

**Физика. Оптика**  
**Лабораторный практикум**

для студентов технических специальностей  
дневной и заочной формы обучения

## Содержание

<b>1. Предисловие</b>	<b>3</b>
<b>2. Лабораторная работа № 3-1</b>	
«Определение радиуса кривизны стеклянной линзы с помощью колец Ньютона»	4
<b>3. Лабораторная работа №3-2</b>	
«Определение длины световой волны с помощью бипризмы Френеля»	14
<b>4. Лабораторная работа №3-3</b>	
«Изучение дифракции света от щели»	23
<b>5. Лабораторная работа №3-4</b>	
«Определение длины световой волны с помощью дифракционной решетки»	35
<b>6. Лабораторная работа №3-5</b>	
«Изучение поляризованного света»	45
<b>7. Литература</b>	<b>54</b>

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Лабораторный практикум содержит работы, которые входят в программу обучения студентов инженерно-технических специальностей вузов по разделу «Оптика» курса физики.

Цель практикума – научить студентов самостоятельно анализировать физические явления и законы, положенные в основу выполняемых лабораторных работ.

В практикуме описаны работы по основам: интерференция света, дифракции света на щели и дифракционной решетки, поляризации света. Изложена сущность изучаемых явлений и приведена литература, в которой эти явления описаны подробно.

Перед выполнением лабораторной работы студент обязан разобраться в том, какое явление будет изучать, и что будет измерять. Для этого он должен изучить, помимо материала, изложенного в данном практикуме, соответствующий раздел учебника и конспект лекций.

## *Лабораторная работа №1*

# **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ СТЕКЛЯННОЙ ЛИНЗЫ С ПОМОЩЬЮ КОЛЕЦ НЬЮТОНА**

**Цель работы:** 1. Изучение явления интерференции света в тонких пленках. 2. Определение радиуса кривизны стеклянной линзы.

**Приборы и принадлежности:** осветитель, светофильтр, линзы, плоскопараллельная пластина.

### **1. Теоретическая часть**

#### ***1.1. Введение***

*Интерференция света – перераспределение интенсивности в результате наложения когерентных световых волн. Волны называются **когерентными**, если они имеют равные частоты и постоянную разность начальных фаз. Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы колебания световых векторов интерферирующих волн совершались вдоль одного и того же направления, то есть чтобы интерферирующие волны были поляризованы в одной плоскости. Так как независимые источники света испускают излучения на разных частотах и с разными фазами, то есть являются некогерентными, то для получения интерференции необходимо разделить световую волну от одного источника на две волны или более волн и затем их наложить.*

#### ***1.2. Интерференция в тонких пленках***

Радужная окраска тонких пленок (мыльных пузырей, пленок нефти или масла на поверхности воды), наблюдаемая в естественных условиях, является примером интерференции света в тонких пленках. Образование когерентных волн, интерферирующих при наложении, происходит в этом случае вследствие отражения падающего на пленку света от ее верхней и нижней поверхностей. Результат интерференции зависит от сдвига фаз, приобретаемого накладываемыми волнами в пленке. Пусть на плоско-параллельную

прозрачную пленку с показателем преломления  $n$  и толщиной  $d$  под углом  $\alpha$  (рис. 1) падает плоская монохроматическая волна (для простоты рассмотрим один луч). На поверхности пленки в точке  $O$  падающий луч разделится на два: частично отразится от верхней поверхности пленки (луч 1), а частично преломится. Преломленный луч, дойдя до точки  $C$ , частично преломится, а частично отразится.

Отраженный луч пойдет к точке  $B$ , где он опять частично отразится и преломится (луч 2), выходя в воздух под углом  $\alpha$ . Вышедшие из пленки лучи 1 и 2 когерентны. Результат интерференции этих лучей зависит от оптической

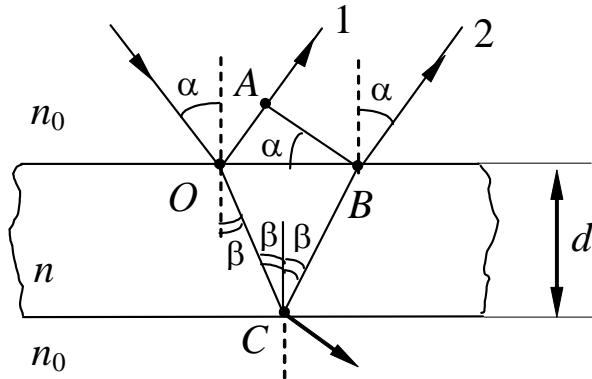


Рис. 1. К расчету оптической длины пути в тонких пленках

разности хода между ними. Оптическая разность хода, возникшая между двумя интерферирующими лучами от точки  $O$  до плоскости  $AB$ ,

$$\Delta = n (|OC| + |CB|) - n_0 |OA|,$$

где  $n_0$  – показатель преломления окружающей пленку среды.

Для случая, изображенного на рис. 1,  $n_0 = 1$ ,  $OC = CB = d/\cos\beta$ ,  $OA = OB \sin \alpha = 2d \tan \beta \sin \alpha$ .

$$\Delta = \frac{2d n}{\cos\beta} - 2d \tan \beta \cdot \sin \alpha = 2d \frac{n^2 - n \sin \beta \sin \alpha}{n \cos\beta}$$

и принимая во внимание закон преломления  $n_0 \sin \alpha = n \sin \beta$ , получим

$$\Delta = 2dn \cos\beta = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (1)$$

При вычислении разности фаз  $\Delta\phi$  между колебаниями в лучах 1 и 2 нужно, кроме оптической разности хода  $\Delta$ , необходимо учесть изменения фазы волны при отражении от границы раздела

среды, оптически менее плотной, со средой оптически более плотной. Фаза волны претерпевает изменение на  $\pi$ , что соответствует потери полуволны для оптической разности хода.

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2}, \quad (2)$$

Если  $n > n_0$ , то потеря полуволны произойдет в точке  $O$  и  $\lambda_0/2$  будет иметь знак минус. Если  $n < n_0$ , то потеря полуволны произойдет в точке  $C$  и  $\lambda_0/2$  будет иметь знак плюс, где  $\lambda_0$  – длина волны света в вакууме. При интерференции в тонких пленках условие максимума имеет вид:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, \quad (3)$$

$m = 0, 1, 2, \dots$ ,  $m$  – число длин волн укладывающихся на отрезке с разностью хода  $\Delta$ .

Условие минимума имеет вид:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad (4)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$

### 1.3. Полосы равного наклона

Параллельные лучи, отраженные от плоскопараллельных пленок не могут пересекаться на конечном расстоянии. Следовательно, интерференционные полосы так же не могут возникнуть на конечном расстоянии от поверхности пленки поэтому говорят, что они локализованы в бесконечности. То есть интерференционные полосы рассмотренные в разделе 1.2 можно наблюдать глазом аккомодированным на бесконечность или после прохождения лучей через собирающую линзу на экране находящейся в фокусе линзы. Если на пленку падает пучок непараллельных лучей, то в соответствии с формулами (2) и (3) следует, что интерференционная картина в пленках (пластинах) определяется величинами  $\lambda_0$ ,  $d$ ,  $n$ ,  $\alpha$ .

Для данных  $\lambda_0$ ,  $d$ ,  $n$  каждому наклону лучей  $\alpha$  соответствует своя интерференционная полоса. *Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пленку (пластину) под одинаковыми углами, называются полосами равного наклона.*

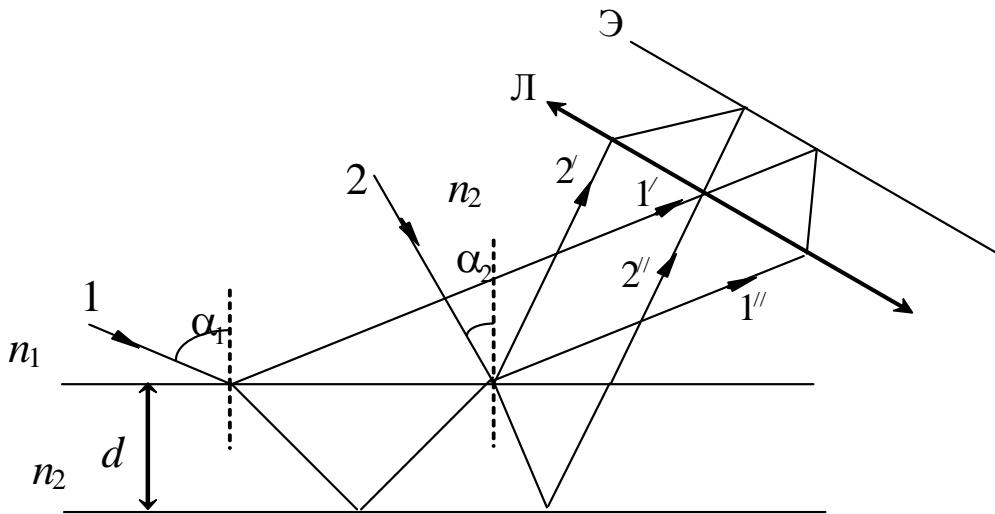


Рис. 2. Локализация полос равного наклона

Интерференционная картина наблюдается на экране  $\mathcal{E}$ , установленном в фокальной плоскости собирающей линзы  $L$  (рис. 2), имеет вид чередующихся темных и светлых полос. При освещении пленки белым светом на экране наблюдается система разноцветных полос равного наклона.

#### 1.4. Полосы равной толщины

При отражении параллельного (или почти параллельного) пучка лучей света ( $\alpha = \text{const}$ ) от тонкой оптически прозрачной пленки переменной толщины  $d$  оптическая разность хода интерферирующих волн изменяется при переходе от одной точки на поверхности пленки к другой в соответствии с изменением толщины  $d$ , так что условия интерференции одинаковы в точках соответствующих одинаковым значениям  $d$ . *Интерференционные полосы, возникающие*

в результате отражения от мест одинаковой толщины, называются полосами равной толщины.

Пусть на клин (угол между боковыми гранями мал) падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами 1 и 2 (рис. 3). Из всех лучей на которые разделится падающий луч 1, рассмотрим лучи  $1'$  и  $1''$ , отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина. Полученные таким образом два когерентных луча дают интерференционный эффект вблизи верхней поверхности клина в точке  $B$ . При малом угле клина  $\varphi$  и малом угле падения луча  $\alpha$  точка  $B$  близка к точке  $A$  и практически будет находиться на поверхности клина.

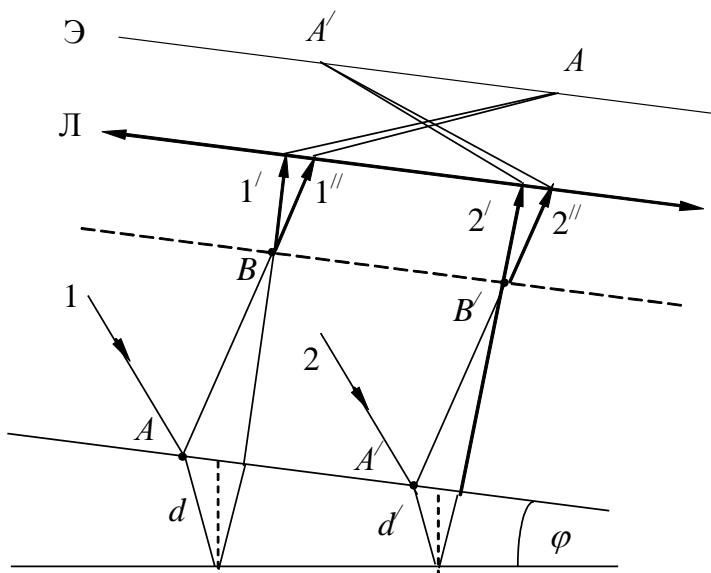


Рис. 3. Образование полос равной толщины

Оптическая разность хода между интерферирующими лучами  $1'$  и  $1''$  может быть вычислена по формуле (2) с учетом малости угла падения  $\alpha$ .

$$\Delta = 2dn \pm \frac{\lambda_0}{2}, \quad (5)$$

где  $d$  – толщина клина в месте падения на него луча,  $n$  – показатель преломления материала клина. Тогда условия образования интерференционных максимумов и минимумов принимают вид:

$$2dn - \frac{\lambda_0}{2} = \pm m\lambda_0 \quad - \quad \text{максимума,}$$

$$2dn - \frac{\lambda_0}{2} = \pm (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad - \quad \text{минимума,}$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Для лучей  $2'$  и  $2''$  оптическая разность хода определяется толщиной  $d'$ .

