Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Гомельский государственный технический университет

имени П.О. Сухого»

Кафедра «Физика»

П.А. Хило, А.И. Кравченко, В.И. Дробышевский

Физика.

Практикум для студентов специальностей 1 – 40 05 01 (Информационные системы и технологии),1 – 53 05 01 (Информационные технологии и управление в технических системах) и 1 – 27 01 01 (Экономика и организация производства) дневной формы обучения»

Гомель 2016

УДК 53

ББК 22

Рекомендовано научно-методическим советом

энергетического факультета ГГТУ им. П.О, Сухого

(протокол № 7 от 29.03.2016г)

Рецензент: канд. физ. мат., доц. Каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П.О. Сухого В.И. Лашкевич.

Физика. Практикум для студентов специальностей 1 – 40 05 01, 1 – 53 05 01 и 1 – 27 01 01 дневной формы обучения / П.А. Хило, А.И. Кравченко, В.И. Дробышевский. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2016. – 186с.

Содержит задачи для самостоятельного решения при подготовке к практическим занятиям и экзамену по разделам – «Механика и молекулярная физика», «Электричество и магнетизм» и «Оптика. Атомная и ядерная физика», приложение и список литературы.

Для студентов специальностей 1 – 40 05 01, 1 – 53 05 01 и 1 – 27 01 01 дневной формы обучения.

Предисловие

При изучении курса физики в вузе большое значение имеет практическое применение теоретических знаний, главное из которых – умение решать задачи. Данный учебно – методический документ «Физика. Практикум для студентов дневной формы обучения» содержит теоретические сведения, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения по трём разделам программы курса общей физики – «Механика и молекулярная физика», «Электричество и магнетизм» и «Оптика. Атомная и ядерная физика». Практикум может быть использован, как при подготовке к практическим занятиям, экзамену, а также и для самостоятельной работы студентов.

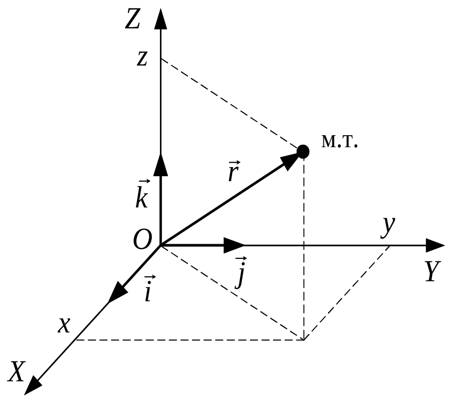
Основная цель практикума – оказание методической помощи студентам при самостоятельной подготовке к практическим занятиям и экзаменам. Решение задач потребует от студента, в случае необходимости, обратиться к теоретическому материалу, вникнуть в суть рассматриваемых явлений и процессов, просмотреть примеры решения задач.

Практикум составлен в соответствии с требованиями общеобразовательных стандартов и типовых учебных программ.

Данный практикум предназначен для студентов специальностей 1 – 40 05 01, 1 – 53 05 01 и 1 – 27 01 01. дневной формы обучения, изучающих физику в течении одного семестра и ориентирован на проверку знаний основных законов и положений курса «Физика».

1. Механика и молекулярная физика.

1.1.1. Кинематика поступательного и вращательного движения. Основные понятия и формулы



Положение материальной точки в пространстве в данный момент времени задается с использованием системы координат относительно некоторой точки (тела) отсчета, которая является началом системы координат. Направленный отрезок прямой, соединяющий точку отсчета O (см. рис.) и материальную точку, называется радиус-вектором – $\vec{r}(t)$;

$$\vec{r}(t) = x(t)\cdot\vec{i} + y(t)\cdot\vec{j} + z(t)\cdot\vec{k},$$

где $x(t), y(t), z(t)$ – координаты точки в пространстве; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы направлений (орты соответствующих координатных осей); t – время. Модуль радиус-вектора определяется выражением:

$$\left|\vec{r}(t)\right| = \sqrt{(x(t))^2 + (y(t))^2 + (z(t))^2}.$$

Вектор $\Delta\vec{r}$, проведенный из начальной точки M в конечную точку M', называется вектором перемещения материальной точки за время Δt:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t), \text{ или } \Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k},$$

где $\Delta x = x' - x; \Delta y = y' - y; \Delta z = z' - z.$

Путь ΔS это расстояние пройденное материальной точкой отсчитанное вдоль траектории движения. Путь всегда положителен и в процессе движения может только возрастать. При линейном движении путь ΔS равен модулю вектора перемещения (перемещению) $\left|\Delta\vec{r}\right|$:

$$\Delta S = \left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2},$$

при криволинейном движении $\left|\Delta\vec{r}\right| < \Delta S$.

Вектор средней скорости движения материальной точки:

$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta\vec{r}$ – перемещение точки за промежуток времени Δt; $\vec{r}$ – радиус-вектор точки.

Средняя путевая скорость движения:

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройдённый точкой за промежуток времени Δt.

Мгновенная скорость:

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k},$$

где $\upsilon_x = \dfrac{dx}{dt}, \upsilon_y = \dfrac{dy}{dt}, \upsilon_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции вектора скорости $\vec{\upsilon}$ на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полной скорости:

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}.$$

Кинематическое уравнение равномерного движения ($\vec{\upsilon} = \text{const}$, $\vec{a} = 0$) точки вдоль оси OX:

$$x = x_0 \pm \upsilon t,$$

где x_0 – начальная координата точки; t – время движения. Знак «плюс» берётся при совпадении направления вектора скорости с выбранным положительным направлением оси OX.

