

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

по дисциплине « Исследование Операций»

на тему: « Решение задач теории игр»

Выполнил:
Принял:

Дата сдачи отчета: _____

Дата допуска к защите: _____

Дата защиты: _____

Цель работы: Получить практические навыки решения задач теории матричных игр.

Вариант 7

Задание 1

На основе описания правил матричной игры (Задача 1):

- а) составить платежную матрицу;
- б) найти решение игры.

Задание:

В игре принимают участие два игрока: А и В. Каждый из игроков может записать независимо от другого игрока число a , $a+2$ или $a-3$. Если разность между числами, записанными игроками А и В, - четное число, то игрок А выигрывает количество очков, равное модулю этой разности. Если разность – нечетное число, то выигрывает игрок В. Если разность равна нулю, то игра заканчивается вничью.

Параметр a равен номеру варианта.

Решение:

	A	B	C	D	E
1	стратегии	B1(2)	B2(5)	B3(7)	a_i
2	A1(2)	0	-3	-5	-5
3	A2(5)	3	0	-2	-2
4	A3(7)	5	2	0	0
5	B _j	5	2	0	
6					
7					
8	идеальная стратегия игрока				
9	A	3			
10	B	3			

Задание 2

Решить в смешанных стратегиях матричную игру, сведя ее к задаче линейного программирования (ЗЛП). Полученную ЗЛП решить средствами пакетов Mathcad или MS Excel (см. матрицу игры в таблице вариантов ниже).

85

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 & 6 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 6 & 2 \\ 2 & 1 & -6 & 2 & 1 \\ -3 & 5 & 1 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & -4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение:

	A	B	C	D	E	F		
1	стратегии	b1	b2	b3	b4	b5		
2	a1		3	3	-2	6		
3	a2		-1	2	-3	6		
4	a3		2	1	-6	2		
5	a4		-3	5	1	4		
6	a5		2	4	-4	-1		
7								
8	добавим							
9		6						
10								
11	стратегии	b1	b2	b3	b4	b5		
12	a1		9	9	4	12		
13	a2		5	8	3	12		
14	a3		8	7	0	8		
15	a4		3	11	7	10		
16	a5		8	10	2	5		
17								
18	решаем							
20		A1	A2	A3	A4	A5		ограничения
21			9	5	8	3	8	1
22			9	8	7	11	10	0,992366
23			4	7	0	7	2	0,089059
24			12	11	8	10	5	1
25			10	10	7	12	10	1
26			0	0	0,104326	0,007634	0,017812	0,129771
27								
28		F	0,129771					сумма вероятностей
29	P		0	0	0,803922	0,058824	0,137255	1

Решаем двойственную задачу

	B1	B2	B3	B4	B5			
	9	9	4	12	10	1		1
	5	8	3	12	8	0,647059		1
	8	7	0	8	7	0,470588		1
	3	11	7	10	12	1		1
	8	10	2	5	10	0,705882		1
	0,058824		0	0,117647	0	0	0,176471	
	F	0,176471						сумма вероятностей
Q	0,333333	0	0,666667	0	0	0	1	
	Цена игры							
Y	3,705882							

Задание 3

Найти решение игры с природой (Задача 2). Получить решение, используя критерии: а) Байеса; б) Байеса – Лапласа; в) максиминный критерий Вальда; г) Сэвиджа; д) Гурвица.

Исходные данные:

Вычисляем критерий Байеса

По критерию Байеса за оптимальные принимается та стратегия (чистая) A_i , при которой максимизируется средний выигрыш a или минимизируется средний риск r .

Считаем значения $\sum(a_{ij}p_j)$

Вычисляем критерий Лапласа

Если вероятности состояний природы правдоподобны, для их оценки используют принцип недостаточного основания Лапласа, согласно которого все состояния природы полагаются равновероятными, т.е.:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = 1/n.$$

Критерий Лапласа												
	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10	П11	
A1(5)	9000	10620	12240	13860	15480	17100	18720	20340	21960	23580	25200	17100
A2(6)	8730	10800	12420	14040	15660	17280	18900	20520	22140	23760	25380	17239,09
A3(7)	8460	10530	12600	14220	15840	17460	19080	20700	22320	23940	25560	17337,27
A4(8)	8190	10260	12330	14400	16020	17640	19260	20880	22500	24120	25740	17394,55
A5(9)	7920	9990	12060	14130	16200	17820	19440	21060	22680	24300	25920	17410,91
A6(10)	7650	9720	11790	13860	15930	18000	19620	21240	22860	24480	26100	17386,36
A7(11)	7380	9450	11520	13590	15660	17730	19800	21420	23040	24660	26280	17320,91
A8(12)	7110	9180	11250	13320	15390	17460	19530	21600	23220	24840	26460	17214,55
A9(13)	6840	8910	10980	13050	15120	17190	19260	21330	23400	25020	26640	17067,27
A10(14)	6570	8640	10710	12780	14850	16920	18990	21060	23130	25200	26820	16879,09
A11(15)	6300	8370	10440	12510	14580	16650	18720	21060	23130	24930	27000	16699,09
q	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	0,090909	17410,91

Выбираем 5-ю стратегию

Вычисляем критерий Вальда:

По критерию Вальда за оптимальную принимается чистая стратегия, которая в наихудших условиях гарантирует максимальный выигрыш, т.е.