Наблюдать полосы равной толщины можно либо спроектировав с помощью линзы  $L$  на экран  $\mathcal{E}$  поверхность клиновидной пластинки (рис. 3), либо непосредственно глазом, аккомодированным на поверхность клина.

### 1.5. Кольца Ньютона

Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона, которые образуются при интерференции световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой клиновидной

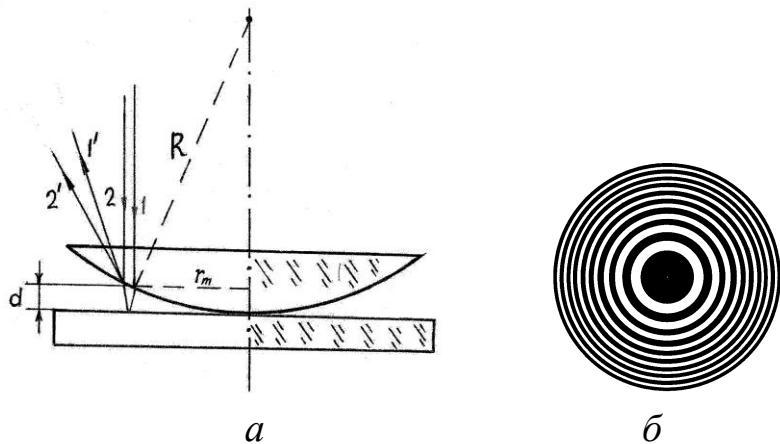


Рис. 4. К расчету радиусов колец Ньютона

воздушной прослойки, заключенной между выпуклой поверхностью линзы и плоской стеклянной пластинкой (рис. 4  $a$ ). При нормальном падении параллельного пучка монохроматического света на плоскую поверхность линзы, отраженные лучи интерферируя, образуют полосы равной толщины, имеющие вид концентрических окружностей (рис. 4  $б$ ).

В отраженном свете оптическая разность хода (с учетом потери полуволны при отражении от менее оптически плотной среды)

при условии, что показатель преломления воздуха  $n = 1$ , а угол падения  $\alpha = 0$ ,

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2}, \quad (6)$$

где  $d$  – ширина зазора,  $R$  – радиус кривизны линзы,  $r$  – радиус кривизны окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор  $d$ .

Из рис. 4 следует, что

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = R^2 - R^2 + 2Rd \cdot d^2 = 2Rd - d^2.$$

Принимая во внимание, что  $d$  мало, пренебрегая  $d^2$ , получим:

$$r^2 = 2dR; \quad 2d = r^2/R.$$

Тогда оптическая разность хода с учетом (6) равна

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Учитывая условия интерференционных максимумов и минимумов для тонких пленок, выражения для радиусов  $r_m$  светлого и  $r'_m$  темного кольца в отраженном свете, соответственно, будут равны

$$r_m = \sqrt{(2m-1)R \frac{\lambda_0}{2}} \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

$$r'_m = \sqrt{mR\lambda_0} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

В проходящем свете возникает дополнительная интерференционная картина и при монохроматическом освещении поверхности линзы на месте светлых колец образуются темные и наоборот.

$$r_m = \sqrt{mR\lambda_0} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

$$r'_m = \sqrt{(2m-1)R \frac{\lambda_0}{2}} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

Если на линзу падает белый свет, то в отраженном свете в центре наблюдается центральное темное пятно, окруженное системой цветных колец, соответствующих интерференционным максимумам отраженного света с различными значениями  $\lambda$ .

## 2. Описание установки

Схема установки представлена на рис. 5.

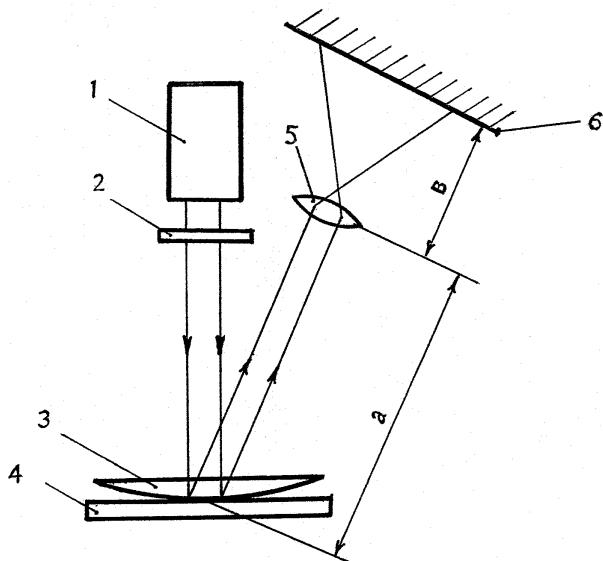


Рис. 5. Схема установки для наблюдения колец Ньютона

Источником света служит лампочка накаливания 1, свет которой проходит через светофильтр 2 и попадает на линзу 3, которая помещена на стеклянной подложке 4. Интерференционная картина в виде колец Ньютона в отраженном свете с помощью линзы 5 проецируется на экран 6.

## 3. Порядок выполнения

1. Получите на экране интерференционные кольца. Перемещением линзы 5 и экрана 6 добиться резкой видимости интерференционной

картины. Картина, полученная на экране, есть увеличенное изображение действительных колец Ньютона.

2. Измерьте расстояние,  $a$  между деталями 4 – 5 и расстояние  $b$  между деталями 5 – 6. Измерьте диаметры  $d'$  3 – 4 темных интерференционных колец.
3. Вычислите действительные диаметры  $d$  колец Ньютона по формуле

$$d = \frac{a}{b} d'.$$

4. Определите радиус кривизны линзы  $R$  измерив 3 – 4 пары колец Ньютона по формуле

$$R = \frac{d_i'^2 - d_j'^2}{4(i-j)\lambda} \cdot \frac{a^2}{b^2} .$$

где  $i$  – номер большего кольца Ньютона,  $j$  – номер меньшего кольца.

Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу 1.

Таблица 1

Номер кольца	$d'$	$d$	$a$	$b$	Номер пар	$R$
1					2 – 1	
2					3 – 2	
3					3 – 1	

6. Вычислите среднее значение радиуса  $R$  и результат представьте в виде  $R = \bar{R} \pm \Delta R$ .

Вопросы для самоконтроля:

1. Как определяется оптическая длина пути световой волны и оптическая разность хода световых волн?
2. Запишите условия образования максимумов и минимумов при интерференции света.

3. Как образуются когерентные волны в данной лабораторной работе?
3. Поясните образование интерференционных колец, наблюдаемых на экране. Почему они имеют вид концентрических колец?
4. В чем отличия интерференционных картин колец Ньютона в отраженном и проходящем свете?

# Лабораторная работа № 2

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ БИПРИЗМЫ ФРЕНЕЛЯ

**Цель работы:** 1. Изучение явления интерференции световых волн.  
2. Определение длины световой волны.

**Приборы и принадлежности:** Не-Не лазер, бипризма Френеля, поляризатор, измерительный микроскоп.

### 1. Теоретическая часть

#### 1.1. Световые волны

Волной называется колебание, распространяющееся в пространстве с течением времени. Свет является электромагнитными волнами распространяющимися в пространстве. Как показывает экспериментальные данные основные физические действия света оказывает колебания электрического поля. Поэтому говоря о световом векторе мы будем подразумевать вектор напряженности электрического поля ( $\vec{E}$ ).

Простейшими волнами описывающими свет являются плоские монохроматические волны. Уравнение плоской монохроматической волны распространяющейся вдоль оси  $x$  имеет вид:

$$S = A \cos(\omega t - kx + \phi_0). \quad (1)$$

Здесь  $S$  – модуль светового вектора (вектора  $\vec{E}$ ),  $A$  – амплитуда световой волны. Амплитуда – максимальное значение изменения переменной величины от среднего значения при колебательном или волновом движении.  $\omega$  – циклическая частота,  $\omega = 2\pi\nu$ ,  $\nu$  – частота волны. Частота – число колебаний переменной величины в периодическом процессе совершаемых в единицу времени (в СИ за одну секунду, единица измерения Гц - герц). Тогда циклическая частота – число колебаний за  $2\pi$  секунд. Единица измерений  $[\omega] = 1$  рад/с (радиан в секунду). Обратная величина частоты называется периодом  $T = 1/\nu$ . Период

колебаний – время за который происходит один полный цикл колебаний светового вектора.  $k$  – волновое число,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина световой волны в среде. Длина волны – расстояние между двумя ближайшими друг к другу точками, колеблющимися в одинаковых фазах. Фаза гармонической волны это аргумент гармонической функции. В данном случае фаза волны равна  $\phi = \omega t - kx + \phi_0$ ,  $\phi_0$  – начальная фаза волны – фаза волны в начале координат в момент времени  $t = 0$ . Знак минус перед членом  $kx$  указывает на то, что волна распространяется в направлении возрастания  $x$ .

*Волновая поверхность световой волны – геометрическое место точек колеблющихся в одной фазе.* Для волны вида (1) волновые поверхности являются параллельными плоскостями перпендикулярные к оси  $x$ . *Плоская волна это волна, волновые поверхности которой являются совокупность параллельных плоскостей перпендикулярных направлению распространения волны.*

Скорость распространения волны равна  $\vartheta = \lambda/T$ . Отсюда  $\lambda = \vartheta T$ , то есть *длина волны – расстояния на который волна распространяется за один период.* Световая волна в вакууме распространяется со скоростью  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. В среде скорость распространения световой волны всегда меньше чем в вакууме. *Величина показывающая во сколько раз скорость света в среде меньше чем в вакууме называется показателем преломления среды*  $n = c/\vartheta$ . Длина волны одной и той же частоты (периода) в среде всегда меньше чем в вакууме  $\lambda = \lambda_0/n$ , где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме.

Если световая волна распространяется в произвольном направлении, то уравнение плоской волны имеет вид:

$$S = A \cos(\omega t - \mathbf{k}\vec{r} + \phi_0), \quad (2)$$

где  $\mathbf{k}$  – волновой вектор,  $\vec{r}$  – радиус вектор точки пространства. Модуль волнового вектора совпадает с волновым числом волны, а направлен он вдоль распространения волны.

Кроме плоских волн простейшими являются и сферические волны. *Сферическая волна это такая волна, волновые поверхности которой являются совокупность концентрических сфер*, центр которых называется источником волны. Уравнение

гармонической сферической волны, в системе координат с центром в источнике волны, имеет вид:

$$S = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r} + \varphi_0), \quad (3)$$

где  $A = A_0/r$  – амплитуда сферической волны,  $A_0$  – амплитуда волны в на расстоянии 1 метр от источника,  $r$  – расстояние от источника волны до рассматриваемой точки пространства ( $r$  модуль радиус вектора  $\vec{r}$ ).

## 1.2. Интерференция двух световых волн

*Интерференция световых волн – явление перераспределения интенсивности света в пространстве в результате наложения двух или нескольких когерентных волн. Две волны называют взаимно когерентными в некоторой области пространства если их разность фаз во всех точках этой области не зависит от времени.*

Пусть в некоторой точке пространства происходит наложение двух гармонических плоских волн

$$\begin{aligned} S_1 &= A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{10}) \\ S_2 &= A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{20}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\varphi_{10}, \varphi_{20}$  – начальные фазы первой и второй волны.