Правило сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{\upsilon}_{0,},$$

где $\vec{\upsilon}$ – скорость материальной точки относительно неподвижной системы отсчета; $\vec{\upsilon}'$– скорость материальной точки относительно подвижной системы отсчета; $\vec{\upsilon}_0$ – скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы отсчёта.

Среднее ускорение материальной точки:

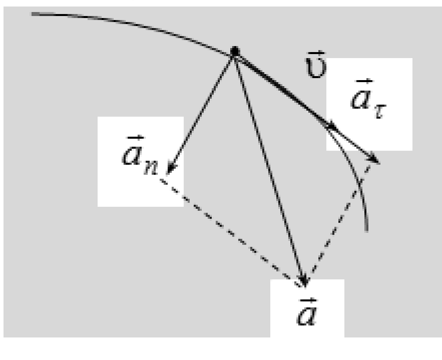
$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение материальной точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}(t)}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$$

где $a_x = \dfrac{d\upsilon_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt}, a_y = \dfrac{d\upsilon_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt}, a_z = \dfrac{d\upsilon_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt}$ – проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полного ускорения: $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.



Полное ускорение при криволинейном движении: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$,

где $a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ – модуль тангенциальной (касательной к траектории) составляющей ускорения; $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ – модуль нормальной

(центростремительной) составляющей ускорения, R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Модуль вектора полного ускорения при криволинейном движении:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Кинематическое уравнение равнопеременного движения ($\vec{a} = \text{const}$) уравнения движения имеют вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t \pm \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

где $\vec{\upsilon}_0$ – вектор начальной скорости.

Кинематические уравнения равнопеременного движения вдоль оси X и Y:

$$x = x_0 \pm \upsilon_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}, \; y = y_0 \pm \upsilon_{0y} t \pm \frac{a_y t^2}{2}.$$

Скорость точки при равнопеременном движении:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t,$$

где $\vec{\upsilon}_0$ – вектор скорости движения в начальный момент времени $t = 0$ (начальная скорость).

Скорость точки при равнопеременном движении вдоль оси X и Y:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t, \; \upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t.$$

При равноускоренном движении ускорение a берётся со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Связь между ускорением и путем при прямолинейном движении может быть определена выражением: $\Delta S = \dfrac{\left|\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right|}{2a}$.

При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением) $\vec{\varphi}$ ($d\vec{\varphi}$) при указанном положении оси вращения.

Угловая скорость тела: $\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$.

Модуль угловой скорости равномерного вращательного движения:

$$\omega = |\vec{\omega}| = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где $\Delta\varphi$ – угол поворота произвольного радиуса от начального положения; Δt – промежуток времени, за который произошел этот поворот; T – период вращения; $\nu = \dfrac{N}{t}$ – частота вращения, N – число оборотов за время t.

Угловое ускорение: $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$.

Кинематическое уравнение равномерного вращения ($\vec{\omega} = \mathrm{const}$, $\vec{\varepsilon} = 0$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ_0 – угол поворота в момент времени $t = 0$ (в начальный момент времени).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращательного движения ($\varepsilon = \mathrm{const}$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Связь угла поворота с числом оборотов: $\varphi = 2\pi N$.

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t,$$

где ω_0 – угловая скорость в начальный момент времени $t = 0$ (начальная угловая скорость). При равноускоренном вращении тела угловое ускорение ε берется со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Связь между линейными и угловыми величинами выражается формулами: линейный путь, пройденный точкой

$$dS = Rd\varphi,$$

где $d\varphi$ - угловой путь точки; R – радиус вращения точки;
линейная скорость точки $\upsilon = \omega R$;
тангенциальное ускорение точки $a_\tau = \varepsilon R$;
нормальное ускорение точки $a_n = \omega^2 R$;
модуль полного ускорения $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$.

1.1.2. Динамика материальной точки. Динамика вращательного движения.
Основные понятия и формулы

Масса тела m – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи определяющая её инерционные и гравитационные свойства.

Физическая сила $\vec{F}$ – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

В механике мы рассматриваем различные силы силу тяжести:

$$\vec{F}_m = m\vec{g},$$

где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения;

силы упругой деформации при растяжении (сжатии)

$$\vec{F} = -k\vec{x} \text{ либо } \sigma = E\frac{\Delta l}{l_0},$$

где $k = \dfrac{ES}{l_0}$ – коэффициент упругости (жесткости), $\sigma = F/S$ – механическое напряжение, E – модуль Юнга, $\Delta l = |\vec{x}|$ – абсолютное удлинение (сокращение) тела при деформации;

силу трения скольжения

$$\vec{F}_{тр} = -\mu N\vec{e}_{\upsilon},$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – величина силы реакции опоры (сила нормального давления на опору); $\vec{e}_{\upsilon}$ единичный вектор, направленный по вектору скорости, сила трения покоя меняет свое значение от нуля до величины силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$;

силу трения качения

$$\vec{F}_{трк} = -\frac{\mu_к}{r}N\vec{e}_{\upsilon},$$

где $\mu_к$ – коэффициент трения качения; r – радиус катящегося тела;

силу гравитационного притяжения

$$\vec{F}_T = G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r},$$

где $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ м^3/кг$\cdot$с^2 – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих объектов, $\vec{r}$ – радиус-вектор, соединяющий объекты, r – модуль радиус-вектора $\vec{r}$ (расстояние между объектами);

силу Архимеда

$$\vec{F}_A = -\rho V\vec{g},$$

где ρ – плотность жидкости или газа, V – объём погруженной в жидкость или газ части тела.