$$a = \max(\min a_{ij})$$

Критерий Вальда ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

Критерий Вальда												
	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10	П11	
A1(5)	9000	10620	12240	13860	15480	17100	18720	20340	21960	23580	25200	9000
A2(6)	8730	10800	12420	14040	15660	17280	18900	20520	22140	23760	25380	8730
A3(7)	8460	10530	12600	14220	15840	17460	19080	20700	22320	23940	25560	8460
A4(8)	8190	10260	12330	14400	16020	17640	19260	20880	22500	24120	25740	8190
A5(9)	7920	9990	12060	14130	16200	17820	19440	21060	22680	24300	25920	7920
A6(10)	7650	9720	11790	13860	15930	18000	19620	21240	22860	24480	26100	7650
A7(11)	7380	9450	11520	13590	15660	17730	19800	21420	23040	24660	26280	7380
A8(12)	7110	9180	11250	13320	15390	17460	19530	21600	23220	24840	26460	7110
A9(13)	6840	8910	10980	13050	15120	17190	19260	21330	23400	25020	26640	6840
A10(14)	6570	8640	10710	12780	14850	16920	18990	21060	23130	25200	26820	6570
A11(15)	6300	8370	10440	12510	14580	16650	18720	21060	23130	24930	27000	6300

9000

Выбираем 1-ю стратегию

Вычисляем критерий Севиджа:

Критерий минимального риска Севиджа рекомендует выбирать в качестве оптимальной стратегии ту, при которой величина максимального риска минимизируется в наихудших условиях, т.е. обеспечивается:

$$a = \min(\max r_{ij})$$

Критерий Севиджа ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

Находим матрицу рисков.

Риск – мера несоответствия между разными возможными результатами принятия определенных стратегий. Максимальный выигрыш в j -м столбце $b_j = \max(a_{ij})$ характеризует благоприятность состояния природы.

Критерий Севиджа

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10	П11	max
A1(5)	0	180	360	540	720	900	1080	1260	1440	1620	1800	1800
A2(6)	270	0	180	360	540	720	900	1080	1260	1440	1620	1620
A3(7)	540	270	0	180	360	540	720	900	1080	1260	1440	1440
A4(8)	810	540	270	0	180	360	540	720	900	1080	1260	1260
A5(9)	1080	810	540	270	0	180	360	540	720	900	1080	1080
A6(10)	1350	1080	810	540	270	0	180	360	540	720	900	1350
A7(11)	1620	1350	1080	810	540	270	0	180	360	540	720	1620
A8(12)	1890	1620	1350	1080	810	540	270	0	180	360	540	1890
A9(13)	2160	1890	1620	1350	1080	810	540	270	0	180	360	2160
A10(14)	2430	2160	1890	1620	1350	1080	810	540	270	0	180	2430
A11(15)	2700	2430	2160	1890	1620	1350	1080	540	270	270	0	2700
												min 1080
max	9000	10800	12600	14400	16200	18000	19800	21600	23400	25200	27000	
Выбираем стратегию 5-ю												

Критерий Гурвица

Критерий Гурвица является критерием пессимизма - оптимизма. За (оптимальную принимается та стратегия, для которой выполняется соотношение:

$$\max(s_i)$$

где $s_i = y \min(a_{ij}) + (1-y)\max(a_{ij})$

При $y = 1$ получим критерий Вальде, при $y = 0$ получим – оптимистический критерий (максимакс).

Критерий Гурвица учитывает возможность как наихудшего, так и наилучшего для человека поведения природы. Как выбирается y ? Чем хуже последствия ошибочных решений, тем больше желание застраховаться от ошибок, тем y ближе к 1.

Критерий Гурвица

$y = 0,5$

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10	П11	min	max	рез
A1(5)	9000	10620	12240	13860	15480	17100	18720	20340	21960	23580	25200	9000	25200	17100
A2(6)	8730	10800	12420	14040	15660	17280	18900	20520	22140	23760	25380	8730	25380	17055
A3(7)	8460	10530	12600	14220	15840	17460	19080	20700	22320	23940	25560	8460	25560	17010
A4(8)	8190	10260	12330	14400	16020	17640	19260	20880	22500	24120	25740	8190	25740	16965
A5(9)	7920	9990	12060	14130	16200	17820	19440	21060	22680	24300	25920	7920	25920	16920
A6(10)	7650	9720	11790	13860	15930	18000	19620	21240	22860	24480	26100	7650	26100	16875
A7(11)	7380	9450	11520	13590	15660	17730	19800	21420	23040	24660	26280	7380	26280	16830
A8(12)	7110	9180	11250	13320	15390	17460	19530	21600	23220	24840	26460	7110	26460	16785
A9(13)	6840	8910	10980	13050	15120	17190	19260	21330	23400	25020	26640	6840	26640	16740
A10(14)	6570	8640	10710	12780	14850	16920	18990	21060	23130	25200	26820	6570	26820	16695
A11(15)	6300	8370	10440	12510	14580	16650	18720	21060	23130	24930	27000	6300	27000	16650
														17100

Из вычисленных критериев можно сделать вывод что наилучшими будут стратегия 1 и 5.

Вывод: Получил практические навыки решения задач теории матричных игр. Научился решать матричные игры. Научился решать игры с природой.