Разность фаз двух гармонических волн (4) равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)x + (\varphi_{10} - \varphi_{20}). \quad (5)$$

Если частоты волн совпадают  $\omega_1 = \omega_2$ , то волны являются когерентными  $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{10} - \varphi_{20}$ , ( $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/9$ ). Амплитуда результирующего колебания в данной точке пространства определяется выражением (см. И.В. Савельев. Курс общей физики, т.1)

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_{10} - \varphi_{20}).$$

Интенсивность складываемых когерентных волн равна:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{20})$$

В тех точках пространства, в которых  $\cos(\varphi_{10} - \varphi_{20}) = 1$  наблюдается максимум интенсивности света, а где  $\cos(\varphi_{10} - \varphi_{20}) = -1$ , минимум интенсивности света.

Для получения максимума интенсивности складываемых световых волн, необходимо чтобы их разность фаз была кратна  $2\pi$ , а для разности хода кратно целому числу волн. То есть.

$$\Delta\varphi_{\max} = 2m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (6a)$$

$$\Delta_{\max} = L_1 - L_2 = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (6b)$$

где  $L = nl$  – оптическая длина пути световой волны,  $l$  – геометрическая пути световой волны в среде с показателем преломления  $n$ .

Условия минимума интенсивности при интерференции двух световых волн для разности фаз и разности хода, соответственно, равны:

$$\Delta\varphi_{\max} = (2m+1)\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (6c)$$

$$\Delta_{\max} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6d)$$

Если в поле интерференции внести экран то на нем будет видна интерференционная картина в виде чередующихся светлых и темных полос. *Расстояния между двумя соседними минимумами интенсивности называется шириной интерференционной полосы.*

### 1.3. Опыт Юнга

Опыт Юнга – эксперимент, проведённый английским ученым Томасом Юнгом в 1803 году и ставший экспериментальным доказательством волновой теории света. В опыте пучок света

направляется на непрозрачный экран-ширму с двумя параллельными прорезями, позади которого устанавливается проекционный экран. Особенность прорезей в том, что их ширина сравнима с длиной волны излучаемого света. На экране наблюдается интерференционная картина имеющая вид чередующихся светлых и темных прямолинейных полос.

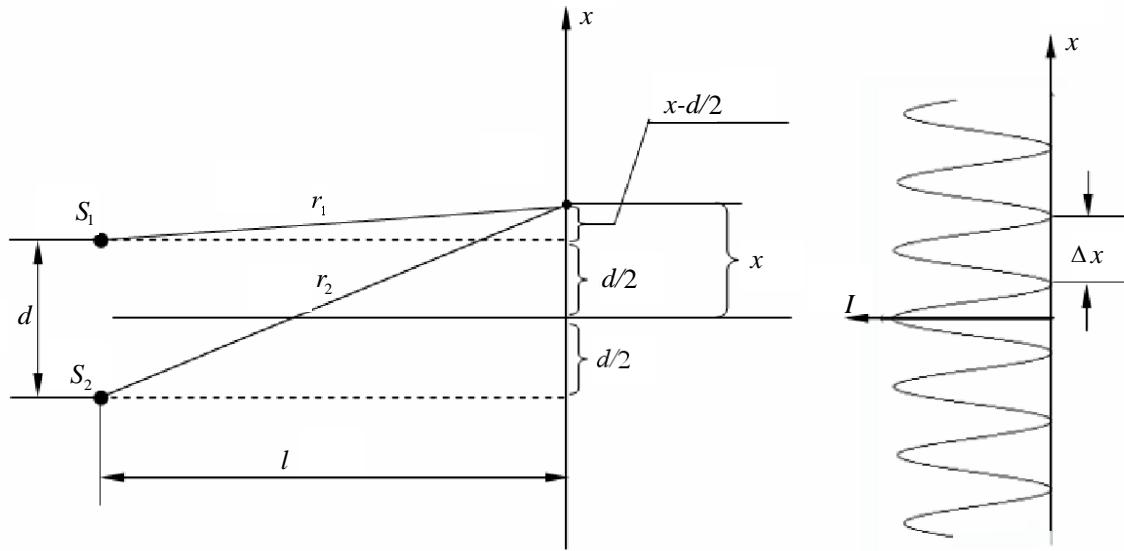


Рис.1 Опыта Юнга

На рис. 1  $S_1$ ,  $S_2$  – когерентные источники света,  $r_1$ ,  $r_2$  – расстояния от источников до точки экрана координатой  $x$ ,  $d$  – расстояние между источниками,  $l$  – расстояние от источников до точки наблюдения. Из прямоугольных треугольников по теореме Пифагора расстояния  $r_1$ ,  $r_2$  равны:  $r_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2$ ,  $r_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2$ . Разность квадратов расстояний равна:  $r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd$ . Так как для воздуха  $n \approx 1$ , то  $r_2 - r_1 = \Delta$ ,  $\Delta$  – оптическая разность хода волн приходящих в точку  $x$ . Учитывая, что в опыте Юнга расстояние между когерентными источниками света значительно меньше  $l$ , и  $r_1 + r_2 \approx 2l$ , то оптическая разность хода равна:

$$\Delta = \frac{xd}{l}. \quad (7)$$

С учетом (6) находим условие максимума интенсивности на экране в точка с координатой  $x$ .

$$x_{\max} = \frac{l}{d} m \lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (8a)$$

а условие минимума интенсивности в точках

$$x_{\min} = \frac{l}{d} (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8b)$$

Ширина интерференционной полосы определяется из разности ближайших минимумов  $\Delta x = x_{m+1,\min} - x_{m,\min} = l\lambda/d$ . Отметим, что  $\Delta x$  не зависит от порядка ( $m$ ) минимума. Зависимость интенсивности  $I$  интерференционной картины на экране от координаты  $x$  имеет вид, приведенный на рисунке 1, справа.

### 1.3. Бипризма Френеля

*Бипризма Френеля* представляет собой две призмы с малым преломляющим углом  $\theta$ , изготовленные из одного куска стекла и имеющие общее основание (рис. 2). Параллельно этому основанию на расстоянии  $a$  от него располагается источник света  $S$ . Угол падения лучей на бипризму мал, вследствие чего все лучи отклоняются бипризмой на одинаковый угол:

$$\alpha = (n - 1)\theta,$$

где  $n$  – показатель преломления стекла. В результате прохождения света через призму образуются две когерентные цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников  $S_1, S_2$ , лежащих в одной плоскости с  $S$ . На рис. 2 первая волна обозначена крайними лучами  $1-1'$ , вторая лучами  $2-2'$ . В области между лучами  $1'$  и  $2'$  происходит наложение двух когерентных волн и наблюдается интерференция. Расстояние между мнимыми источниками равно

$$d = 2a \sin \alpha \approx 2a(n-1)\theta,$$

Так как угол  $\alpha$  мал, то  $\sin \alpha \approx \alpha$ , то есть  $\alpha \approx 2a(n-1)\theta$ . Ширину интерференционной полосы находим по формуле:

$$\Delta x = \frac{a+b}{2a(n-1)\theta} \lambda_0. \quad (9)$$

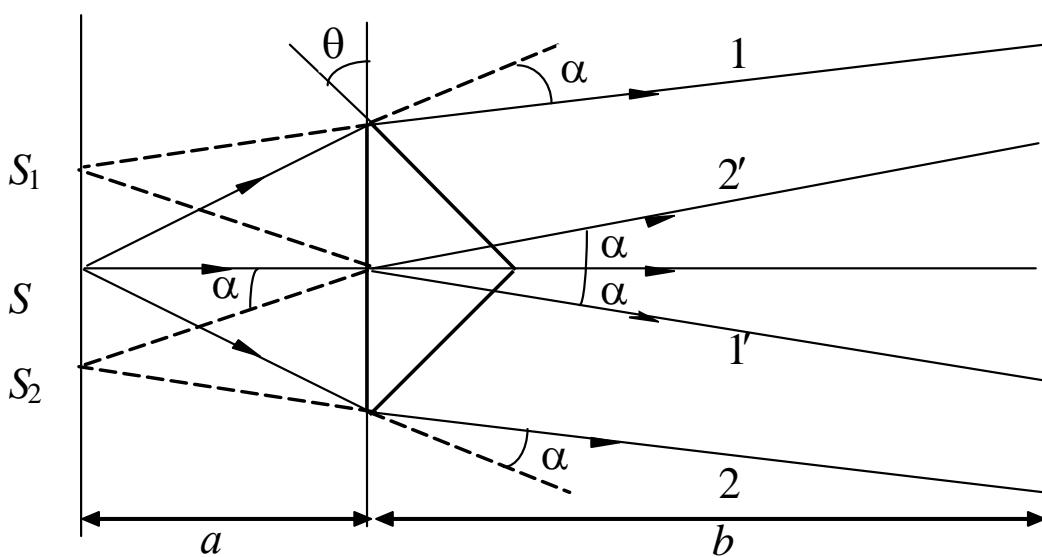


Рис. 3. Ход лучей в бипризме Френеля

Если на бипризму Френеля падает не цилиндрическая, а плоская волна, то в формуле (4) можно осуществить предельный переход ( $b/a \ll 1$ , т.е.  $b \ll a$ ), разделив числитель и знаменатель на  $a$ , и пренебрегая слагаемым  $b/a$  по сравнению с единицей, получим ширину интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{\lambda_0}{2(n-1)\theta}. \quad (9a)$$

Из формулы (9a) можно определить длину волны излучения, если известны параметры бипризмы Френеля и измерена ширина интерференционной полосы.

$$\lambda_0 = 2(n-1)\theta \quad (10)$$

## 2. Описание установки

Установка для определения длины световой волны с помощью бипризмы Френеля состоит из источника монохроматического излучения (Не-Не лазер – ЛГ), бипризмы Френеля (Б) и измерительного микроскопа (М), установленных на жесткий рельс. Схема установки приведена на рис. 4.

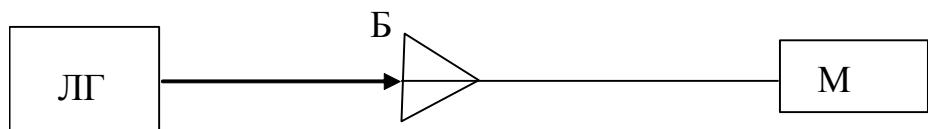


Рис. 4. Схема установки

Параметры бипризмы Френеля  $n = 1,575$ ,  $\theta = 4 \cdot 10^{-3}$  радиана ( $\approx 0,23^\circ$ ). Цена деления окулярного микроскопа  $1,78 \cdot 10^{-2}$  мм/дел.

## 3. Порядок выполнения работы

1. Установите оптические элементы установки согласно рисунка 4. Луч должен падать на грань бипризмы Френеля и попадать в объектив микроскопа.
2. Произведите юстировку по лучу лазера. Добитесь появления в поле зрения микроскопа четкой интерференционной картины. Расстояние от бипризмы Френеля до объектива микроскопа порядка  $[20 - 25]$   $\text{мм}$ .
3. Измерьте с помощью микроскопа ширину интерференционной полосы  $\Delta x$ . Для этого выберите несколько полос  $N$ , подсчитайте число делений  $m$  от середины 1-ой до середины  $N$ -й полосы. Определите  $\Delta x$  по формуле:

$$\Delta x = \frac{mC}{N-1},$$

где  $C$  – цена деления окулярного микрометра.

Измерения повторите три раза, меняя значения  $N$ . Результаты запишите в таблицу 1.

Таблица 1

№ п/п	$N$	$m$	$\Delta x$ , мм	$\lambda$ , нм	$\Delta\lambda$ , нм	$\lambda_{\text{ср}}$ , нм
1.						
2.						
3.						

4. Вычислите длину волны по формуле (10), а также абсолютную погрешность измерений  $\Delta\lambda$ . Результаты измерений представьте в нанометрах.

Вопросы для самоконтроля:

1. Что такое световые волны?
2. В чем состоит явление интерференции световых волн?
3. Какие волны способны интерферировать? Почему?
4. Выведите формулы для определения ширины интерференционной полосы и расстояния между полосами.
5. Как зависит ширина интерференционной полосы от длины волны излучения?
6. Выведите условия для максимума и минимума амплитуды.