Импульс, количество движения – мера механического движения, равная для материальной точки произведению ее массы m на вектор ее скорости $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}.$$

Импульс механической системы равен векторной сумме импульсов всех n материальных точек системы или произведению массы всей системы m на скорость ее центра масс $\vec{\upsilon}_c$:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{\upsilon}_i = m\vec{\upsilon}_c.$$

Скорость центра масс системы материальных точек:

$$\vec{\upsilon}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i}{m},$$

где m_i и $\vec{r}_i$ – соответственно масса и радиус-вектор i-той материальной точки; n – число материальных точек в системе, m – масса всей системы.

Координаты центра масс системы материальных точек:

радиус-вектор $\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m}$;

в координатной форме $x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{m}$; $y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{m}$; $z_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{m}$,

где m_i, $\vec{r}_i$, x_i, y_i, z_i – соответственно масса, радиус-вектор и координата i – той материальной точки; n – число материальных точек в системе, m – масса всей системы.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = \text{const}.$$

При решении задач формулировка первого закона Ньютона полезна в следующей форме: если результирующая всех сил, действующих на материальную точку (тело), равна нулю, то тело покоится или совершает равномерное и прямолинейное движение.

Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки): скорость изменения импульса точки равна равнодействующей силе, действующей на точку:

$$\sum_{i=1}^{k} \vec{F}_i = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{\upsilon}\right)}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где $\sum_{i=1}^{k} \vec{F}_i$ – векторная сумма сил, действующих на тело массой m; k – число действующих сих.

В проекциях на касательную и нормаль к траектории точки это же уравнение будет иметь вид:

$$F_\tau = ma_\tau = m\frac{d\upsilon}{dt}; \qquad F_n = ma_n = \frac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Все силы в природе являются силами взаимодействия. Этот факт выражает суть третьего закона Ньютона: с какой силой тело 1 действует на тело 2, с такой же силой, но противоположной по направлению, тело 2 действует на тело 1: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского):

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p,$$

где $\vec{F}_p = -\vec{u}\dfrac{dm}{dt}$ – реактивная сила ($\vec{u}$ – скорость истечения газов из ракеты).

Работа постоянной силы на прямолинейном участке пути:

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r} = F\Delta S\cos(\alpha),$$

где α – угол между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$, $\Delta S = |\Delta\vec{r}|$ – элементарный путь.

Работа, совершаемая переменной силой на пути s:

$$A = \int_S \vec{F}d\vec{r} = \int_S F_s ds = \int_S F\cos\alpha ds,$$

где $\vec{F}_S$ – проекция вектора силы на вектор перемещения $d\vec{r}$, $dS = |d\vec{r}|$ – модуль вектора перемещения.

Средняя мощность за промежуток времени Δt $\langle N\rangle = \dfrac{A}{\Delta t}$.

Мгновенная мощность: $N = \dfrac{dA}{dt}$ или $N = \vec{F}\vec{\upsilon} = F_s\upsilon = F\upsilon\cos\alpha$.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

упругих сил $E_П = \dfrac{kx^2}{2}$,

где k – коэффициент упругости, x – абсолютная деформация;

гравитационного взаимодействия двух тел $E_П = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$;

тéла, находящегося в однородном гравитационном поле,

$$E_П = mgh,$$

где h – высота над уровнем, принимаемым за нулевой (для консервативной системы).

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией тела:

$$\vec{F} = -gradE_{\Pi} = -(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z}\vec{k}),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Если в замкнутой системе действуют только консервативные силы, то механическая энергия сохраняется:

$$E = E_K + E_\Pi = \text{const}.$$

Если кроме консервативных сил действуют неконсервативные, то изменение полной механической энергии равно работе неконсервативных сил:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Момент силы относительно неподвижной точки:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Момент силы относительно неподвижной оси Z:

$$\vec{M}_z = \left[\vec{r}, \vec{F}\right].$$

Модуль момента силы:

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Момент инерции материальной точки:

$$J = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы (тела):

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс (сплошного однородного твердого тела): $J = \int\limits_m r^2 dm = \rho \int\limits_V r^2 dV$, где ρ – плотность тела; V – его объём.

Теорема Штейнера:

$$J = J_c + ma^2,$$

где J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a; m – масса вращающегося тела.

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки: $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]$.

Проекция вектора момента импульса (момент количества движения) твёрдого тела относительно неподвижной оси вращения Z:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = J_z \omega_z,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i \upsilon_i$ – импульс этой частицы; J_z – момент инерции тела относительно оси Z; ω_z – проекция угловой скорости вращения на ось Z.

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы: $\sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \text{const}$.

Основное уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \qquad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где ε – величина углового ускорения; J_z – момент инерции тела относительно оси Z.

Элементарная работа при вращении тела:

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно оси Z.

