

Второй Закон Ньютона:

3.3.1 Тело массой $m = 0,5$ кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где $C = 5$ м/с² и $D = 1$ м/с³. Найти силу F , действующую на тело в конце первой секунды движения.

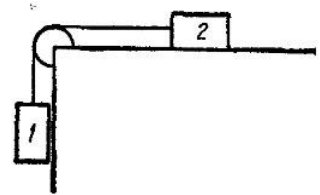
3.3.2 Тело массой $m = 0,5$ кг движется так, что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A \sin \omega t$, где $A = 5$ см и $\omega = \pi$ рад/с. Найти силу F , действующую на тело через время $t = \frac{1}{6}$ с после начала движения.

3.3.3 Тело массой m движется в плоскости xOy по закону $x = A \cos \omega t$, $y = A \sin \omega t$, где A , B и ω - некоторые постоянные. Определите модуль силы, действующей на это тело.

Блок:

3.3.4 Две гири с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соединены нитью и перекинута через невесомый блок. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силу натяжения нити T . Трением в блоке пренебречь.

3.3.5 Невесомый блок укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1$ кг соединены нитью и перекинута через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол $\mu = 0,1$. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силу натяжения нити T . Трением в блоке пренебречь.

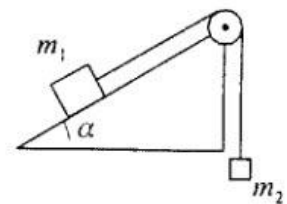


Наклонная плоскость

3.3.6 Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Пройдя путь $s = 36,4$ см, тело приобретает скорость $v = 2$ м/с. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость.

3.3.7 Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 25^\circ$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l = 2$ м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t = 2$ с. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

3.3.8 В установке на рисунке угол α наклонной плоскости с горизонтом равен 20° , массы тел $m_1 = 200$ г и $m_2 = 150$ г. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите ускорение, с которым будут двигаться эти тела, если тело m_2 опускается.



Динамика материальной точки, движущейся по окружности:

3.3.9 Грузик, привязанный к нити длиной $l = 1$ м, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период T обращения, если нить отклонена на угол 60° от вертикали.

3.3.10 Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом $R = 4$ м. С какой наименьшей скоростью $v_{\min}$ должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?

3.4 Работа. Энергия. Мощность. КПД

3.4.1 Найти работу A , которую дано совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой $m = 1$ т от $v_1 = 2$ м/с до $v_2 = 6$ м/с на пути $s = 10$ м. На всем пути действует сила трения $F_{тр} = 2$ Н.

3.4.2 Тело скользит сначала по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 8^\circ$ с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найти коэффициент трения μ на всем пути, если известно, что тело проходит по горизонтальной поверхности то же расстояние, что и по наклонной плоскости.

3.4.3 Автомобиль массой $m = 1,8$ т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определите: 1) работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения $\mu = 0,1$; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

3.4.4 Поезд массой $m = 600$ т движется под гору с уклоном $\alpha = 0,3^\circ$ и за время $t = 1$ мин развивает скорость $v = 18$ км/ч коэффициент трения $\mu = 0,01$. Определите среднюю мощность локомотива.

3.4.5 Материальная точка массой $m = 1$ кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ ($B = 3$ м/с, $C = 5$ м/с², $D = 1$ м/с³). Определите мощность P , затрачиваемую на движение точки за время, равное 1 с.

3.4.6 Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\vec{F} = 2t \cdot \vec{i} + 3t^2 \cdot \vec{j}$, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – соответственно единичные векторы координатных осей x и y . Определите мощность $P(t)$, развиваемую силой в момент времени t .

3.4.7 Какую мощность P развивает двигатель автомобиля массой $m = 1$ т, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью $v = 36$ км/ч: а) по горизонтальной дороге; б) в гору с уклоном 5 м на каждые 100 м пути; в) под гору с тем же уклоном? Коэффициент трения $\mu = 0,07$.

3.4.8 Найти КПД η двигателя автомобиля, если известно, что при скорости движения $v = 40$ км/ч двигатель потребляет объем $V = 13,5$ л бензина на пути $S = 100$ км и что развиваемая двигателем мощность $P = 12$ кВт. Плотность бензина $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ кг/м³, удельная теплота сгорания бензина $q = 46$ МДж/кг.