# Лабораторная работа № 3

## ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ СВЕТА ОТ ЩЕЛИ

**Цель работы:** 1. Изучение явления дифракции света. 2. Определение длины световой волны.

**Приборы и принадлежности:** Не-Не лазер, щель с микрометрическим винтом, поляризатор, измерительный микроскоп.

### 1. Теоретическая часть

#### 1.1 Дифракция света

Дифракцией света называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Дифракция сопровождается перераспределением интенсивности ранее однородного светового потока после прохождения препятствия. Характер распределения интенсивности дифрагированного света зависит от формы фронта волны, пропускаемого преградой, при этом предполагается, что размер преграды порядка длины волны света.

Явление дифракции свойственно только волновым процессам. Оно заключается в отклонении света от прямолинейного распространения при прохождении около препятствий или через узкие щели. Заходя за края препятствий в область геометрической тени, световые волны образуют на экране, установленном на пути света, дифракционную картину – чередующиеся темные и светлые полосы, начинающиеся у края тени. *Дифракция* – это огибание волнами препятствий с последующей интерференцией этих волн.

Наиболее четкие дифракционные картины наблюдаются в тех случаях, когда размеры препятствий оказываются сравнимыми с длиной волны света. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено малостью длин световых волн.

Наблюдение дифракции осуществляется обычно по следующей схеме: на пути световой волны, распространяющейся от источника, помещается непрозрачная преграда, закрывающая часть волновой поверхности (фронта) световой волны. За преградой располагается экран, на котором возникает дифракционная картина.

## 1.2. Принцип Гюйгенса-Френеля

Первое волновое объяснение дифракции было основано на принципе Гюйгенса. Согласно *принципу Гюйгенса* – *каждая точка волнового фронта является источником элементарных вторичных сферических волн. Поверхность, огибающая эти вторичные волны, является положением фронта волны в следующий момент времени*. Данное объяснение дифракции не вполне корректно, так как исходя из него не должно, вообще, существовать тени от предметов. Поэтому этот принцип был дополнен Френелем.

*Принцип Гюйгенса-Френеля* – *каждая точка волнового фронта является источником вторичных когерентных сферических волн. Интерференция этих вторичных волн дает положения волнового фронта в следующий момент времени*.

Применим принцип Гюйгенса-Френеля для расчета амплитуды световой волны (рис. 1).

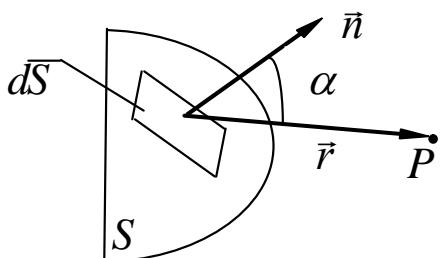


Рис.1

Каждый элемент  $dS$  волновой поверхности  $S$  служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна площади элемента  $dS$ . Результирующее колебание в произвольной точке  $P$ , лежащей вне фронта волны, определяется как результат интерференции вторичных волн, излучаемых всеми элементами  $dS$ .

Следовательно, от каждого участка  $dS$  волновой поверхности  $S$  в точку  $P$  приходит колебание

$$dA(t) = f(\alpha) \frac{A_0 dS_n}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0), \quad (1)$$

где  $\omega t + \phi_0$  – фаза колебания в месте расположения волновой поверхности,  $k = 2\pi / \lambda$  – волновое число,  $A_0$  – амплитуда колебания в том месте, где находится  $dS$ ,  $f(\alpha)$  – коэффициент, зависящий от угла  $\alpha$  между нормалью  $\vec{n}$  к  $dS$  и направлением от  $dS$  к точке  $P$  (радиус-вектором  $\vec{r}$ ),  $dS_n$  – проекция площадки  $dS$  на плоскость перпендикулярную вектору  $r$ . При  $\alpha = 0$  этот коэффициент максимальен, при  $\alpha = \pi/2$  обращается в нуль.

Результирующее колебание в точке  $P$  представляет собой сумму колебаний (1), создаваемых всей волновой поверхностью  $S$ :

$$A(t) = \int_S f(\alpha) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - k r + \phi_0) dS. \quad (2)$$

Эта формула является аналитическим выражением принципа Гюйгенса-Френеля.

### 1.3 Зоны Френеля

Вычисления по формуле (2) представляют собой, в общем случае, трудную задачу. Однако, как показал Френель, в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено не интегрированием, а алгебраическим суммированием.

Для примера определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке  $P$  сферической волной (то есть волной со сферическим фронтом), распространяющейся в изотропной однородной среде от точечного источника  $S$  (рис. 2).

Фронт такой волны симметричен относительно прямой  $SP$ . Пользуясь этим, разобьем фронт волны на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки  $P$  отличаются на  $\lambda/2$  (где  $\lambda$  – длина световой волны), то есть  $O_1P - OP = O_2P - O_1P = O_3P - O_2P = \dots = \lambda/2$ . Тогда расстояния  $OP = b$ ,  $O_1P = b + \frac{\lambda}{2}$ ,  $O_2P = b + 2\frac{\lambda}{2}$  ...,  $O_mP = b + m\frac{\lambda}{2}$ .

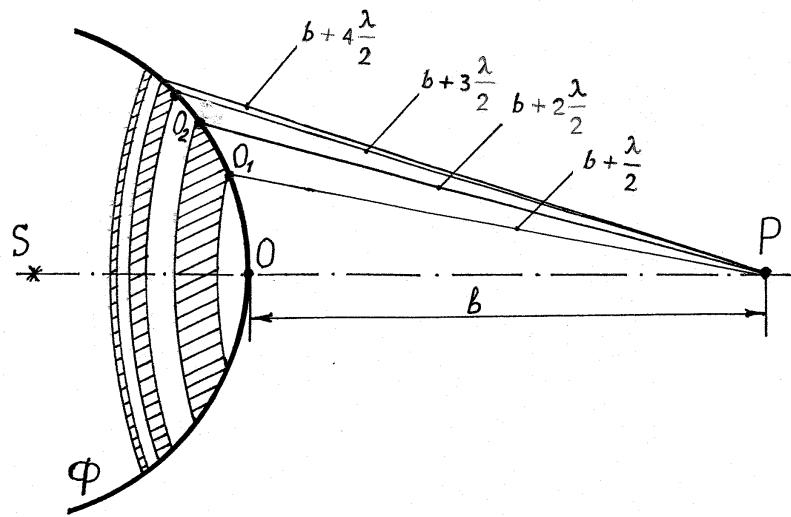


Рис. 2 Построение зон Френеля

Колебания, приходящие в точку  $P$  от аналогичных точек двух соседних зон (то есть от точек, лежащих в середине зон или у внешних краев зон и так далее), находятся в противофазе, так как имеют разность хода  $\lambda/2$ . Поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон происходить в противофазе, то есть отличаться по фазе на  $\pi$ .

Так как площадь зон Френеля монотонно уменьшается с ростом номера зоны, а угол между нормалью к элементам зоны и направлением на точку  $P$  также растет с увеличением  $m$ . Все это приводит к тому, что амплитуда  $A_m$  колебания, возбуждаемого  $m$  зоной в точке  $P$ , монотонно убывает с ростом  $m$ . Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  зонами Френеля, образуют монотонную убывающую последовательность

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m \dots \quad (3)$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, в точке  $P$  противоположны, то есть отличаются на  $\pi$ . Поэтому амплитуда  $A$  результирующего колебания в точке  $P$  будет равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + A_{2m} - A_{2m+1}. \quad (4)$$

В выражении (4) все амплитуды волн от нечетных зон входят с одним знаком, а от четных – с другим. Формулу (4) можно переписать следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots + \left( \frac{A_{2m-1}}{2} - A_{2m} + \frac{A_{2m+1}}{2} \right). \quad (4a)$$

Значения стоящие в скобках (4a) близко к нулю, поэтому можно с хорошей точностью положить,  $A \approx A_1/2$ , то есть амплитуда световой волны в точке  $P$  создаваемого в всем волновым фронтом в 2 раза меньше, чем от первой зоны Френеля. Тогда интенсивность световой волны в точке  $P$  создаваемая всем волновым фронтом будет равна  $I = I_1/4$ , то есть в четыре раза меньше чем первая зона Френеля.

## 1.4 Дифракция на щели

Пусть на бесконечно длинную щель падает плоская волна. Рассмотрим случай когда ширина щели соизмерима с длиной волны. Поместим за щелью Щ собирающую линзу  $L$ , а в фокальной плоскости линзы экран  $\mathcal{E}$  (рис. 3). Фронт падающей волны, плоскость щели и экран параллельны друг другу. Так как щель бесконечна, то картинка, наблюдаемая в любой плоскости, перпендикулярной к щели, будет одинакова. Поэтому достаточно исследовать характер картины в одной такой плоскости (например, в плоскости чертежа). Разобьем открытую часть волновой поверхности на параллельные краям щели зоны шириной  $dx$ . Вторичные волны, посыпаемые этими зонами под произвольным углом  $\varphi$ , будут собраны линзой в точке экрана  $P'$ . Каждая зона создает в точке  $P'$  колебания с амплитудой  $dA$ . Линза собирает в фокальной плоскости плоские (а не сферические) волны, поэтому множитель  $1/r$  в формуле (1) будет отсутствовать.

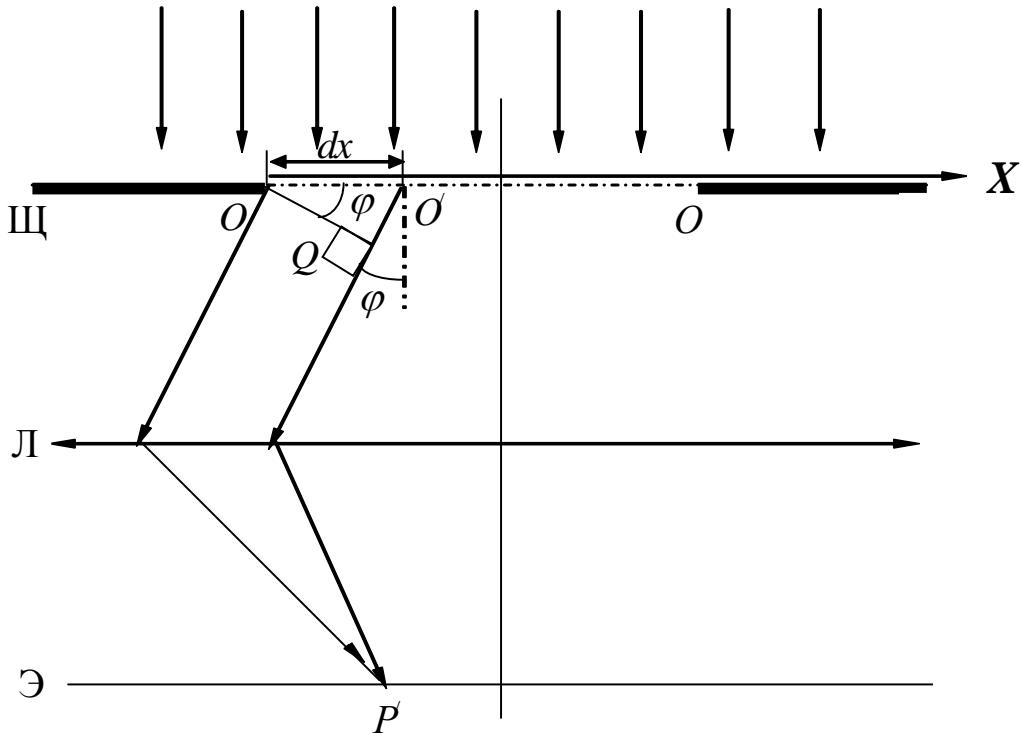


Рис. 3. Дифракция на щели

Если рассматривать волны, идущие от щели под определенным углом  $\varphi$ , то коэффициент  $f(\varphi)$  в формуле (1) можно считать постоянным. Тогда амплитуда колебания, возбуждаемого зоной шириной  $dx$  в точке  $P'$  экрана, будет зависеть только от площади зоны. Площадь зоны пропорциональна ее ширине  $dx$ . Следовательно, амплитуда колебания  $dA$ , возбуждаемого зоной шириной  $dx$ ,  $dA = cdx$ , где  $c = \text{const}$ .

