

**ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ
ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО И
ОДНОФАЗНОГО
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Электронный аналог печатного издания

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий практикум подготовлен в соответствии с программами курса «Теоретические основы электротехники» для специальностей 1-43 01 02 «Электроэнергетические системы и сети», 1-43 01 03 «Электроснабжение (по отраслям)» и 1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы» применительно к лабораториям кафедры ТОЭ ГГТУ им. П. О. Сухого. В него включены 14 расчетно-лабораторных работ (далее РЛР) по разделам «Линейные электрические цепи постоянного и однофазного синусоидального тока».

Все работы поставлены на универсальных учебно-исследовательских лабораторных стендах (УИЛС-1), оборудованных соответствующим набором элементов (резисторов, катушек индуктивности, конденсаторов и др.) и современных средств электрических измерений.

Использование стендов УИЛС-1 и соответствующего методического обеспечения позволяет реализовать фронтальный метод проведения лабораторных работ непосредственно после изучения конкретной темы или раздела курса на лекциях и практических занятиях. При этом каждая бригада студентов (2–3 человека) выполняет свой индивидуальный вариант лабораторной работы благодаря наличию на стенде элементов с регулируемыми параметрами.

Все лабораторные работы выполняются при пониженном напряжении (не выше 40 В) и токах нагрузки не более 150÷200 мА. Это повышает безопасность работы на стендах, а также позволяет снизить потребление электроэнергии.

Программа лабораторных работ позволяет внедрить перспективную форму обучения, предусматривающую чередование расчета реальных электрических цепей с экспериментальными исследованиями этих цепей в лаборатории и ориентированную на самостоятельную работу студентов под руководством и контролем преподавателя.

Далее приводятся методические рекомендации по проведению цикла расчетно-лабораторных работ по исследованию установившихся режимов в линейных электрических цепях постоянного и однофазного синусоидального тока.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ И РАБОТЫ В ЛАБОРАТОРИЯХ КАФЕДРЫ ТОЭ

Лабораторные стенды УИЛС-1 являются действующими электроустановками и при определенных условиях могут стать источником опасности поражения электрическим током. Тело человека обладает свойством электропроводности и при соприкосновении с токоведущими частями установки, находящейся под напряжением, оно становится звеном электрической цепи. Возникающий в теле человека электрический ток может вызвать электрическую травму (ожог кожи и т. п.) или нанести тяжелые поражения нервной, сердечной и дыхательной системам организма (электрический удар).

Поэтому при работе в лаборатории необходимо всегда помнить о возможности поражения электрическим током, быть предельно собранным, внимательным и строго выполнять следующие правила:

1. Перед началом работы следует убедиться в целостности и исправности блоков и элементов наборного поля, соединительных проводов и перемычек. Пользоваться неисправными элементами, а также оголенными проводами без штырей *запрещается*.

2. Сборку электрической цепи необходимо *производить* только при отключенных источниках питания. При этом должна быть обеспечена достаточная плотность контактов во всех разъёмных соединениях.

3. Напряжение к стендам *подается преподавателем*.

4. Перед включением источника питания необходимо его регулятор вывести в нулевое положение, а на регулируемых элементах (резисторах, конденсаторах, катушках индуктивности) установить заданные значения параметров. Переключатели пределов измерительных приборов установить на значения, превышающие расчетные электрические величины.

5. Включение цепи под напряжение можно *производить только с разрешения преподавателя* (или мастера производственного обучения) после проверки правильности ее сборки.

6. Любые изменения в структуре цепи можно *производить только при отключенном источнике питания*. Повторное включение цепи под напряжение *производится только с разрешения преподавателя*.

7. При обнаружении неисправностей, могущих вызвать поражение электрическим током или порчу оборудования, следует *немед-*

ленно отключить источник питания и поставить об этом в известность преподавателя (или мастера производственного обучения).

8. По окончании работ в лаборатории *преподаватель обязан* отключить главный щит (снять напряжение со стендов).