3.4.9 Зависимость потенциальной энергии U тела в центральном силовом поле от расстояния r до центра поля задается функцией

$$U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r} \quad (A = 6 \text{ мкДж} \cdot \text{м}^2, B = 0,3 \text{ мДж} \cdot \text{м}).$$

Определите, при каких значениях максимальное значение принимают: 1) потенциальная энергия тела; 2) сила, действующая на тело.

3.5 Законы сохранения импульса (ЗСИ) и энергии (ЗСЭ)

Импульс. (ЗСИ):

3.5.1 Струя воды сечением $S = 6 \text{ см}^2$ ударяется о стенку под углом $\alpha = 60^\circ$ к нормали и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти силу F , действующую на стенку, если известно, что скорость течения воды в струе $v = 12 \text{ м/с}$.

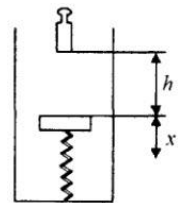
3.5.2 Снаряд массой $m_1 = 100 \text{ кг}$, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью $v_1 = 500 \text{ м/с}$, попадает в вагон с песком, масса которого $m_2 = 10 \text{ т}$, и застревает в нем. Какую скорость u получит вагон, если: а) вагон стоял неподвижно; б) вагон двигался со скоростью $v_2 = 36 \text{ км/ч}$ в том же направлении, что и снаряд; в) вагон двигался со скоростью $v_2 = 36 \text{ км/ч}$ в направлении, противоположном движению снаряда?

3.5.3 Граната, летящая со скоростью $v = 10 \text{ м/с}$, разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла $0,6$ массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью $u_1 = 25 \text{ м/с}$. Найти скорость u_2 меньшего осколка.

3.5.4 Конькобежец массой $M = 70 \text{ кг}$, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 3 \text{ кг}$ со скоростью $v_0 = 8 \text{ м/с}$. На какое расстояние S откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,02$?

Закон сохранения энергии:

3.5.5 Гири массой $m = 10 \text{ кг}$ падает с высоты $h = 0,5 \text{ м}$ на подставку, скрепленную с пружиной жесткостью $k = 30 \text{ Н/см}$. Определите при этом смещение x пружины.



3.5.6 Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите, на какой высоте h кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии.

3.5.7 Подвешенный на нити шарик массой $m = 200 \text{ г}$ отклоняют на угол $\alpha = 45^\circ$. Определите силу натяжения нити в момент прохождения шариком положения равновесия.

3.5.8 Пренебрегая трением, определите наименьшую высоту h , с которой должна скатываться тележка с человеком по желобу, переходящему в петлю радиусом $R = 6 \text{ м}$, и не оторваться от него в верхней точке петли.

Смешанные задачи (ЗСИ + ЗСЭ):

3.5.9 Тело массой $m_1 = 2 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 3 \text{ м/с}$ и нагоняет тело массой $m_2 = 8 \text{ кг}$, движущееся со скоростью $v_2 = 1 \text{ м/с}$.

Считая удар центральным, найти скорости u_1 и u_2 тел после удара, если удар: а) неупругий; б) упругий.

3.5.10 Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нём. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол $\alpha = 10^\circ$.

3.5.11 Два шара массами $m_1 = 9$ кг и $m_2 = 12$ кг подвешены на нитях длиной $l = 1,5$ м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем меньший шар отклонили на угол $\alpha = 30^\circ$ и отпустили. Считая удар неупругим, определите высоту h , на которую поднимутся оба шара после удара.

3.5.12 Два шара массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 2$ кг подвешены на нитях длиной $l = 1$ м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем больший шар отклонили от положения равновесия на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпустили. Считая удар упругим, определите скорость второго шара после удара.

Теплота при ударах. Коэффициент восстановления:

3.5.13 Тело массой 3 кг движется со скоростью 4 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившееся при ударе.

3.5.14 Деревянным молотком, масса которого $m_1 = 0,5$ кг, ударяют о неподвижную стенку. Скорость молотка в момент удара $v_1 = 1$ м/с. Считая коэффициент восстановления при ударе молотка о стенку $k = 0,5$, найти количество теплоты Q , выделившееся при ударе. (Коэффициентом восстановления материала тела называется отношение скорости тела после удара к его скорости до удара).