Работа внешних сил при повороте твердого тела на конечный угол φ:

$$A = \int_0^{\varphi} M_z d\varphi.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси Z:

$$W_{Квр} = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси Z; ω – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$W_K = \frac{1}{2} m \upsilon_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2,$$

где m – масса тела; υ_c – скорость центра масс тела; J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

Напряжение при упругой деформации тела:

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где F – растягивающая (сжимающая) сила; S – площадь поперечного сечения тела.

Относительное продольное растяжение (сжатие):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl – изменение длины тела при растяжении (сжатии); l – длина тела до деформации.

Относительное поперечное растяжение (сжатие):

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

где Δd – изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии); d – диаметр стержня.

Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением) ε' и относительным продольным растяжением (сжатием) ε:

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon,$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия):

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль Юнга.

Потенциальная энергия упруго растянутого (сжатого) тела:

$$W_{\Pi} = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2 = \frac{E\varepsilon^2}{2}V,$$

где V – объём тела.

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h:

$$p = \rho g h,$$

где ρ – плотность жидкости.

Закон Архимеда:

$$F_A = \rho g V,$$

где F_A – выталкивающая сила; V – объем вытесненной жидкости.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости:

$$S\upsilon = \mathrm{const},$$

где S – площадь поперечного сечения трубки тока; υ – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h + p = \mathrm{const},$$

где $\frac{\rho\upsilon^2}{2}$ – динамический напор; ρgh – гидравлический напор (h – глубина рассматриваемого сечения жидкости относительно уровня жидкости); p – статическое давление.

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$\upsilon = \sqrt{2gh},$$

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости:

$$F = -\eta\left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}\right|S,$$

где η – динамическая вязкость жидкости; $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}$ – градиент скорости; S – площадь соприкасающихся слоев.

Число Рейнольдса, определяющее характер движения жидкости:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta},$$

где ρ – плотность жидкости; $\langle\upsilon\rangle$ – средняя по сечению трубы скорость жидкости; d – характерный линейный размер, например, диаметр трубы.

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик:

$$F = -6\pi\eta r\upsilon,$$

где r – радиус шарика; υ – его скорость.

Формула Пуазейля, позволяющая определить объём жидкости, протекающий за время t через капиллярную трубку длиной l:

$$V = \pi R^4\frac{\Delta pt}{8\eta l},$$

где R – радиус трубки; Δp – разность давлений на концах трубки.

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня:

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2},$$

где l_0 – длина стержня в системе k', относительно которой стержень покоится (собственная длина); стержень параллелен оси x; l – длина стержня в системе k, относительно которой он движется со скоростью υ; $\beta = \frac{\upsilon}{c}$; $c = 3\cdot10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где Δt_0 – промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы k', измеренными по часам этой системы (собственное время движущихся часов); Δt – промежуток времени между двумя событиями, измеренными по часам системы k.

Зависимость массы частицы от скорости ее движения (релятивистская масса):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 – масса покоя этой частицы.

Релятивистский импульс $\vec{p} = m\vec{\upsilon} = \dfrac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right); \quad E_к = E - E_0,$$

где $E = mc^2 = m_0c^2 + E_к$ – полная энергия релятивистской частицы; $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы.

Изменение массы системы на величину Δm соответствует изменению энергии системы на величину $\Delta E = \Delta mc^2$.

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы:

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}; \quad p_c = \sqrt{E_к(E_к + 2E_0)}.$$

Релятивистское сложение скоростей:

$$u = \frac{u' + \upsilon}{1 + \frac{u'\upsilon}{c^2}}; \quad u' = \frac{u - \upsilon}{1 - \frac{u\upsilon}{c^2}},$$

где u' – величина скорости тела относительно системы k' (относительная скорость), υ – величина скорости системы k' относительно системы k' (переносная скорость); υ – величина скорости тела относительно системы k.

Энергию микрочастиц часто измеряют в электрон-вольтах:

1эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

1.1.3. Механические колебания. Упругие волны. Основные понятия и формулы

Колебаниями называют движения и процессы, обладающие повторяемостью во времени. К гармоническим относят колебания, при которых координаты тела меняются по закону

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение колеблющейся величины от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – круговая (циклическая) частота; $\nu = 1/T$ – частота; T – период колебаний; φ_0 – начальная фаза (в момент времени $t_0 = 0$); $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент t.

Модуль скорости и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega\cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0 + \pi) = -\omega^2 x.$$

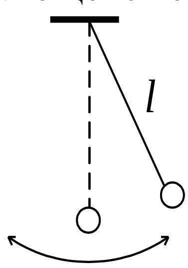
Величина максимальной скорости υ_{max} (амплитуда скорости) и ускорение a_{max} (амплитуда ускорения) материальной точки, совершающей гармонические колебания: $\upsilon_{max} = A\omega$ $\quad a_{max} = A\omega^2$.

Фаза колебаний $\varphi = (\omega t + \varphi_0) = (2\pi\nu t + \varphi_0) = \left(\dfrac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$.

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний материальной точки массой m:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \text{ или } m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx,$$

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$), ω^2 – собственная частота колебаний, которая зависит от параметров колеблющейся системы.