К работе в лаборатории студенты допускаются *только после инструктажа по технике безопасности* (дата проведения инструктажа фиксируется преподавателем в специальном кафедральном журнале).

Ответственность за соблюдение правил техники безопасности возлагается на студентов, работающих в лаборатории, а контроль за их выполнением ведется преподавателями и сотрудниками кафедры, участвующими в проведении лабораторных занятий.

Выполнение каждой расчетно-лабораторной работы предполагается в *два этапа*. Первый этап (подготовительный) выполняется заранее во время, предусмотренное для самостоятельной работы.

На этом этапе студент обязан:

1) изучить теоретический материал по учебнику, конспекту лекций либо примерам, рассмотренным на практических занятиях;

2) уяснить цель и содержание работы;

3) выполнить расчетную часть работы (т. е. произвести расчет цепи с учетом заданных параметров элементов и определить требуемые по заданию величины);

4) подготовить *протокол исследований*, в котором для каждого пункта рабочего задания привести:

– *схемы проведения эксперимента* с необходимыми измерительными приборами;

– *таблицы* для записи расчетных величин, а также показаний приборов и вычисленных по ним величин;

– *расчетные формулы, качественные графические построения, диаграммы* и т. п.

Протокол исследований выполняется в рабочей тетради *каждым студентом отдельно* (независимо от числа студентов в бригаде) и представляется преподавателю перед выполнением экспериментальной части работы.

Без подготовленного протокола исследований студент к выполнению экспериментальной части работы не допускается.

Второй этап работы (экспериментальная часть и анализ результатов) выполняется непосредственно на рабочем месте в учебной ла-

боратории во время занятий по расписанию. При проведении экспериментов следует соблюдать правила техники безопасности и правила работы на электроустановках.

Получив разрешение преподавателя на выполнение экспериментальной части, бригада студентов (2–3 человека) выполняет сборку исследуемой цепи и проводит измерения физических величин согласно заданию.

Результаты измерений обрабатываются и заносятся в соответствующие таблицы протокола. Все записи делаются ручкой четко и аккуратно. Если в процессе измерений допущены ошибки, неправильные результаты, занесенные в протокол, зачеркиваются и записываются новые значения.

По окончании каждой части работы (до разборки цепи) необходимо оценить правильность полученных результатов и представить преподавателю для проверки соответствующую таблицу, а по окончании всей работы – протокол для визирования и отметки в групповом журнале.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНОЕ ЗАНЯТИЕ

Основными элементами ознакомительного занятия являются:

1. Инструктаж студентов по правилам техники безопасности (проводит преподаватель). К проведению лабораторных работ допускаются студенты, знающие правила техники безопасности и расписавшиеся в специальном кафедральном журнале.

2. Знакомство с правилами внутреннего распорядка в лабораториях кафедры ТОЭ. При этом подгруппа (группа) делится на бригады (по 2–3 человека), каждой из которых присваивается порядковый номер. В соответствии с ним за бригадой закрепляется стенд на весь период работы в лаборатории.

3. Знакомство с устройством и основными блоками учебно-исследовательского лабораторного стенда УИЛС-I. Преподаватель сообщает студентам сведения о составных частях стенда, используемых в данном семестре.

Стенд УИЛС-I ориентирован на студентов, начинающих изучение электротехники. В основу его конструкции положен принцип физического моделирования электрических цепей. К отличительным особенностям стенда относятся *простота* обращения с его блоками и элементами, *наглядность* при сборке электрических цепей и соответствующая *легкость* контроля, прямой *контакт* студента с реальными элементами, *безопасность* работы на стенде, ограниченный набор измерительных приборов для выполнения лабораторного практикума.

Стенд включает в себя *пульт*, *наборное поле*, *набор элементов* и соединительных *проводов*, а также лабораторный *стол*.