3.6 Динамика вращательного движения (ДВД)

Теорема Штейнера:

3.6.1 Определить момент инерции J тонкого однородного стержня длиной $l = 30$ см и массой $m = 100$ г относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через: 1) его конец; 2) точку, отстоящую от конца стержня на $1/3$ его длины.

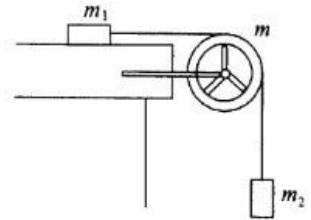
Основное уравнение ДВД:

3.6.2 Однородный диск радиусом $R = 0,2$ м и массой $m = 5$ кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угловой скорости ω вращения диска от времени t дается уравнением $\omega = A + Bt$, где $B = 8$ рад/с². Найти касательную силу F , приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.

3.6.3 На барабан радиусом $R = 0,5$ м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 10$ кг. Найти момент инерции J барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2$ м/с².

3.6.4 Две гири с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены нитью, перекинутой через блок массой $m = 2$ кг. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.6.5 На рисунке тело массой $m_1 = 0,25$ кг, соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого тонкостенного цилиндра) с телом массой $m_2 = 0,2$ кг, скользит по поверхности горизонтального стола. Масса блока $m = 0,15$ кг. Коэффициент трения μ тела о поверхность равен 0,2. Пренебрегая трением в подшипниках, определите: 1) ускорение a , с которым будут двигаться эти тела; 2) силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.



Энергия, работа:

3.6.6 Диск массой $m = 2$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью $v = 4$ м/с. Найти кинетическую энергию W_k диска.

3.6.7 Шар диаметром $D = 6$ см и массой $m = 0,25$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения $\nu = 4$ об/с. Найти кинетическую энергию W_k шара.

3.6.8 Медный шар радиусом $R = 10$ см вращается с частотой $\nu = 2$ об/с, вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое?

3.6.9 Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей частоте 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 оборотов. Работа сил

торможения равна 44,4 Дж. Найти: 1) момент инерции вентилятора, 2) момент сил торможения.

3.6.10 Однородный стержень длиной $l = 1$ м подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. На какой угол α надо отклонить стержень, чтобы нижний конец стержня при прохождении положения равновесия имел скорость $v = 5$ м/с?

3.6.11 Карандаш длиной $l = 15$ см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую скорость ω и линейную скорость v будут иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша?

Момент импульса. Закон сохранения импульса (ЗСМИ):

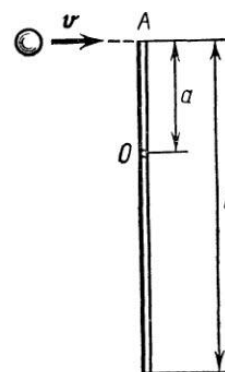
3.6.12 Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой $\nu = 5$ об/с, $W_k = 60$ Дж. Найти момент импульса L вала.

3.6.13 Горизонтальная платформа массой $m = 100$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $\nu_1 = 10$ об/мин. Человек массой $m_0 = 60$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой ν_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

3.6.14 Какую работу A совершает человек при переходе от края платформы к ее центру в условиях предыдущей задачи? Радиус платформы $R = 1,5$ м.

3.6.15 Горизонтальная платформа массой $m = 80$ кг и радиусом $R = 1$ м вращается с частотой $\nu_1 = 20$ об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой ν_2 будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 2,94$ до $J_2 = 0,98$ кг·м²? Считать платформу однородным диском.

3.6.16 Однородный тонкий стержень массой $m_1 = 0,2$ кг и длиной $l = 1$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси z , проходящей через точку O . В точку A на стержне попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси z) со скоростью $v = 10$ м/с и прилипает к стержню. Масса m_2 шарика равна 10 г. Определить угловую скорость ω стержня и линейную скорость u нижнего конца стержня в начальный момент времени. Вычисления выполнить для следующих значений расстояния между точками A и O : 1) $l/2$; 2) $l/3$; 3) $l/4$.



3.7 Механические колебания и волны

Кинематика гармонических колебаний:

3.7.1 Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0,02 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$ м. Определите: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу колебаний; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение точки; 6) через какое время после начала отсчета точка будет проходить через положение равновесия?