Математический маятник с неподвижной осью:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$,

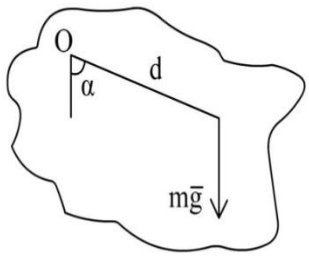
где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Математический маятник с осью, движущейся с ускорением $\vec{a}$:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g^*}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{g^*}{l}}$,

где l – длина маятника; g^* – модуль вектора ускорения маятника $\vec{g}^* = \vec{g} + \vec{a}$.

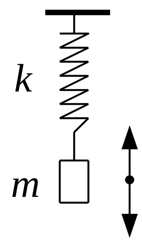


Физический маятник:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{mgd}{J}} = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$,

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний O; d – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; $L = J/(md)$ – приведенная длина физического маятника.

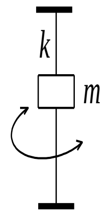


Пружинный маятник:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$,

где k – коэффициент упругости (жесткость пружины).



Крутильный маятник (тело, подвешенное на упругой нити): период крутильных колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{k}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{J}}$,

где J – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью; k – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

При наличии сил трения свободные колебания будут затухающими и их амплитуда уменьшается в результате потерь энергии.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt},$$

где $\delta = \dfrac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; если амплитуда уменьшилась в e раз ($e \approx 2{,}718$), то $\delta = \dfrac{1}{\tau}$, где τ – время релаксации; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ – собственная частота той же колебательной системы; r – коэффициент сопротивления.

Уравнение затухающих колебаний, т.е. смещение колеблющейся точки от положения равновесия (решение дифференциального уравнения):

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t; A_0 – амплитуда затухающих колебаний в начальный момент времени ($t_0 = 0$); $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – круговая частота затухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания:

$$\Theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

где δ – коэффициент затухания; T – период затухающих колебаний; τ – время релаксации; N_e – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз; $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

Добротность колебательной системы:

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta},$$

где Θ – логарифмический декремент затухания, ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы, δ – коэффициент затухания.

Если система совершает колебания под периодически изменяющимся внешним воздействием, то такие колебания называют вынужденными.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний для установившихся колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} + F_0\cos\omega t,$$

где $F_0\cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – амплитуда вынуждающей силы.

Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний для установившихся колебаний:

$$x = A\cos(\omega t - \varphi),$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний, которая зависит от соотношения вынужденной ω и собственной частоты ω_0,

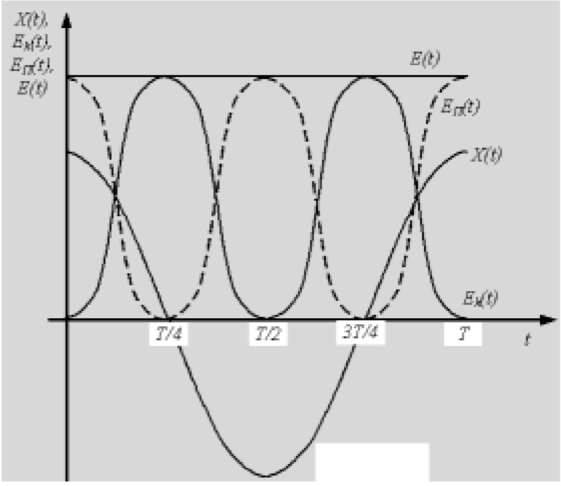
$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}},$$

где φ определяет отставание по фазе вынужденного колебания от вынуждающей силы: $tg\varphi = \dfrac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$.

Резонансная частота и резонансная амплитуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2},\ A_{рез} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

где F_0 – амплитудное значение внешней периодической силы.



Кинетическая энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_П = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_П = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2.$$

При сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты амплитуда A результирующего колебания:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Начальная фаза результирующего колебания:

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды двух складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – начальные фазы колебаний.

Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2, $\nu = \nu_1 - \nu_2$.

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2, $\dfrac{x^2}{A_1^2} + \dfrac{y^2}{A_2^2} - \dfrac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, уравнение траектории примет вид: $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$, т.е. точка движется по эллипсу.

Связь длины волны λ с периодом T и частотой ν колебаний:

$\lambda = \upsilon T$; $\upsilon = \lambda\nu$,

где υ – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x:

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ – длина волны; υ – фазовая скорость волны; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Величина $\varphi=\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0$ или $\varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0$ называется фазой волны.

Дифференциальное уравнение волнового процесса:

$$\frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial t^2}=\upsilon^2\frac{\partial^2\xi(x,t)}{dx^2},$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t, υ – фазовая скорость волны.

Уравнение плоской затухающей волны:

$$\xi(x,t)=A_0e^{-\beta x}\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

где A_0 – амплитуда волны в точке $x=0$, β – коэффициент затухания, зависящий от свойств среды, ω – циклическая (круговая) частота; $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ – длина волны; υ – фазовая скорость волны; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Уравнение сферической волны без учета затухания имеет вид:

$$\xi(x,t)=\frac{A}{r}\cos\left(\omega\left(t-\frac{r}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; r – расстояние от источника колебаний; ω – циклическая (круговая) частота; υ – фазовая скорость волны; φ_0 – начальная фаза колебаний.