Обозначим амплитуду результирующего колебания, создаваемого всеми зонами через  $A_0$ . Тогда, если ширина щели равна  $b$ , то

$$A_0 = \int dA = \int_0^b cdx = cb.$$

Отсюда  $c = A_0 / b$ , следовательно  $dA = \frac{A_0}{b} dx$ .

Теперь сопоставим фазы колебаний, возбуждаемых в точке  $P'$ , элементарными зонами с координатами  $O$  и  $X$  (рис. 3). Оптические пути  $OP'$  и  $QP'$  таутохронны, то есть проходятся светом за одно время, поскольку линза  $L$  не вносит дополнительной разности хода. Так как линия  $OQ$  представляет собой фронт волны, дифрагированной

в направлении  $\phi$ , то разность хода двух волн, прошедших через точки  $O$  и  $O'$ , имеющие координаты  $0$  и  $x$ , соответственно, и пришедших в точку  $P'$ , равна  $|O'Q|$ . Обозначим  $|O'Q| = \Delta$ , тогда из рисунка видно, что  $\Delta = x \sin \phi$ . Таким образом разность фаз между двумя волнами, прошедших через точки  $O$  и  $O'$  – равна

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \tilde{o} \sin \phi.$$

Если фаза волны, приходящего из точки  $x = 0$  равна  $\omega t$ , то фаза волны, приходящего из произвольной точки  $x$ , равна

$$\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \phi.$$

Значит колебание, возбуждаемое зоной с координатой  $x$  в точке  $P'$ , запишется

$$dA(t) = \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \phi) dx.$$

Результирующее колебание, созданное всем открытым участком фронта волны в произвольной точке  $P'$ , имеет вид:

$$A(t) = \int_0^b \frac{A_0}{b} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \phi \right) dx = A_0 \frac{\sin \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{\lambda} b \sin \phi \right).$$

Величина

$$A_\phi = A_0 \frac{\sin \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi} \quad (5)$$

не зависит от времени, поэтому имеет смысл амплитуды результирующего колебания возбуждаемого в точке  $P'$ , положение которой определяется углом  $\phi$ , открытым щелью участком фронта

волны. В центре экрана  $\varphi = 0$ , используя первый замечательный предел, получим, что в точке  $P$ :  $A_\varphi = A_0$

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды. Следовательно, согласно (5)

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)^2}, \quad (6)$$

где  $I_0$  – интенсивность в центре дифракционной картины,  $I_\varphi$  – интенсивность в точке, определяемой углом  $\varphi$ .

Из (6) следует, что дифракционная картина симметрична относительно центра экрана, так как величина  $I_\varphi$  не зависит от того, какой знак имеет  $\varphi$ . Для нахождения точек, где интенсивность света равна нулю, необходимо, приравнять нулю числитель дроби (6). Из выражения  $\sin(\pi b \sin \varphi / \lambda) = 0$  получим условия минимума интенсивности при дифракции на щели

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

При  $m = 0$ ,  $\varphi = 0$ , в этом месте экрана (в центре) находится максимум излучения. Точно записать максимумы интенсивности через элементарные функции невозможно, но приближенно можно считать, что максимумы интенсивности находятся в точках

$$b \sin \varphi = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

На рисунке 4 представлен график функции  $I_\varphi$  в зависимости от значений величины  $\frac{b \sin \varphi}{\lambda}$ .

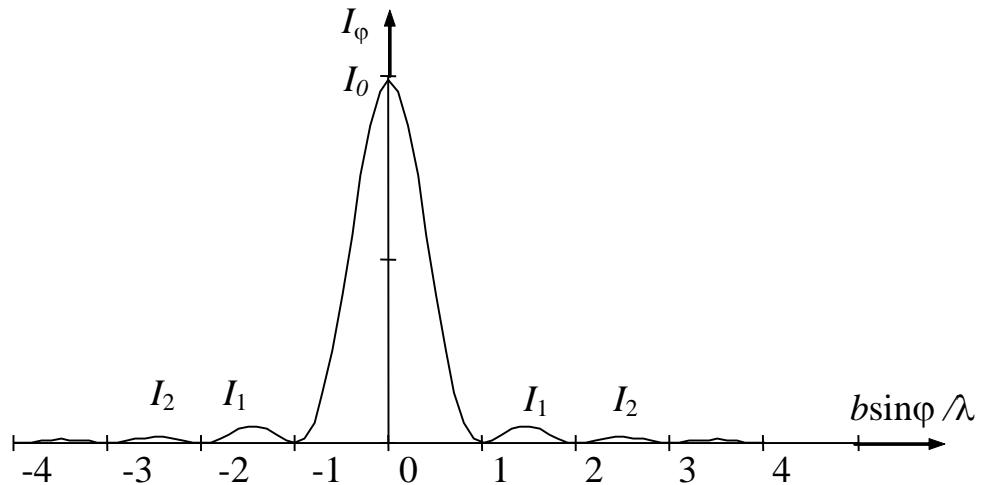


Рис. 4 Распределение интенсивности излучения при дифракции на щели.

Сравним интенсивности дифракционных максимумов различных порядков в (6). Если принять интенсивность нулевого (центрального) максимума за 100 %, то интенсивности максимумов 1-го, 2-го, 3-го и так далее порядков составляют, соответственно, 4,5 %, 1,6 %, 0,8 % и так далее. Таким образом, центральный максимум значительно превосходит по интенсивности остальные максимумы, и в нем сосредоточена основная доля светового потока, проходящего через щель. Эти выводы справедливы, если ширина щели  $b$  не очень велика по сравнению с длиной волны  $\lambda$ .

Если  $b$  меньше  $\lambda$ , то все максимумы очень широки и дифракционная картина малоконтрастная. Интенсивность всех максимумов в этом случае очень мала. Если же  $b$  намного больше  $\lambda$ , то центральный максимум очень узкий и яркий, то есть фактически представляет собой изображение источника света, даваемое линзой. Интенсивность остальных максимумов в этом случае пренебрежимо мала.

Если осветить щель белым светом, то в первом случае, как это следует из формулы (8), для всех  $m$  (кроме  $m = 0$ ) каждой длине волны  $\lambda$ , соответствует свое направление на максимум  $\phi_i$ . Таким образом все максимумы, кроме центрального, развернутся в спектры, причем коротковолновые стороны этих спектров расположены ближе к центру дифракционной картины. Нулевой максимум остается белым, так как при  $m = 0$  угол  $\phi$  равен нулю для любой длины волны.

## 1.5. Вывод расчетной формулы

Пусть координата  $m$  максимума равна  $y_m$  (рис. 5), где  $m$  – порядок максимума, а расстояние от щели до экрана равно  $x$ . Тогда из треугольника  $y_mAO$  имеем:

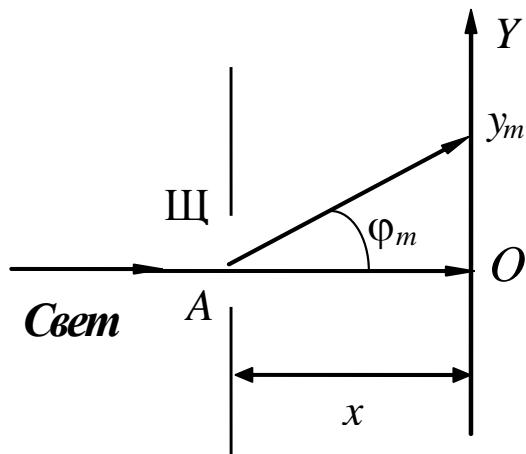


Рис. 5 К выводу расчетной формулы

$$\sin \varphi_m = \frac{y_m}{\sqrt{x^2 + y_m^2}}.$$

Так как  $y_m \ll x$ , то последнее выражение можно записать в виде:

$$\sin \varphi_m = \frac{y_m}{x}.$$

С другой стороны, из формулы (7) имеем:

$$\sin \varphi_m = \frac{(2m+1)\frac{\lambda}{2}}{b} = \frac{(m+0,5)\lambda}{b}.$$

Приравняв правые части двух последних выражений, получим  $\frac{y_m}{x} = \frac{(m+0,5)\lambda}{b}$ , откуда

$$\lambda = \frac{y_m b}{(m+0,5)x}. \quad (9)$$

## 2. Порядок выполнения работы

1. Установите элементы установки согласно рисунку 6.

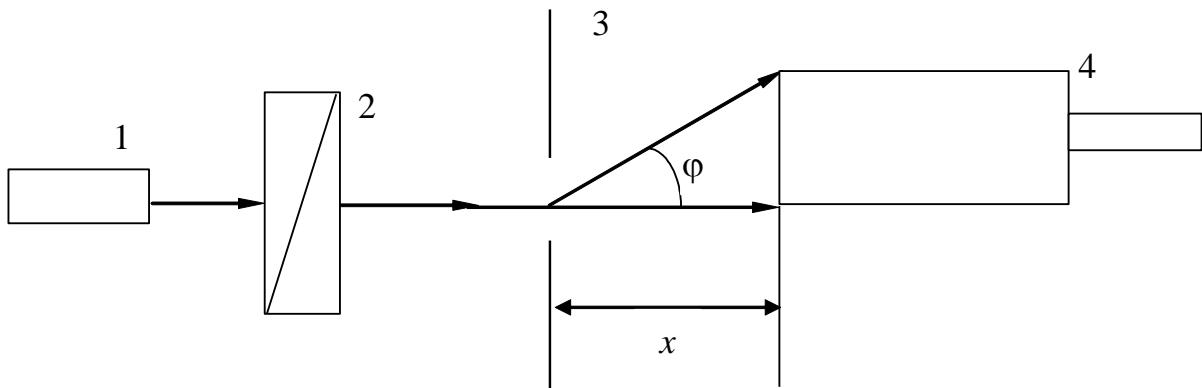


Рис. 6 Схема установки.

где: 1 – лазер, 2 – поляризатор, 3 – щель регулируемой ширины, 4 – измерительный микроскоп.

2. Раскройте щель до предела ( $b = 0,4$  мм) и добейтесь, чтобы луч лазера, проходя через щель, попадал в объектив микроскопа. Расстояние от щели до объектива микроскопа  $x \approx 8 \div 12$  см. Тубус микроскопа выдвинуть на 150 мм, в этом случае цена деления микроскопа равна  $c = 0,05$  мм/ дел.
3. Вращая поляризатор уменьшите интенсивность излучения. В микроскопе должна быть видна дифракционная картина (чередующиеся светлые и темные полосы), на фоне которой просматривается шкала микроскопа.
4. Совместите перекрестье шкалы с серединой нулевого максимума (наиболее яркого) и измерьте расстояние до центров максимумов 1-го, 2-го, 3-го порядков ( $y_1, y_2, y_3$ ) в делениях, а затем переведите в миллиметры.
5. Измерьте с помощью линейки расстояние от щели до объектива микроскопа ( $x$ ). Ширина щели ( $b$ ) определяется с помощью микрометрического винта. Результаты измерений запишите в таблицу.

Таблица 1

$m$	$y_m, \text{мм}$	$b, \text{мм}$	$x, \text{мм}$	$\lambda_m, \text{нм}$	$\lambda_{\text{ср}}, \text{нм}$
1					
2					
3					

6. Вычислите в каждом случае ( $m = 1, 2, 3$ ) длину световой волны  $\lambda_m$  по формуле (9).
7. Вычислите среднее значение длины волны (результат представить в нанометрах), а также вычислите абсолютную и относительную погрешности.

Вопросы для самоконтроля:

1. В чем заключается явление дифракции света?
2. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
3. Как определяется амплитуда методом зон Френеля?
4. Получите условие максимума и минимума амплитуды при дифракции Фраунгофера на щели.
5. Почему при освещении щели белым светом 0-й максимум белый, а максимумы 1-го, 2-го и так далее, порядков – радужные?