Пульт состоит из блоков источников напряжений, наборного поля и блоков регулируемых пассивных элементов. Источники напряжений расположены в левой части пульта в трех находящихся один под другим съемных блоках.

Наборное поле, расположенное в центре стенда, представляет собой панель с 67-ю парами гнезд, предназначенных для подключения элементов исследуемых электрических цепей. Гнезда соединены между собой, образуя узлы.

Такая конструкция наборного поля позволяет быстро и с минимальным количеством ошибок собрать, используя заданные элементы и соединительные перемычки, исследуемую электрическую цепь, внешний вид которой аналогичен схеме замещения. Такая нагляд-

ность при сборке цепей играет исключительно важную роль, особенно на начальной стадии изучения электротехники.

Блок переменного сопротивления (БПС) расположен справа от наборного поля в верхней части. Он позволяет регулировать свое сопротивление в диапазоне $1 \div 999$ Ом со ступенью регулирования 1 Ом. Допустимая мощность рассеяния сопротивления блока – 5 Вт.

Пассивные элементы (резисторы, конденсаторы, индуктивные катушки, диоды, лампочки и др.) находятся в небольших пластмассовых прозрачных корпусах, которые расположены в специальном ящике для элементов. Каждый элемент имеет два штекера, с помощью которых он может быть установлен на наборном поле.

Перемычки (10 штук) используются для соединения гнезд одной пары. Кроме того, включение перемычек в разные ветви позволяет измерить токи в этих ветвях одним и тем же амперметром, не разрывая отдельные участки цепи. Для этого амперметр подключают параллельно к каждой из них, убирают перемычку, измеряют соответствующий ток и возвращают перемычку на прежнее место.

Набор соединительных **проводов** предназначен для подключения к наборному полю источников энергии, пассивных элементов, электроизмерительных приборов и т. п.

Для выполнения расчетно-лабораторных работ по разделу «Линейные электрические цепи постоянного тока» используется блок постоянных напряжений.

Он содержит:

– источник стабилизированного напряжения ИР, регулируемого в пределах $1 \div 24$ В;

– источник постоянного нерегулируемого напряжения ИН ($U_{\text{и.н}} \approx 20$ В).

Оба источника снабжены электронной защитой, отключающей их при превышении током нагрузки значения 200 мА. Источники напряжения расположены в верхнем съемном блоке слева от наборного поля.

Для выполнения расчетно-лабораторных работ по разделу «Линейные электрические цепи однофазного синусоидального тока» используется блок переменного напряжения. Он расположен в центральном съемном блоке слева от наборного поля.

Блок содержит источник переменного периодического напряжения (ИППН), регулируемого как по амплитуде в пределах $1 \div 25$ В, так и по частоте в диапазоне $250 \div 8000$ Гц. Возможен выбор формы напряжения – синусоидальная, прямоугольная, треугольная.

Источник снабжен электронной защитой, отключающей его при превышении током нагрузки значения 200 мА.

Расчетно-лабораторная работа № 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА И ЕЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Цель работы: 1) получение первоначальных навыков сборки электрических цепей, измерения сопротивлений, токов и напряжений; 2) снятие вольт-амперных характеристик источников и приемников электрической энергии; определение их параметров.

1. Основные теоретические положения

Электрической цепью называется совокупность устройств, предназначенных для производства, передачи и потребления электрической энергии. Отдельные устройства, входящие в электрическую цепь, называются *элементами электрической цепи*. Основными элементами электрической цепи являются источники и приемники электрической энергии, соединенные между собой проводами или линиями передачи.

В *источниках электрической энергии* (гальванических элементах, аккумуляторах, генераторах и т. п.) химическая, механическая, тепловая или другие виды энергии превращаются в электрическую. В *приемниках электрической энергии* (электронагревательных приборах, лампах накаливания, электрических двигателях и т. п.), наоборот, электрическая энергия преобразуется в тепловую, световую, механическую и другие виды.

Электрическая цепь, в которой протекает постоянный (не изменяющийся во времени по величине и направлению) ток, называется *электрической цепью постоянного тока*.