Волновое уравнение для волн, распространяющихся в упругой изотропной среде, имеет вид: $\dfrac{\partial^2\xi}{\partial\tilde{\delta}^2}+\dfrac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\dfrac{1}{\upsilon^2}\dfrac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$,

решением которого является выражение: $\xi = a\cos\left[\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0\right]$,

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, который характеризует точку пространства, которой достигла волна к промежутку времени t, при этом выполняются следующие равенства: $k_x^2+k_y^2+k_z^2=\dfrac{\omega^2}{\upsilon^2}$, $\vec{k}\cdot\vec{r}=k_x x+k_y y+k_z z$.

Связь между разностью фаз $\Delta\varphi$ и разностью хода Δ: $\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta$.

Условия максимума и минимума амплитуды колебания при интерференции волн:

$$\Delta_{\max}=\pm 2m\frac{\lambda}{2},\qquad \Delta_{\min}=\pm(2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

где m = 0, 1, 2, … – порядок максимума (минимума).

Фазовая υ и групповая u скорости, а также связь между ними:

$$\upsilon=\frac{\omega}{k};\qquad u=\frac{d\omega}{dk};\qquad u=\upsilon-\lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}.$$

Уравнение стоячей волны:

$$\xi(x,t)=2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t=2A\cos kx\cdot\cos\omega t,$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}=\dfrac{2\pi}{\upsilon T}=\dfrac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ – длина волны; υ – фазовая скорость; T – период колебаний).

Координаты пучностей и узлов стоячей волны:

$$x_П=\pm m\frac{\lambda}{2};\qquad x_у=\pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2},$$

где m = 0, 1, 2, … .

Уровень интенсивности звука в децибелах:

$$L=10\lg\frac{I}{I_0},$$

где I – интенсивность звука; I_0 – интенсивность звука на пороге слышимости (I_0 = 10^{-12} Вт/м^2).

Эффект Доплера в акустике:

$$\nu=\frac{(\upsilon\pm\upsilon_{пр})\nu_0}{\upsilon\mp\upsilon_{ист}},$$

где ν – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником; ν_0 – частота звука, посылаемая источником; $\upsilon_{пр}$ – скорость движения приемника; $\upsilon_{ист}$ – скорость движения источника; υ – скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Плотность потока энергии волны (вектора Умова):

$$j = \frac{d\Phi}{dS} = w\upsilon,$$

где $d\vec{\Phi}$ – поток энергии переносимой волной за единицу времени через площадку dS, перпендикулярную направлению распространения волны.

Среднее значение модуля вектора Умова $\langle j \rangle = \langle w \rangle \upsilon = \frac{1}{2}\rho A^2 w^2 \upsilon$.

При произвольной ориентации площадки dS (единичного вектора $\vec{n}$, нормального к плоскости площадки) относительно вектора Умова $\vec{j}$, поток через неё будет равен $d\Phi = \vec{j}d\vec{S} = jdS\cos\alpha$.

Полный поток через поверхность S определяется интегралом:

$$\Phi = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_S j_n dS.$$

1.1.4. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Законы идеального газа. Основы термодинамики. Основные понятия и формулы

Количество вещества тела (системы):

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.); $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро (число молекул в одном моле).

Молярная масса вещества:

$$M = \frac{m}{\nu},$$

где m – масса однородного тела (системы); ν – количество вещества этого тела.

Молярная масса смеси газов:

$$M_{см} = \frac{\sum_{i=0}^{n} m_i}{\sum_{i=0}^{n} \nu_i},$$

где m_i – масса i -того компонента смеси; ν_i– количество вещества i-того компонента смеси; n– число компонентов смеси.

Концентрация частиц (молекул, атомов, ионов и т.п.) однородной системы:

$$n = \frac{N}{V},$$

где N – число частиц в системе; V – объем системы.

Нормальные условия – стандартные физические условия, определяемые давлением $P = 101325 \approx 10^5$ Па (760 мм. рт. ст.) и абсолютной температурой $T = 273{,}15$ К ($t = 0^0$ С).

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{M} RT,$$

где R = 8,31 Дж/моль·К – молярная газовая постоянная; T – термодинамическая температура газа; P– давление газа; V – объем газа.

Зависимость давления газа P от концентрации молекул n и температуры T газа (уравнение состояния газа):

$$P = nkT,$$

где k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу, $k = \frac{R}{N_A}$).

Опытные газовые законы. Объединенный газовый закон:

для неизменной массы газа : $\frac{PV}{T} = \text{const}$,

или для двух состояний газа: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$,

где P_1, V_1, T_1 – соответственно давление, объем и температура газа в начальном состоянии; P_2, V_2, T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс, $m = \text{const}$, $T = \text{const}$) $PV = \text{const}$, или для двух состояний газа: $P_1V_1 = P_2V_2$.

Закон Гей – Люссака (изобарный процесс, $m = \text{const}, P = \text{const},$): $\frac{V}{T} = \text{const}$, или для двух состояний газа: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

Закон Шарля (изохорный процесс, $m = \text{const}$, $V = \text{const}$): $\frac{P}{T} = \text{const}$, или для двух состояний газа: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов:

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_n,$$

где P – давление смеси газов; P_i – парциальное давление i - того компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 < \upsilon_{кв} >^2 \quad \text{или} \quad P = \frac{2}{3} n < E_к >,$$

где m_0 – масса одной молекулы; $< \upsilon_{кв} >$ – средняя квадратичная скорость молекул, $< E_к >$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа:

$$< E_{пост} > = \frac{3}{2} kT,$$

где k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу, $k = \frac{R}{N_A}$).