## Лабораторная работа № 4

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

**Цель работы:** изучение дифракции света на одномерной и двумерной структурах.

**Приборы и принадлежности:** ОКГ, дифракционная решетка, металлическая сетка, экран.

### 1. Теоретическая часть

#### 1.1. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка – это оптическое устройство, обеспечивающее периодическую пространственную модуляцию падающей световой волны по амплитуде или по фазе или по амплитуде и по фазе одновременно. По особенности получения дифракции дифракционные решетки делятся на отражательные и пропускающие. У отражательных дифракционных решетках штрихи наносятся на зеркальную (как правило, металлическую) поверхность, и наблюдение спектра ведется в отраженном свете. У пропускающих решеток штрихи наносятся на поверхность прозрачной (как правило, стеклянной) пластины, либо вырезаются в виде узких щелей в непрозрачном экране, и наблюдение ведется в проходящем свете.

Пропускающая дифракционная решетка состоит из совокупности большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей. Расстояние  $d$  между серединами соседних щелей называется периодом или постоянной решетки. Постоянная решетки равна  $d = a + b$ , где  $a$  – промежуток между щелями,  $b$  – ширина щели решетки. Число щелей на 1 мм решетки находится по формуле  $n = 10^{-3}/d$ . Для качественных решеток число щелей на 1 мм равно  $500 \div 1000$ . Число щелей в решетке равно  $N = nl$ , где  $l$  – длина решетки.

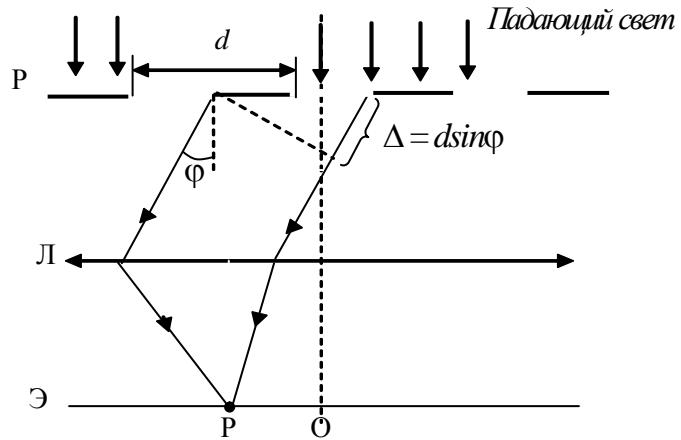


Рис 1. Прохождение света через дифракционную решетку

Пусть на решетку нормально падает параллельный пучок света. Параллельно решетке  $R$  расположим собирающую линзу  $Л$ , в фокальной плоскости которой поставим экран  $Э$  (рис. 1). Каждая из щелей даст на экране картину, типичную для дифракции от одной щели. Картину от всех щелей придется на одно и тоже место экрана (так как независимо от положения щели, центральный максимум лежит против центра линзы).

Если бы колебания, приходящие в точку  $P$  от различных щелей, были некогерентны, то результирующая картина от  $N$  щелей отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью, лишь тем, что все интенсивности возросли бы в  $N$  раз. Так как колебания от различных щелей являются когерентными, поэтому результирующая интенсивность будет отличаться от интенсивности, создаваемой одной щелью.

Результирующие колебания в точке  $P$ , положение которой определяется углом  $\varphi$ , представляют собой сумму  $N$  колебаний с одинаковой амплитудой  $A_\varphi$ , сдвинутых друг относительно друга по фазе на одну и ту же величину  $\Delta\varphi$ . Интенсивность при этих условиях равна

$$I_{\text{реш}} = I_\varphi \frac{\sin^2(N\Delta\varphi/2)}{\sin^2(\Delta\varphi/2)} . \quad (1)$$

Из (1) следует, что дифракционная картина от решетки является результатом дифракции волны на каждой щели ( $I_\varphi$ ) и интерференции волн от различных щелей  $\sin^2(N\Delta\varphi/2)/\sin^2(\Delta\varphi/2)$ .

Из рис. 1 видно, что разность хода волн от соседних щелей равна:  $\Delta = d \sin \varphi$ , следовательно, разность фаз равна:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi. \quad (2)$$

Подставив в формулу (1) выражение для  $(I_\varphi)$  и выражение (2) для  $\Delta\varphi$ , получим

$$I_{\text{пеш}} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N \pi d \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}\right)}, \quad (3)$$

где  $I_0$  – интенсивность света создаваемая одной щелью, ( $\varphi = 0$ ),  $b$  – ширина одной щели.

Первый множитель в (3) обращается в ноль в точках, для которых

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (k = 1, 2, 3 \dots). \quad (4)$$

В этих точках интенсивность, создаваемая каждой из щелей в отдельности, равна нулю, так как в тех направлениях, в которых свет не распространяется ни от одной щели, он не будет распространяться при любом количестве щелей. То есть в направлениях, определяемых условием (4), наблюдаются минимумы интенсивности, называемые главными.

Второй множитель в (3) принимает значение  $N^2$  в точках, удовлетворяющих условию

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, 3 \dots). \quad (5)$$

Для направлений, определяемых этим условием, колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга в результате интерференции, вследствие чего интенсивность света в соответствующей точке экрана равна

$$I_{\max} = N^2 I_{\phi}, \quad (6)$$

где  $I_{\phi}$  – интенсивность света, создаваемого одной щелью в направлении  $\phi$ . То есть интенсивность главных максимумов  $I_{\max}$  в  $N^2$  раз больше интенсивности  $I_{\phi}$ , создаваемой в направлении  $\phi$  одной щелью.

Условие (5) определяет положение максимумов интенсивности, называемых главными. Число  $m$  называется порядком главного максимума. Максимум нулевого порядка только один, максимумов 1-го, 2-го и так далее порядков имеется по два.

Следовательно, при дифракции света на решетке из  $N$  щелей, интенсивность растет прямо пропорционально квадрату числа щелей. Это есть следствие перераспределения полной, прошедшей через все щели, световой энергии вследствие интерференции дифрагировавших пучков.

Кроме минимумов, определяемых условием (4), в промежутках между соседними главами максимумами имеется по  $(N-1)$  добавочному минимуму. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга.

Условие образования добавочных минимумов имеет вид:

$$ds \sin \phi = \pm \frac{m}{N} \lambda. \quad (7)$$

В формуле (8)  $m$  принимает се целочисленные значения, кроме  $0, N, 2N$ , то есть кроме тех, при которых условие (7) переходит в условие (5).

Из условия образования главных максимумов (5) следует, что при любом фиксированном значении  $m$  (кроме  $m = 0$ ) положение максимума зависит от длины световой волны. Следовательно, при освещении решетки белым светом все максимумы, кроме нулевого, развернутся в спектры, фиолетовый (коротковолновый) конец которых обращен внутрь, к центру дифракционной картины, а красный (длинноволновый) – наружу. Таким образом, дифракционная решетка может быть использована для разложения белого света в спектр, то есть представляет собой спектральный прибор. Заметим, что в то время, как стеклянная призма сильнее всего отклоняет фиолетовые лучи видимого света, дифракционная решетка, напротив, сильнее отклоняет красные лучи.

Центральный максимум ( $m = 0$ ) остается белым, так как при ( $m = 0$ ) условие  $d \sin \phi = 0$  выполняется тождественно при любом значении длины волны.

## 2. Дифракция на двумерной структуре

При рассмотрении одномерной задачи дифракции плоской волны на правильной структуре из  $N$  щелей происходит изменение распределения интенсивности дифрагированного света лишь вдоль направления, перпендикулярного к образующим щелей. При перемещении приемника вдоль образующих щелей эффектов дифракции не наблюдается. Если же дифракционная решетка имеет двумерных структурах, например, сетка с прямоугольными, равными по размерам ячейками, то интенсивность дифрагированного света меняется по всем направлениям.

Рассмотрим двумерную систему состоящую из двух дифракционных решеток с периодами  $d_1$  и  $d_2$ . Наложим их одна на другую так, чтобы щели первой решетки были перпендикулярны к щелям второй. Пусть ось  $X$  перпендикулярна к щелям первой решетки, а ось  $Y$  – к щелям второй. При описании такой более сложной системы будем пользоваться не углами дифракции  $\phi_i$ , а дополнительными к ним углами  $\alpha_i$ .

На рис. 2 показан угол  $\phi_i$  и дополнительный угол  $\alpha_i$  к нему. Очевидно, что  $\sin \phi_i = \cos \alpha_i$ . Тогда известное условие главных максимумов для первой решетки запишется в виде

$$d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda .$$

Пусть на систему состоящую из двух дифракционных решеток падает нормально плоская волна.

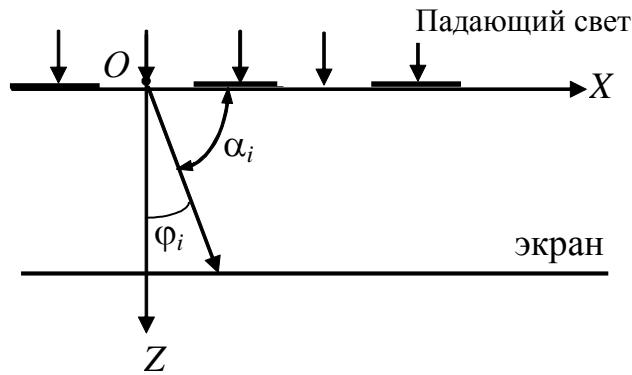


Рис. 2. Дифракция на двумерной структуре

Применяя теорию одномерной решетки, получим, что положения главных максимумов в направлении оси  $OX$  должны удовлетворять условию

$$d_1 \cos \alpha = \pm m_1 \lambda, \quad (m_1 = 0, 1, 2 \dots),$$

а вдоль оси  $OY$

$$d_2 \cos \beta = \pm m_2 \lambda, \quad (m_2 = 0, 1, 2 \dots).$$

Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  углы, дополнительные к углам дифракции в направлениях осей  $OX$  и  $OY$ .

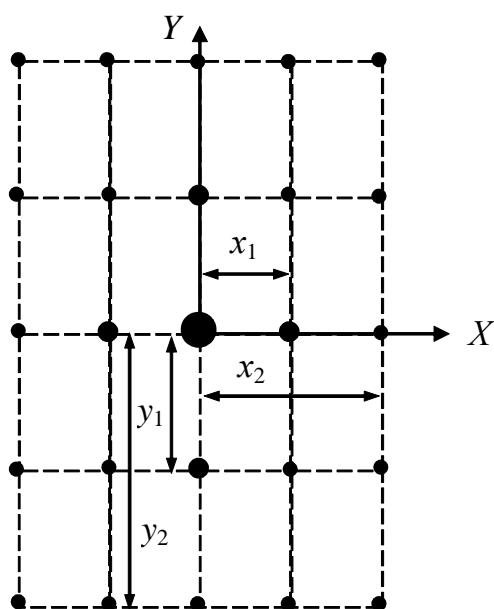


Рис. 3. Общий вид дифракционной картины на экране при дифракции на двумерной структуре

Таким образом, главные максимумы дифрагированного на двумерной структуре света возможны лишь в направлениях, удовлетворяющих одновременно двум написанным выше условиям. Если в каждой решетке, образующих двумерную структуру, число щелей  $N_1$  и  $N_2$  достаточно велико, то максимумы будут очень острыми и практически вся световая энергия пойдет по этим «разрешенным» направлениям. На экране, расположенном в любом месте за системой решеток, получится дифракционная

картина, представляющая собой четкие, симметричные световые пятна (рис. 3).