3.7.2 Дано уравнение движения точки $x = 2 \sin(\frac{\omega}{2}t + \frac{\pi}{4})$ см. Найти период колебаний T , максимальную скорость $v_{\max}$ и максимальное ускорение $a_{\max}$ точки.

3.7.3 Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний $T = 2$ с, амплитуда $A = 50$ мм, начальная фаза $\varphi_0 = 0$. Найти скорость v точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия $x = 25$ мм.

Динамика гармонических колебаний. Маятники:

3.7.4 Уравнение колебаний материальной точки массой $m = 10$ г имеет вид $x = 5 \sin(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4})$ см. Найти максимальную силу $F_{\max}$ действующую на точку, и полную энергию E колеблющейся точки.

3.7.5 Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, $E_{\text{полн}} = 30$ мкДж; максимальная сила, действующая на тело, $F_{\max} = 1,5$ мН. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний $T = 2$ с и начальная фаза $\varphi_0 = \pi/3$.

3.7.6 Тонкий обруч радиусом $R = 50$ см подвешен на вбитый в стену гвоздь и колеблется в плоскости, параллельной стене. Определите период T колебаний обруча.

3.7.7 Тонкий однородный стержень длиной $l = 60$ см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, отстоящей на расстоянии $x = 15$ см от его середины. Определите период колебаний стержня, если он совершает малые колебания.

Сложение колебаний:

3.7.8 Складываются два гармонических колебания одного направления, описываемых уравнениями $x_1 = 3 \cos 2\omega t$ см и $x_2 = 3 \cos(2\omega t + \frac{\pi}{4})$ см. Определите для результирующего колебания: 1) амплитуду; 2) начальную фазу. Запишите уравнение результирующего колебания и представьте векторную диаграмму сложения амплитуд.

3.7.9 Найти амплитуду A и начальную фазу φ_0 гармонического колебания, полученного от одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 0,02 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{2})$ м и $x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{4})$ м.

3.7.10 Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ м и $y = 2 \sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$ м. Найти траекторию результирующего движения точки и начертить ее с нанесением масштаба.

3.7.11 Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = 2 \sin \omega t$ м и $y = 2 \cos \omega t$ м. Найти траекторию результирующего движения точки.

3.7.12 Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ м и $y = 4 \sin(\pi t + \pi)$ м. Найти траекторию результирующего движения точки и начертить ее с нанесением масштаба.

Затухающие колебания:

3.7.13 Период затухающих колебаний $T = 1$ с, логарифмический декремент затухания равен 0,3 и начальная фаза равна нулю. Смещение точки при $t = 2T$ составляет 5 см. Запишите уравнение движения этого колебания.

3.7.14 Найти логарифмический декремент затухания математического маятника, если за время $t = 1$ мин амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. Длина маятника $l = 1$ м.

3.7.15 Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за время $t_1 = 1$ мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз уменьшится амплитуда за время $t_2 = 3$ мин?

3.7.16 За время, в течение которого система совершает $N = 50$ полных колебаний, амплитуда уменьшается в 2 раза. Определите добротность Q системы.

Вынужденные колебания:

3.7.17 Определите резонансную частоту колебательной системы, если собственная частота колебаний $\nu_0 = 300$ Гц, а логарифмический декремент затухания 0,2.

3.7.18 Собственная частота ν_0 колебаний некоторой системы составляет 500 Гц. Определите частоту ν затухающих колебаний этой системы, если резонансная частота $\nu_{рез} = 499$ Гц.

3.7.19 Гиря массой $m = 0,5$ кг, подвешенная на спиральной пружине жесткостью $k = 50$ Н/м, совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,5$ кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = 0,1 \cos \omega t$

Н. Определите для данной колебательной системы: 1) коэффициент затухания β ; 2) резонансную амплитуду $A_{рез}$.

Волны:

3.7.20 Две точки лежат на луче и находятся от источника колебаний на расстояниях $x_1 = 4$ м и $x_2 = 7$ м. Период колебаний $T = 20$ мс и скорость v распространения волны равна 300 м/с. Определите разность фаз колебаний этих точек.

3.7.21 Звуковые колебания с частотой $\nu = 450$ Гц и амплитудой $A = 0,3$ мм распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda = 80$ см. Определите: 1) скорость распространения волн; 2) максимальную скорость частиц среды.