Средняя полная кинетическая энергия (приходящаяся на все стеnerни свободы молекулы):

$$< E_i > = \frac{i}{2} kT,$$

где i – сумма числа поступательных $i_{пост}$, числа вращательных $i_{вр}$ и удвоенного числа колебательных $i_к$ степеней свободы молекулы: $i = i_{пост} + i_{вр} + i_к$; для одноатомной молекулы $i = 3$ (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной $i = 5$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 2$ для вращательного движения); для трехатомной и более $i = 6$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 3$ для вращательного движения).

Внутренняя энергия идеального газа:

а) для произвольной массы газа - $U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} \nu RT$;

б) для одного моля газа - $U = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT$,

где i – число степеней свободы газа, k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура, N_A – постоянная Авогадро, R – молярная газовая постоянная, m – масса газа, M – молярная масса, ν – количество вещества.

Скорости молекул:

наиболее вероятная $\upsilon_{в} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$;

средняя квадратичная $\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$;

средняя арифметическая $\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$,

где m_0 – масса одной молекулы.

Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла): $dN = Nf(\upsilon)d\upsilon$,

где $f(\upsilon)$ – функция распределения молекул газа по скоростям (доля молекул, модули скоростей которых находятся в единичном интервале скоростей).

Аналитическое выражение функции распределения:

$$f(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon} = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \upsilon^2 e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}},$$

где m_0 – масса одной молекулы газа; k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Распределение частиц в потенциальном силовом поле (распределение Больцмана):

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)} \quad \text{или} \quad n = n_0 e^{-П/(kT)},$$

где n и n_0 – концентрации молекул соответственно на высоте h и h_0 =0; $П = m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

Распределение давления в однородном поле силы тяжести (барометрическая формула):

$$P = P_0 e^{-Mgh/(RT)} = P_0 e^{-m_0 gh/(kT)},$$

где h – координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; P – давление газа на высоте h; P_0 – давление газа на высоте h = 0; m_0 – масса частицы; M – молярная масса; g – ускорение свободного падения; R – молярная газовая постоянная; k – постоянная Больцмана.

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle \upsilon \rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle \upsilon \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\langle l\rangle=\frac{\langle\upsilon\rangle}{\langle z\rangle}=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2 P},$$

где $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Среднее число ударов молекул о единицу поверхности в единицу времени $\nu=\frac{1}{4}n\langle\upsilon\rangle$.

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости):

$$F=-\eta\frac{d\upsilon}{dx}S,$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью S; $\frac{d\upsilon}{dx}$ – градиент скорости; η – динамическая вязкость,

$$\eta=\frac{1}{3}\rho\langle\upsilon\rangle\langle l\rangle,$$

где ρ – плотность газа.

Закон теплопроводности Фурье:

$$Q=-\lambda\frac{dT}{dx}St,$$

где Q – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадь S за время t; $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры; λ – коэффициент теплопроводности,

$$\lambda=\frac{1}{3}c_V\rho\langle\upsilon\rangle\langle l\rangle,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объёме; ρ – плотность газа; $\langle\upsilon\rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул; $\langle l\rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика:

$$M=-D\frac{d\rho}{dx}St,$$

где M – масса вещества, переносимая посредством диффузии через площадь S за время t; $\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности, D – коэффициент диффузии, $D=\frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\langle l\rangle$.

Связь между коэффициентами теплопроводности λ, диффузии D и внутреннего трения η:

$$\eta=\rho D,\quad \frac{\lambda}{\eta c_V}=1,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа.

Теплоемкость – отношение элементарного количества теплоты dQ, сообщенного телу (системе) при бесконечно малом изменении его состояния в каком-либо процессе, к соответствующему изменению dT абсолютной температуры этого тела:

$$C_T = \frac{dQ}{dT}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и при постоянном давлении (c_p):

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M},$$

где i – число степеней свободы; R – молярная газовая постоянная.

Связь между молярной и удельной теплоемкостью: $C_M = cM$.

Молярные теплоемкости при постоянном объеме (C_V) и постоянном давлении (C_P): $C_V = \frac{i}{2}R; \quad C_p = \frac{i+2}{2}R.$

Связь между молярными теплоемкостями при постоянном объеме и постоянном давлении (при изобарном и изохорном процессах) выражается уравнением Майера: $C_p - C_V = R$.

Удельная теплоемкость смеси газов определяется отношением теплоемкости $C_{см}$ к массе этой смеси $m_{см}$: $c_{см} = \frac{C_{см}}{m_{см}}$.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{m}{M}C_V T,$$

где i – число степеней свободы молекулы; для одноатомной молекулы $i=3$ (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной $i=5$ ($i_{пост.}=3$ для поступательного движения, $i_{вр.}=2$ для вращательного движения); для трёхатомной и более $i=6$ ($i_{пост.}=3$ для поступательного движения, $i_{вр.}=3$ для вращательного движения).

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею; ΔU – изменение ее внутренней энергии; A – работа системы против внешних сил.

Первое начало термодинамики в дифференциальной форме: $\delta Q = dU + \delta A$.

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема - $dA = PdV$.

Полная работа при изменении объема газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV,$$

где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объемы газа.

Работа газа:

при изобарном процессе $A = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$;

при изотермическом процессе $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_1}{P_2}$;

при изохорном процессе $A = 0$.