В цепях постоянного тока источник электрической энергии характеризуется величиной и направлением электродвижущей силы E и значением внутреннего сопротивления R_v , а приемник – сопротивлением R . При этом под сопротивлением R понимают элемент цепи (резистор), в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в теплоту.

Условное графическое изображение сопротивления (резистора) с указанием выбранных положительных направлений тока и напряжения приведено на рис. 1.1, а.

Для описания источников и приемников энергии в цепях постоянного тока используют зависимости между напряжением U и током I , которые называют вольт-амперными характеристиками (ВАХ) этих элементов.

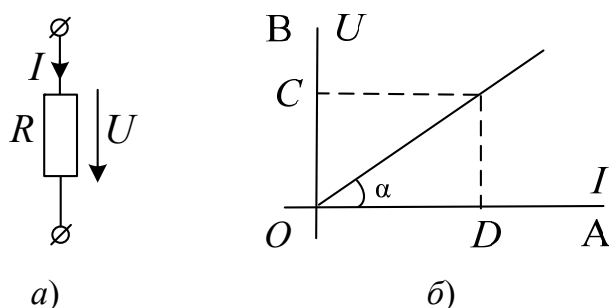


Рис. 1.1

Параметр R в общем случае зависит от тока I (например, вследствие нагрева сопротивления током). Вольт-амперная характеристика резистора при этом является нелинейной.

Однако если такая зависимость выражена слабо, ею можно пренебречь. Тогда согласно закону Ома напряжение на сопротивлении R прямо пропорционально току в нем:

$$U = RI, \quad (1.1)$$

а его ВАХ представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат (рис. 1.1, б). Такие сопротивления называют *линейными*, а электрические цепи, включающие лишь линейные сопротивления – *линейными электрическими цепями*. Подобные цепи являются предметом исследований в настоящем методическом пособии.

Очевидно, линейное сопротивление R пропорционально тангенсу угла наклона прямолинейной ВАХ к оси тока:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{m_U \cdot OC}{m_I \cdot OD} = \operatorname{tg} \alpha, \quad (1.2)$$

где m_U и m_I – масштабы напряжения (В/мм) и тока (А/мм) на чертеже.

В теории электрических цепей пользуются понятиями идеальный источник ЭДС и идеальный источник тока.

Идеальный источник ЭДС представляет собой активный элемент с двумя выводами, напряжение на которых $U = E$ не зависит от тока, проходящего через источник (рис. 1.2, б). Предполагается, что

внутри такого идеального источника пассивные элементы отсутствуют и поэтому прохождение через него тока не вызывает в нем падения напряжения.

Ток в сопротивлении $R_{\text{н}}$, подключенном к идеальному источнику ЭДС (рис. 1.2, а), зависит от параметров E и $R_{\text{н}}$ и равен:

$$I = \frac{E}{R_{\text{н}}}. \quad (1.3)$$

Если выводы идеального источника ЭДС замкнуть накоротко, то ток теоретически должен быть бесконечно велик. Поэтому такой источник рассматривается как *источник бесконечной мощности*.

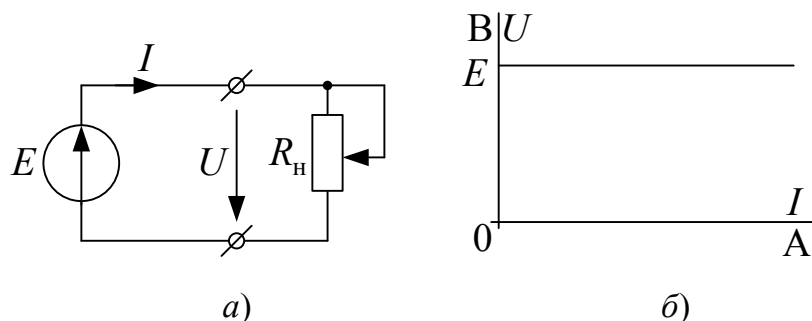


Рис. 1.2

Источник конечной мощности (его называют *источником напряжения*) изображается в виде идеального источника ЭДС с подключенным к нему последовательно сопротивлением $R_{\text{в}}$ (рис. 1.3, а), которое является внутренним сопротивлением и ограничивает мощность, отдаваемую источником во внешнюю электрическую цепь.