3.7.22 Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой $\nu = 400$ Гц. Скорость распространения колебаний в среде $v = 1$ км/с. Определите, при какой наименьшей разности хода, не равной нулю, будет наблюдаться: 1) максимальное усиление колебаний; 2) максимальное ослабление колебаний.

3.8 Молекулярно-кинетическая теория газов

Уравнение газового состояния:

3.8.1 Найти плотность ρ водорода при температуре $t = 15^\circ\text{C}$ и давлении $p = 97,3$ кПа.

3.8.2 Какое число молекул N находится в комнате объемом $V = 80$ м³ при температуре $t = 17^\circ\text{C}$ и давлении $p = 100$ кПа?

3.8.3 Сколько молекул будет находиться в 1 см^3 сосуда при 10°C и давлении $p = 1,33 \cdot 10^{-9}$ Па?

Утечка:

3.8.4 В сосуде вместимостью $V = 0,3$ л при температуре $T = 290$ К находится некоторый газ. На сколько понизится давление p газа в сосуде, если из него из-за утечки выйдет $N = 10^{19}$ молекул?

3.8.5 В баллоне находилась масса $m_1 = 10$ кг газа при давлении $p_1 = 10$ МПа. Какую массу Δm газа взяли из баллона, если давление стало равным $p_2 = 2,5$ МПа? Температуру газа считать постоянной.

Основное уравнение МКТ. Энергия молекул:

3.8.6 В колбе вместимостью $V = 240$ см³ находится газ при температуре $T = 290$ К и давлении $p = 50$ кПа. Определить количество вещества ν газа и число N его молекул.

3.8.7 Давление p газа равно 1 мПа, концентрация n его молекул равна 10^{10} см⁻³. Определить: 1) температуру T газа; 2) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа.

Скорости молекул:

3.8.8 Средняя квадратичная скорость некоторого газа при нормальных условиях равна 480 м/с. Сколько молекул содержит 1 г этого газа?

3.8.9 Определите наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 40 кПа составляет $0,35$ кг/м³.

3.8.10 При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода больше их наиболее вероятной скорости на 100 м/с?

3.8.11 Плотность некоторого газа $\rho = 0,06$ кг/м³, средняя квадратичная скорость его молекул $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 500$ м/с. Найти давление p , которое газ оказывает на стенки сосуда.

Смеси газов:

3.8.12 В закрытом сосуде вместимостью 20 л находятся водород массой 6 г и гелий массой 12 г. Определите: 1) давление p ; 2) молярную массу газовой смеси M в сосуде, если температура смеси $T = 300$ К.

3.8.13 Баллон вместимостью 20 л содержит смесь водорода и азота при температуре 290 К и давлении 1 МПа. Определите массу водорода, если масса смеси равна 150 г.

3.8.14 Определите плотность смеси газов водорода массой $m_1 = 8$ г и кислорода массой $m_2 = 64$ г при температуре $T = 290$ К и при давлении $p = 0,1$ МПа. Газы считать идеальными.

3.8.15 В сосуде 1 объемом $V_1 = 3$ л находится газ под давлением $p_1 = 0,2$ МПа. В сосуде 2 объемом $V_2 = 4$ л находится тот же газ под давлением $p_2 = 0,1$ МПа. Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением p будет находиться газ, если соединить сосуды 1 и 2 трубкой?

Барометрическая формула:

3.8.16 На какой высоте h давление воздуха составляет 75 % от давления на уровне моря? Температуру воздуха считать, постоянной и равной $t = 0$ °С.

3.8.17 На какой высоте h плотность газа вдвое меньше его плотности на уровне моря? Температуру газа считать постоянной и равной $t = 0$ °С. Задачу решить для: а) воздуха, б) водорода.

Элементы статистической физики:

3.8.18 Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре $t = 100$ °С и давлении $p = 13,3$ Па. Диаметр молекул углекислого газа $\sigma = 0,32$ нм.

3.8.19 Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул углекислого газа при температуре $t = 100$ °С, если средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle = 870$ мкм.

3.8.20 Найти среднюю длину свободного пробега атомов гелия, если известно, что плотность гелия $\rho = 0,021$ кг/м³.