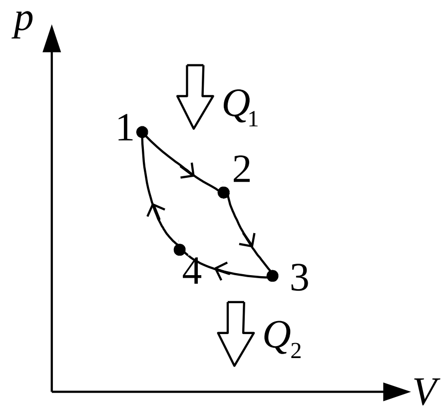
В условиях теплоизоляции системы реализуется адиабатный процесс, которым можно считать также процесс, протекающий столь быстро, что за время его осуществления не успевает произойти существенный теплообмен с внешней средой. Из первого начала термодинамики следует, что в адиабатном процессе работа совершается за счет изменения внутренней энергии: $\delta A = -dU$. Т.е. если газ расширяется, то его температура понижается, а при резком сжатии – возрастает.

Уравнение Пуассона, связывающее параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$PV^{\gamma} = \text{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad T^{\gamma}P^{1-\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты.

Среди всех круговых процессов большое значение имеет процесс, составленный из четырех процессов: двух изотерм и двух адиабат – цикл Карно.



Эффективность тепловой машины определяется термическим коэффициентом полезного действия (*КПД*) для кругового процесса (цикла): $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$,

где знак равенства относится к циклу Карно, A – работа, совершенная рабочим веществом в течение цикла (полезная работа); Q_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя рабочим веществом; Q_2 – количество теплоты, отданное при этом холодильнику; T_1 и T_2 – температуры нагревателя и холодильника.

Приведенная теплота $\left(\frac{Q}{T}\right)$ для любых изотермических переходов между двумя адиабатами есть величина постоянная: $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$; $\frac{Q}{T} = \text{const}$.

Функция, характеризующая направление протекания самопроизвольных процессов в замкнутой термодинамической системе, называется энтропией: $\frac{\delta Q}{T} = dS$.

Изменение энтропии тела в любом обратимом процессе, переводящем его из состояния 1 в состояние 2,

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где dQ – элементарное количество теплоты, полученное телом при температуре T.

Второе начало термодинамики: энтропия замкнутой системы при любых происходящих в ней процессах не уменьшается – она возрастает при необратимых процессах и остается постоянной в случае обратимых процессов, т.е. $\Delta S \geq 0$.

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то изменение энтропии:

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T},$$

где подынтегральное выражение и пределы интегрирования надо выразить через величины, характеризующие исследуемый процесс.

Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного моля газа:

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT,$$

где V_m – молярный объём; a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, различные для разных газов.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для произвольной массы газа:

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества; $V = \nu V_m$.

Внутреннее давление газа, обусловленное силами взаимодействия молекул:

$$P' = \frac{a}{V_m^2},$$

где a – постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения.

Критические параметры – объем V_k, давление P_k и температура T_k связаны с постоянными a и b Ван-дер-Ваальса соотношениями:

$$V_к = 3b; \quad P_к = \frac{a}{27b^2}; \quad T_к = \frac{8a}{27Rb},$$

где R – молярная газовая постоянная.

Внутренняя энергия реального газа:

одного моля - $U_m = C_V T - \frac{a}{V_m}$;

произвольной массы - $U_m = \frac{m}{M}\left(C_V T - \frac{a}{V_m}\right)$,

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Жидкости. Поверхностное натяжение:

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad \text{либо} \quad \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной энергии поверхностной плёнки жидкости, связанной с изменением площади ΔS поверхности этой плёнки.

Формула Лапласа, позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск). В случае сферической поверхности избыточное давление $\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$.

Высота подъёма жидкости в капиллярной трубке:

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r},$$

где θ – краевой угол; r – радиус капилляра; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Высота подъёма жидкости между двумя близкими и параллельными плоскостями:

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g d},$$

где d – расстояние между плоскостями.

Твёрдые тела. Закон Дюлонга и Пти:

$$C_V = 3R,$$

где C_V – молярная (атомная) теплоёмкость химически простого твёрдого тела.

При повышении температуры длина твёрдых тел возрастает в первом приближении линейно с температурой:

$$l_1 = l_0\left(1 + at\right),$$

где l_1 – длина тела при температуре t, l_0 – его длина при температуре 0℃, a – коэффициент линейного теплового расширения.

Для твёрдых изотропных тел: $a = \frac{1}{3}b$, где b – коэффициент объёмного теплового расширения.

Относительное изменение длины стержня по закону Гука в случае деформации продольного растяжения (или одностороннего сжатия) стержня: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \alpha p_н = \frac{1}{E} p_н$, где $p_н$ – удельная нагрузка (напряжения), $p_н = \frac{F}{S}$, где F – растягивающая (сжимающая) сила, S – площадь поперечного сечения; α – коэффициент упругости, $E = \frac{1}{\alpha}$ – модуль упругости (модуль Юнга).

Относительное изменение толщины стержня при продольном растяжении: $\frac{\Delta d}{d} = \varepsilon_п \cdot p_н$, где $\varepsilon_п$ – коэффициент поперечного сжатия.

Коэффициент Пуассона: $\mu = \frac{\varepsilon_п}{\varepsilon}$.