### 3. Описание установки

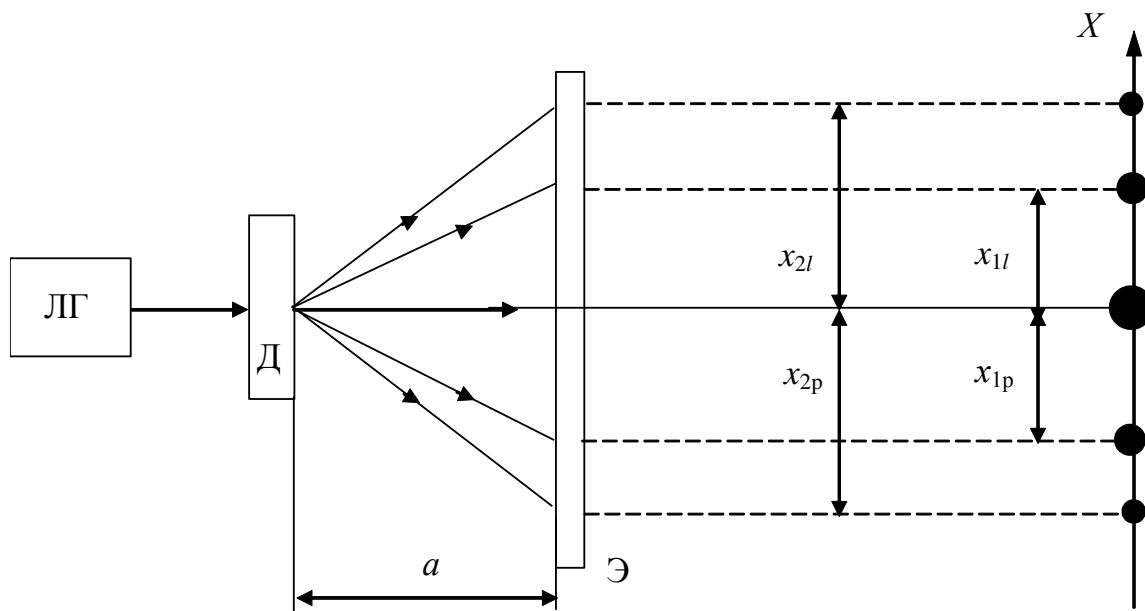


Рис. 4. Схема установки и вид дифракционной картины

Установка для определения длины световой волны с помощью дифракционной решетки состоит из источника монохроматического излучения, в качестве которого использован гелий-неоновый лазер (ЛГ), дифракционной решетки (Д) и непрозрачного экрана (Э), установленных на жесткий рельс. Схема установки приведена на рис. 4. Свет от лазера, проходя через решетку, претерпевает дифракцию. Дифракционная картина наблюдается на экране. Общий вид дифракционной картины на рис. 4, где  $a$  – расстояние от решетки до экрана;  $x_{1l}$ ,  $x_{1p}$  – расстояния от 0-го максимума до максимумов 1-го порядка слева и справа, соответственно;  $x_{2l}$ ,  $x_{2p}$  – расстояния от 0-го максимума до максимумов 2-го порядка слева и справа, соответственно.

### 3. Порядок выполнения работы

### 3.1. Определение длины световой волны с помощью дифракционной решетки

1. Установите элементы установки согласно рис. 4. Добейтесь на экране четкой дифракционной картины. Расстояние  $a$  в пределах  $0,4 \div 0,6$  м.
2. Измерьте с помощью миллиметровой линейки расстояние между решеткой и экраном ( $a$ ) и расстояния  $x_{1l}$ ,  $x_{1p}$ ,  $x_{2l}$ ,  $x_{2p}$ . Результаты измерений запишите в таблицу 1 (строки 1, 2),  $m$  – порядок максимума.

Таблица 1

№	$m$	$a$ , мм	$x_{1l}$ , мм	$x_{1p}$ , мм	$x_{2l}$ , мм	$x_{2p}$ , мм	$\bar{x}$ , мм	$\lambda_i$ , нм	$\lambda_{cp}$ , нм	$\Delta\lambda$ , нм
1	1									
2	2									
3	1									
4	2									

3. Измените расстояние  $a$  и выполните требования пункта 2. Результаты измерений запишите в таблицу 1 (строки 3,4).
4. Вычислите среднее значение  $\bar{x}_i$  и запишите в таблицу 1.

$$\bar{x}_i = \frac{x_{ml} + x_{mp}}{2}.$$

5. Значение длины волны определите из условия максимума

$$d \sin\varphi = m\lambda.$$

Учитывая, что  $\sin\varphi = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} \approx \frac{x}{a}$ , получим

$$\lambda = \frac{d \bar{x}_i}{ma},$$

где  $d = 0,01$  мм – период решетки.

6. Вычислите  $\lambda_i$ ,  $\lambda_{\text{ср}}$ ,  $\Delta\lambda$ , результаты запишите в таблицу 1.

### 3.2. Определение периодов двумерной структуры

1. Замените дифракционную решетку металлической сеткой. Расстояние  $a$  в пределах  $0,6 \div 1$  м.
2. Измерьте с помощью миллиметровой линейки расстояние между сеткой и экраном ( $a$ ) и расстояния  $x_1, x_2, y_1, y_2$  (см. рис. 3). Результаты измерений запишите в таблицу 2.

Таблица 2

№	$m$	$a$ , мм	$x_m$ , мм	$y_m$ , мм	$d_1$ , мм	$d_2$ , мм
1	1					
2	2					

3. Значения  $d_1, d_2$  определены из условий максимума:

$$\begin{cases} d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda \\ d_2 \cos \beta = m_2 \lambda \end{cases} .$$

Учитывая, что  $\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} \approx \frac{x_m}{a}$ ,  $\cos \beta = \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \approx \frac{y_m}{a}$ ,

получаем  $d_1 = \frac{m_1 \lambda a}{x_m}$ ,  $d_2 = \frac{m_2 \lambda a}{y_m}$ , где  $\lambda = \lambda_{\text{ср}}$  (из первой части

работы), ( $m_1 = 1, 2$ ), ( $m_2 = 1, 2$ ).

4. Вычислите  $d_1$  и  $d_2$ . Результаты измерений (в миллиметрах) запишите в таблицу 2.

Вопросы для самоконтроля:

1. Объясните общий характер дифракционной картины от  $N$  щелей.
2. Объясните дифракцию света на двумерной структуре.
3. Получите условия образования главных и дополнительных максимумов, минимумов интенсивности света при дифракции на одномерной дифракционной решетке решетке.
4. Почему дифракционная решетка может использоваться как спектральный прибор?

## Лабораторная работа № 5

### ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

**Цель работы:** 1. Определение степень поляризации источников света. 2. Проверка закона Малюса.

**Приборы и принадлежности:** источник света, поляризатор, анализатор, фотоприемник, стопа Столетова.

#### 1. Теоретическая часть

##### 1.1 Поляризация света

Свет – электромагнитные волны таких частот, которые при восприятии глазом производят световые ощущения. Световые волны возникают при переходах электронов, заполняющих электронные оболочки (валентных электронов), из возбужденных энергетических состояний в нижнее стационарное состояние. Длины волн светового диапазона находятся в пределах 400·нм - 770 нм.

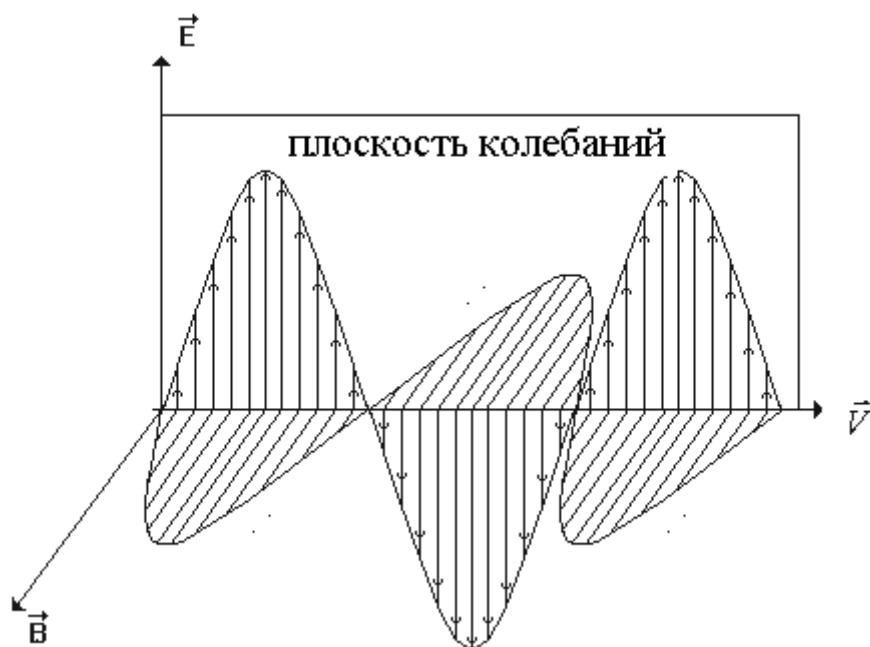


Рис. 1 Колебания вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  в плоскополяризованной электромагнитной волне.

Электромагнитные волны – это распространение электромагнитного поля в пространстве. В каждой точке такое поле характеризуется вектором напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ , которые изменяются со временем, но направлены всегда перпендикулярно друг к другу. На рис. 1 показано расположение этих векторов поля в некоторый момент времени  $t$ .

Естественным или неполяризованным светом называется такой свет в котором изменения направления колебания светового вектора происходит случайно, скачкообразно.

Любое упорядоченное колебание светового вектора называется поляризацией света.

Вектор  $\vec{E}$  называют световым вектором, а плоскость, в которой он колеблется, плоскостью световых колебаний. Плоскость колебаний вектора  $\vec{B}$  называется плоскостью поляризации волны. Эти две плоскости всегда взаимно перпендикулярны.

Световая волна, в которой световой вектор колеблется только в одной плоскости, не изменяющей со временем своего положения, называется линейно поляризованной или плоскополяризованной (рис. 1).

Если конец светового вектора описывает окружность то такая поляризация называется круговой. Если конец светового вектора описывает эллипс то такая поляризация называется эллиптической. Круговая и эллиптическая поляризация света делится на правополяризованную и левополяризованную. Если смотреть с конца вектора скорости  $\vec{V}$  световой вектор движется против часовой стрелки, то такая поляризация называется правая, если по часовой стрелки – левая.

Волна, создаваемая каждым элементарным излучателем, оказывается поляризованной. Но все естественные и искусственные источники света (солнце, лампы накаливания и др.) являются системой большого числа произвольно расположенных элементарных излучателей – атомов, каждый из них создает прерывистое излучение малой длительности порядка  $10^{-8}$  с. Поэтому в результирующей световой волне, созданной обычным источником света, положение плоскости колебаний светового вектора беспорядочно и беспрерывно изменяется.

*Световая волна, в которой представлены колебания всех направлений вектора  $E$ , но имеется преимущественное направление, называется частично поляризованной.*

Свет поляризуется, проходя сквозь кристаллы некоторых веществ, а также при отражении и преломлении на границе диэлектриков. *Приборы или устройства, поляризующие свет, называются поляризаторами.* Поляризующее свойство поляризатора определяется осью поляризатора. *Ось поляризатора – такое направление, при совпадении с которым световой вектор пропускается через поляризатор с наибольшим значением.*

Если вектор  $\vec{E}$  не совпадает с осью поляризатора, то проходит только та компонента вектора  $\vec{E}$ , которая совпадает с осью поляризатора  $E_{\parallel}$ .

$$E_{\parallel} = E \cos \alpha. \quad (1)$$

Составляющая вектора  $\vec{E}$ , которая перпендикулярна к оси поляризатора, не проходит. В зависимости от типа поляризатора она поглощается, отражается или преломляется. Если на поляризатор падает свет неполяризованный, то пройдут только те компоненты векторов, которые совпадают с осью поляризатора. Следовательно, на выходе получим свет плоско(линейно) поляризованный. Вектор  $\vec{E}$  прошедшего света будет направлен по оси поляризатора.