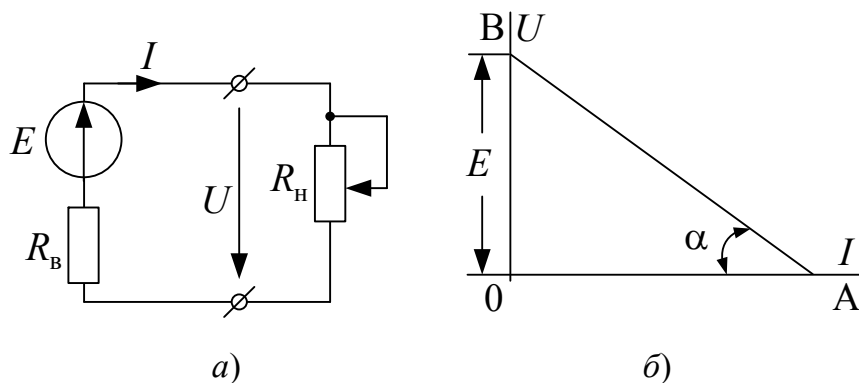


Рис. 1.3

Вольт-амперная характеристика такого источника (рис. 1.3, б), которую также называют *внешней характеристикой*, представляет собой зависимость напряжения на его зажимах от тока, проходящего через источник. Согласно второму закону Кирхгофа

$$U = E - R_b I. \quad (1.4)$$

Очевидно, что при $R_n = \infty$ (режим холостого хода) $I = 0$ и напряжение на зажимах источника принимает наибольшее значение $U_{xx} = E$. Если же $R_n \rightarrow 0$ (режим короткого замыкания), напряжение на зажимах $U \rightarrow 0$ и ток I достигает максимального значения $I_{кз} = E/R_b$. Тангенс угла α пропорционален сопротивлению R_b .

Поскольку величина R_b реальных источников напряжения относительно мала, режим короткого замыкания для большинства из них является аварийным.

Идеальный источник тока представляет собой активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах. Предполагается, что внутреннее сопротивление такого идеального источника бесконечно велико и поэтому величина сопротивления R_n , от которой зависит напряжение на зажимах источника, не влияет на его ток.

Условное обозначение идеального источника тока и его вольт-амперная характеристика приведены на рис. 1.4, а и б.

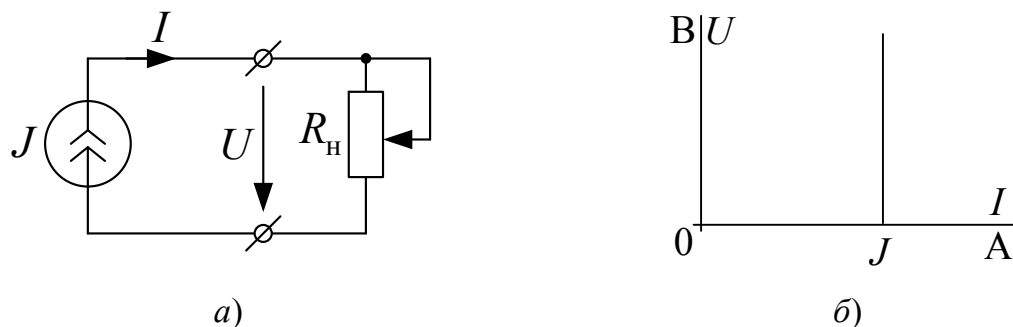


Рис. 1.4

По мере неограниченного увеличения сопротивления R_n напряжение на зажимах источника и, соответственно, мощность, развиваемая им, неограниченно возрастают. Поэтому идеальный источник тока, как и идеальный источник ЭДС, рассматривается как *источник бесконечно большой мощности*.