3.8.21 Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle = 5$ мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 500$ м/с

3.8.22 Какая часть молекул кислорода при $t = 0$ °С обладает скоростями v от 100 до 110 м/с?

3.8.23 Используя закон распределения молекул идеального газа по скоростям, найдите формулу наиболее вероятной скорости $v_{\text{в}}$.

3.9 Термодинамика

Первое начало термодинамики:

3.9.1 Масса $m = 6,5$ г водорода, находящегося при температуре $t = 27$ °С, расширяется вдвое при постоянном давлении за счет притока тепла извне. Найти работу A расширения газа, приращение ΔU внутренней энергии газа и количество теплоты Q , сообщенное газу.

3.9.2. Масса $m = 10$ г кислорода находится при давлении $p = 300$ кПа и температуре $t = 10$ °С. После нагревания при $p = \text{const}$ газ занял объем $V = 10$ л. Найти количество теплоты Q , полученное газом, изменение ΔU внутренней энергии газа и работу A , совершенную газом при расширении.

3.9.3 Масса $m = 10,5$ г азота изотермически расширяется при температуре $t = -23$ °С, причем его давление изменяется от $p_1 = 250$ кПа до $p_2 = 100$ кПа. Найти работу A , совершенную газом при расширении.

3.9.4 Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема $V_1 = 1$ л до $V_2 = 2$ л. Найти работу, совершенную газом при расширении, и количество теплоты, сообщенное газу.

3.9.5 При изотермическом расширении газа, занимавшего объем $V = 2$ м³, давление его меняется от $p_1 = 0,5$ МПа до $p_2 = 0,4$ МПа. Найти работу A , совершенную при этом.

Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона:

3.9.6 До какой температуры t_2 охладится воздух, находящийся при $t_1 = 0$ °С, если он расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 2V_1$?

3.9.7 Объем $V_1 = 7,5$ л кислорода адиабатически сжимается до объема $V_2 = 1$ л, причем в конце сжатия установилось давление $p_2 = 1,6$ МПа. Под каким давлением p_1 находился газ до сжатия?

3.9.8 Воздух в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания сжимается адиабатически и его давление при этом изменяется от $p_1 = 0,1$ МПа до $p_2 = 3,5$ МПа. Начальная температура воздуха 40 °С. Найти температуру воздуха в конце сжатия.

3.9.9 Количество $\nu = 1$ кмоль азота, находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 5V_1$. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа и работу A , совершенную газом при расширении.

Циклы. Круговые процессы:

3.9.10 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2,512$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Найти работу A , совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2 , отдаваемое холодильнику за один цикл.

3.9.11 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 73,5$ кДж. Температура нагревателя $t_1 = 100$ °С, температура холодильника $t_2 = 0$ °С. Найти кпд η цикла, количество теплоты Q_1 , получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2 , отдаваемое за один цикл холодильнику.

3.9.12 Паровая машина мощностью $P = 14,7$ кВт потребляет за время $t = 1$ ч работы массу $m = 8,1$ кг угля с удельной теплотой сгорания $q = 33$ МДж/кг. Температура котла $t_1 = 200$ °С, температура холодильника $t_2 = 58$ °С. Найти фактический кпд η машины и сравнить его с кпд η_0 идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно между теми же температурами.

Энтропия:

3.9.13 Найти изменение ΔS энтропии при превращении массы $m = 10$ г льда ($t = -20$ °С) в пар ($t_n = 100$ °С).

3.9.14 Найти изменение ΔS энтропии при переходе массы $m = 8$ г кислорода от объема $V_1 = 10$ л при температуре $t_1 = 80$ °С к объему $V_2 = 40$ л при температуре $t_2 = 300$ °С.

3.9.15 Масса $m = 6,6$ г водорода расширяется изобарически от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение ΔS энтропии при этом расширении.

3.9.16 Найти изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении массы $m = 6$ г водорода от давления $p_1 = 100$ кПа до давления $p_2 = 50$ кПа.

3.9.17 Масса $m = 10$ г кислорода нагревается от температуры $t_1 = 50$ °С до температуры $t_2 = 150$ °С. Найти изменение ΔS энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

3.9.18 Кислород массой $m = 2$ кг увеличил свой объем в $n = 5$ раз один раз изотермически, другой – адиабатно. Найти изменения энтропии в каждом из указанных процессов.