Известно, что интенсивность света прямо пропорциональна квадрату амплитуды напряженности электрического поля  $\vec{E}$ :

$$I = kE^2, \quad (2)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности. Возведем левую и правую части равенства (1) в квадрат, умножив на  $k$  и учитывая, что  $I = kE_{\parallel}^2$ ,  $I_0 = kE^2$ , получаем закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (3)$$

Здесь  $I_0$  – интенсивность линейно поляризованного света падающего на анализатор,  $I$  – интенсивность света вышедшего из анализатора.

Пусть естественный ( $I_{\text{ест}}$ ) свет падает на систему, состоящую из двух поляризаторов. После прохождения первого поляризатора, свет станет линейно поляризованным и его интенсивность уменьшится в 2 раза по сравнению с падающим естественным светом. Затем этот свет пройдет через второй поляризатор, называемый анализатором. Тогда через анализатор пройдет только компонента светового вектора параллельного оси поляризации анализатора. Тогда закон Малюса принимает вид:

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha, \quad (4)$$

где  $I$  – интенсивность света, вышедшего из анализатора,  $\alpha$  - угол между осями поляризатора и анализатора.

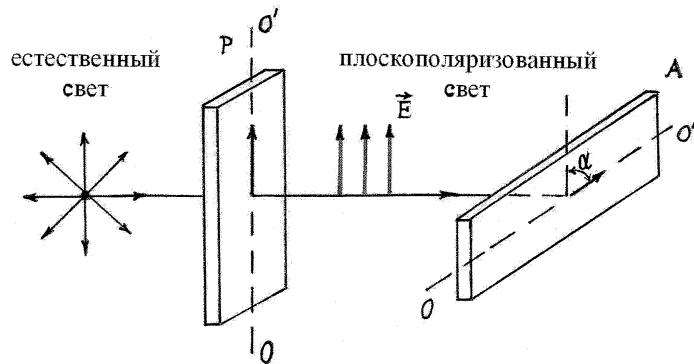


Рис 2. К закону Малюса

Поляризация света характеризуется величиной, названной степенью поляризации  $p_0$ . Если на пути такого света поставить анализатор, то при вращении анализатора интенсивность света изменяется. Пусть  $I_{\text{max}}$  – интенсивность света, соответствующая наибольшему значению интенсивности прошедшего через анализатор,  $I_{\text{min}}$  – интенсивность света, соответствующая наименьшему значению. Причем переход от наибольшего к наименьшему совершается при повороте анализатора на угол  $\pi/2$ . Степень поляризации света определяется формулой (5):

$$P_0 = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (5)$$

Для линейно поляризованного света  $I_{\min} = 0$ ,  $P_0 = 1$ . Для неполяризованного или естественного света  $I_{\min} = I_{\max}$ , следовательно  $P_0 = 0$ . Для частично поляризованного света  $P_0$  принимает промежуточное значение от 0 до 1.

## 1.2. Способы получения поляризованного света (типы поляризаторов)

### 1. Дихроичные поляризаторы.

Дихроичные поляризаторы используют дихроичные среды, то есть среды, в которых компоненты вектора световой волны  $E$  поглощаются по-разному. Обычно это такие среды в которых представляют собой вытянутые упорядоченные цепочки. И в таких средах компоненты светового вектора по направлению молекул и перпендикулярно, по разному поглощаются. Тогда на выходе из из такой среды при достаточной ее толщине остаются только одна компонента светового вектора, то есть свет становится линейно поляризован.

### 2. Двойное лучепреломление. Призма Николя.

Среды, в которых по разным направлениям показатели преломления разные, называются анизотропными. В анизотропных средах наблюдается двойное лучепреломление. Луч, падающий на анизотропную среду, разделяется на два луча. Оба луча линейно поляризованы и их поляризации взаимно перпендикулярны. Для одноосных анизотропных кристаллов один из поляризованных лучей называется обычным  $E_0$ , и для его показатель преломления ( $n_0$ ) не зависит от угла падения. Другой поляризованный луч называется необыкновенным ( $E_e$ ), и его показатель преломления ( $n_e$ ) зависит от угла падения.

Обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются в среде с разными скоростями  $\vartheta_0 = c/n_0$ ,  $\vartheta_e = c/n_e$ . Поэтому при прохождении одинакового расстояния « $d$ » между ними будет набег фаз « $\Delta\phi$ »:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_0 - n_e),$$

где  $\lambda$  – длина волны света.

Анизотропией обладают среды, в которых имеется преимущественное направление в кристаллической решетке (исландский шпат, кристаллический кварц). Анизотропные среды используются для получения линейно поляризованного света в призме Николя.

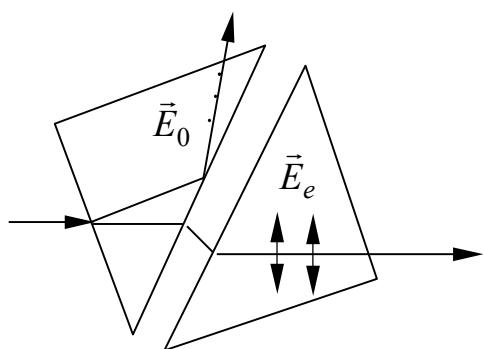


Рис. 3 Призма Николя

Ход лучей в такой призме показан на рис. 2. Она состоит из двух призм исландского шпата, склеенных канадским бальзамом. Обыкновенный луч испытывает полное внутреннее отражение от этого слоя, так как его показатель преломления ( $n_0$ ) больше показателя преломления клея. Необыкновенный луч проходит через призму.

### 3. Поляризация при отражении. Угол Брюстера.

При падении естественного света на границу раздела двух сред возникают два луча: отраженный и преломленный, причем оба луча оказываются частично поляризованными.

Если свет падает под углом « $\alpha_B$ »

$$\operatorname{tg}\alpha_B = n_{21}, \quad (6)$$

где  $n_{21}$  – относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой, то отраженный луч поляризован. Угол падения  $\alpha_B$  – называется углом Брюстера. При этом отражаются компоненты вектора  $\vec{E}$ , которые перпендикулярны плоскости падения (рис. 3).

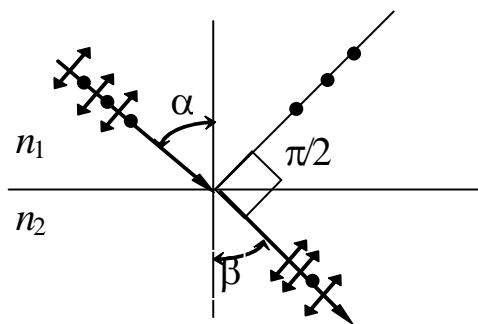


Рис. 4

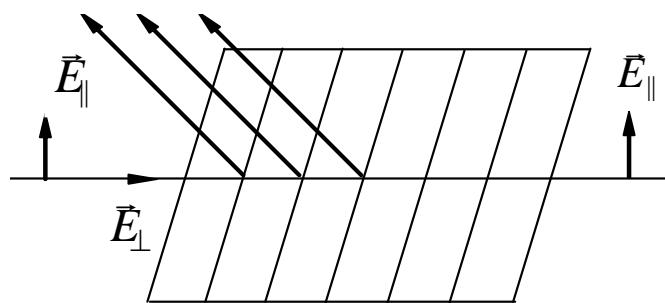


Рис. 5

Преломленный луч будет поляризован частично. Но, если взять большее количество стеклянных пластинок, то при многократном отражении, когда практически все компоненты  $E_{\perp}$ , перпендикулярные плоскости падения, отражаются на выходе из стопы пластинок, получим тоже поляризованный свет. При этом вектор  $E_{\parallel}$  будет лежать в плоскости падения. Такая совокупность пластинок называется *стопой Столетова* (рис. 4).

## 2. Описание установки

Установка для исследования поляризованного света состоит из источника света  $S$ , поляризатора (Р), анализатора (А) и фотоприемника ( $\Phi$ ) с миллиамперметром (рис. 5). В качестве поляризатора может использоваться и стопа Столетова.

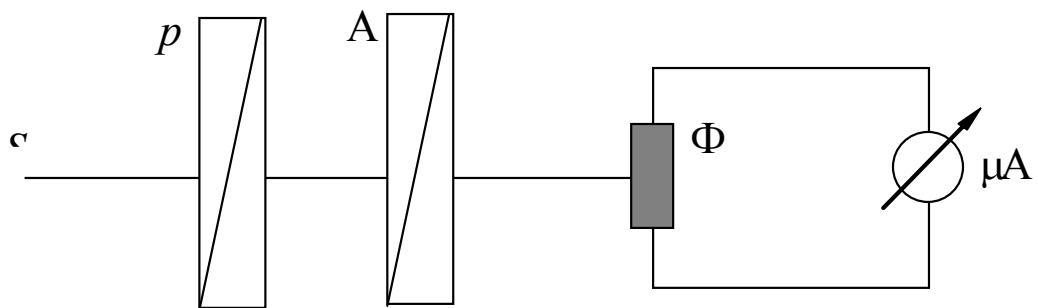


Рис. 6 Схема установки

## 3. Порядок выполнения работы

### **1. Определение степени поляризации осветителя.**

Между источником  $S$  и фотоприемником установите анализатор света и приблизьте его вплотную к фотоприемнику. Вращая анализатор зафиксируйте зависимость силы тока  $I$  от угла поворота  $\alpha$ . Изменение угла анализатора проведите от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  через  $10^\circ$ . Данные запишите в таблицу 1.

Таблица 1

$\alpha$ , град	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	...	$350^\circ$	$360^\circ$
$I$ , мА						
$I_c$ , мА						
$I_p$ , мА						
$I_T$ , мА						

Постройте график зависимости  $I$  от угла поворота  $\alpha$ . По графику определите наибольшее значение тока  $I = I_{\max}$ . Из графика определите значение тока при изменении угла на  $\pi/2$  относительно наибольшего значения  $I_{\max}$ . По формуле (5) определите степень поляризации света.

### **2. Определение степени поляризации света, проходящего стопу Столетова.**

Установите между анализатором и источником света стопу Столетова. Зафиксируйте зависимость тока от угла поворота анализатора. Данные запишите в таблицу 1.

Постройте график зависимости тока  $I_c$  от угла поворота  $\alpha$ . Определите  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$ . Рассчитайте степень поляризации света по формуле (5).

### **3. Определение степени поляризации света, проходящего поляризатор.**

Установите между анализатором и источником света *поляризатор*. Определите зависимость тока от угла поворота. Данные запишите в таблицу 1.

Постройте график зависимости тока  $I_p$  от угла поворота  $\alpha$ . Определите  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$ . Рассчитайте степень поляризации света по формуле (5).

#### **4. Проверка закона Малюса.**

Используя теоретическую зависимость тока от угла поворота поляризатора (закон Малюса)

$$I_T = I_0 \cos^2 \alpha , \quad (7)$$

вычислите теоретическое значение тока  $I_T$  от угла  $\alpha$ , полученные данные запишите в таблицу 1. В качестве  $I_0$  возьмите максимальное значение тока ( $\alpha = 0$ ) из таблицы для поляризатора. На графике зависимости тока  $I_p$  от угла поворота для поляризатора постройте и теоретическую зависимость тока  $I_T$  от угла поворота поляризатора.

Вопросы для самоконтроля:

1. Приведите определение естественного и поляризованного света.
2. Поясните принцип работы поляризаторов и запишите формулу для определения степени поляризации поляризованного света.
3. Сформулируйте и запишите закон Малюса.
4. Поясните поляризацию света при отражении от границы двух диэлектриков. Угол Брюстера.
5. Поясните получение поляризованного света стопой Столетова.

## **Литература**

1. Савельев, И.В. Курс общей физики/ И.В. Савельев. – Т 3. – М.: Наука.,1982. – 496 с.
2. Детлаф, А.А., Курс физики/ А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высшая школа, 1999. – 718 с.
3. Трофимова, Т.И. Курс физики/ Т.И. Трофимова.– М.: Высшая школа, 1997. – 542 с.
4. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Механика/ Д.В. Сивухин – Т.4 – М.:Наука, 1979. – 756 с.
5. Яворский, Б.М. Справочник по физике/ Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: Наука, 1990. – 624 с.