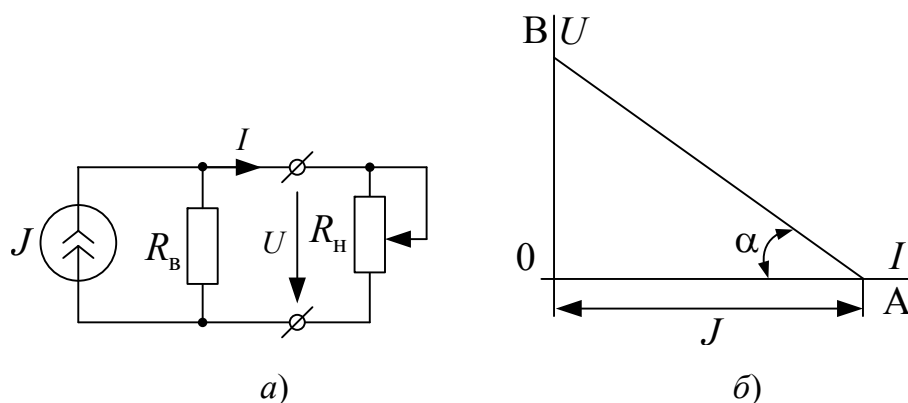


Рис. 1.5

Источник тока конечной мощности изображается в виде идеально-го источника тока с подключенным к его зажимам сопротивлением R_B (рис. 1.5, а), которое ограничивает мощность, отдаваемую источником во внешнюю электрическую цепь. Внешняя характеристика источника тока конечной мощности изображена на рис. 1.5, б.

Согласно первому закону Кирхгофа

$$I = J - \frac{U}{R_B}. \quad (1.5)$$

При $R_H = 0$ (режим короткого замыкания) $U = 0$ и ток I принимает наибольшее значение: $I_{кз} = J$. Если же $R_H \rightarrow \infty$ (режим холостого хода), ток $I \rightarrow 0$ и напряжение на зажимах U достигает максимального значения: $U_{xx} = JR_B$. Тангенс угла α пропорционален сопротивлению R_B .

Поскольку величина R_B реальных источников тока достаточно велика ($R_B \rightarrow \infty$), режим холостого хода для них является аварийным.

Из сопоставления вольт-амперных характеристик рис. 1.3, б и 1.5, б видно, что источник напряжения конечной мощности эквивалентен источнику тока конечной мощности при условии $E = R_B J$ и потому при расчете электрических цепей они могут быть взаимно заменяемы.

2. Исходные данные

В работе используются:

1. Источник постоянного стабилизированного напряжения ИР, регулируемого в пределах $1 \div 24$ В.
2. Источник постоянного нерегулируемого напряжения ИН ($U_{\text{и.н}} \approx 20$ В). Источники ИР и ИН расположены в верхнем съемном блоке слева от наборного поля.
3. Элементы 01÷09 (представляют собой резисторы МЛТ-2, С5-5, ПЭВ-3 и др.) находятся в ящике для элементов и могут быть установлены на наборном поле в соответствии с исследуемой цепью.
4. Блок переменного сопротивления (БПС) размещен в верхнем съемном блоке справа от наборного поля; позволяет установить величину сопротивления в диапазоне $1 \div 999$ Ом со ступенью регулирования 1 Ом.
5. Измерительные приборы, установленные на стенде.

3. Экспериментальная часть

1. Визуально (по маркировке на резисторах) определить номинальные параметры резисторов (элементы 01÷09): сопротивление $R_{\text{нк}}$, мощность рассеяния $P_{\text{нк}}$ и допустимое отклонение фактических значений сопротивлений R_k резисторов от номинальных $\delta_{\text{нк}}$, где $k = 1 \div 9$ (здесь и в последующих расчетно-лабораторных работах цифру «0» в индексах сопротивлений, токов и напряжений следует опустить). Значения $R_{\text{нк}}$, $P_{\text{нк}}$ и $\delta_{\text{нк}}$ занести в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Элемент Параметр	01	02	03	04	05	06	07	08	09
$P_{\text{нк}}$, Вт									
$R_{\text{нк}}$, Ом									
$I_{\text{нк}}$, А									
$U_{\text{нк}}$, В									
R_k , Ом									
$\delta_{\text{нк}}$, %									
δ_k , %									

При определении значения δ_{hk} необходимо пользоваться табл. 1.2.

Таблица 1.2

Допуск δ_n , %	Обозначение	
	новое	старое
± 20	<i>M</i>	В
± 10	<i>K</i>	С
± 5	<i>J</i>	И
± 2	<i>G</i>	Л
± 1	<i>F</i>	Р

2. Рассчитать номинальный ток I_{hk} и номинальное напряжение U_{hk} каждого k -го резистора по формулам:

$$I_{hk} = \sqrt{\frac{P_{hk}}{R_{hk}}} \text{ и } U_{hk} = R_{hk} I_{hk}, \quad (1.6)$$

используя номинальные значения R_{hk} и P_{hk} ; занести их в табл.1.1.

3. Измерить фактическое сопротивление R_k резисторов $R_1 \div R_9$ методом непосредственной оценки. Для этого соответствующие зажимы измерительного прибора (мультиметра МУ-68 или универсального вольтметра В7-58/2) вынести на наборное поле стенда и поочередно подключать к ним данные резисторы. Результаты измерений занести в табл. 1.1.

4. Отклонение δ_k фактических значений сопротивлений резисторов R_k от номинальных R_{hk} определить по формуле

$$\delta_k = \frac{R_k - R_{hk}}{R_{hk}} 100 \% \quad (1.7)$$

и занести в табл. 1.1. Сравнить значения δ_k и δ_{hk} . В случае $\delta_k > \delta_{hk}$ сообщить преподавателю (или учебному мастеру).

5. Для самоконтроля на наборном поле стенда собрать цепь согласно схеме рис. 1.6.

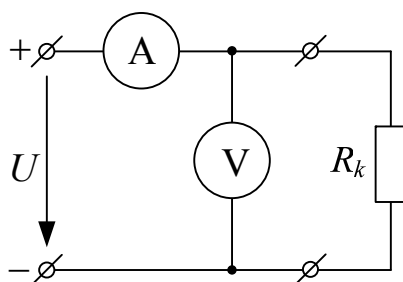


Рис. 1.6

При этом в качестве источника напряжения использовать регулируемый источник ИР, в качестве амперметра – ампервольтметр Ц 4311 или мультиметр МУ-68, а в качестве вольтметра – электронный вольтметр В7-58/2. Используя *метод амперметра и вольтметра*, измерить напряжение U_k и ток I_k резисторов $R_1 \div R_9$ и по закону Ома рассчитать фактическое значение R_k каждого из них. Результаты измерений и расчетов занести в табл. 1.3.

Внимание! В процессе измерений показания вольтметра и амперметра не должны превышать соответствующие номинальные величины $U_{нк}$ и $I_{нк}$, определенные в п. 2 и занесенные в табл. 1.1.

Таблица 1.3

Элемент Параметр	01	02	03	04	05	06	07	08	09
U_k , В									
I_k , А									
R_k , Ом									

Если значения любого из сопротивлений $R_1 \div R_9$, занесенные в табл. 1.1 и 1.3, отличаются от номинала более чем на 10 %, следует установить ошибку измерений или расчетов и устранить ее.

6. Снять вольт-амперные характеристики двух резисторов, фактические сопротивления которых отличаются в $2 \div 2,5$ раза.

Для проведения эксперимента по-прежнему используется схема, приведенная на рис. 1.6. К источнику ИР, напряжение которого предварительно уменьшено до нуля, подключить один из выбранных резисторов. Далее, изменяя напряжение ИР от 0 до величины $0,8 U_{нк}$ через равные промежутки ΔU , произвести $5 \div 6$ измерений напряжения и тока (значение $U_{нк}$ для выбранного резистора взять из табл. 1.1).

Аналогично снять вольт-амперную характеристику второго резистора. Результаты измерений занести в табл. 1.4.

Таблица 1.4

№ п/п	Резистор		Резистор	
	U	I	U	I
	В	А	В	А
1				
2				
3				
4				
5				
6				

7. Снять вольт-амперные характеристики источников ИН и ИР. Для этого необходимо собрать электрическую цепь, схема которой приведена на рис. 1.7.

В качестве сопротивления нагрузки R_H следует использовать блок БПС (сопротивление блока предварительно установить максимальным), а для измерения напряжения на зажимах источника и тока в нем – те же приборы, что и в п. 5.

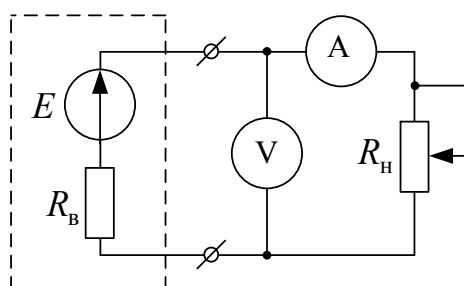


Рис. 1.7

В первую очередь необходимо снимать ВАХ нерегулируемого источника напряжения ИН, который включить в цепь при предварительно отключенном БПС. Поскольку цепь находится в режиме холостого хода, показание амперметра равно нулю, а вольтметр покажет напряжение $U_{xx} = E_{и.н.}$. Далее подключить БПС и последовательно уменьшать его сопротивление таким образом, чтобы показание амперметра увеличивалось через одинаковые интервалы ΔI , равные, например, 20 мА. В диапазоне изменения тока от 0 до 120 мА снять 5 ÷ 6 показаний амперметра и вольтметра.

В той же последовательности снять ВАХ регулируемого источника ИР, причем напряжение холостого хода его $U_{xx} = E_{и.р}$ выставить равным $E_{и.н}$. Результаты измерений занести в табл. 1.5.

Таблица 1.5

№ п/п	Источник ИН				Источник ИР			
	U	I	E	R_B	U	I	E	R_B
	В	А	В	Ом	В	А	В	Ом
1								
2								
3								
4								
5								
6								

Наконец, по данным табл. 1.5 для каждого источника определить ЭДС и внутреннее сопротивление R_B , которое согласно методу двух нагрузок равно:

$$R_B = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = \frac{U_{xx} - U_2}{I_2}, \quad (1.8)$$

где напряжение U_1 и ток I_1 соответствуют режиму холостого хода, а напряжение U_2 и ток I_2 – режиму, при котором показание амперметра максимально.

4. Анализ результатов работы. Выводы

1. По данным табл. 1.1 и 1.3 сравнить результаты измерения сопротивлений резисторов $R_1 \div R_9$ методом непосредственной оценки и методом амперметра и вольтметра. Оценить различия между ними и в *выводах* объяснить причину этих различий.

2. По данным табл. 1.4 построить (в одних координатах) ВАХ двух резисторов. В *выводах* оценить их линейность; отметить, какая из характеристик круче по отношению к оси тока; объяснить почему.

3. По данным табл. 1.5 построить (в одних координатах) ВАХ источников напряжения ИН и ИР. В *выводах* оценить их линейность; отметить, какой из источников лучше; объяснить почему.

5. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 1 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схемы замещения исследуемых цепей);
- 4) основные расчетные формулы с примерами их применения;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) ВАХ двух резисторов и двух источников напряжения: ИН и ИР;
- 7) выводы.

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой электрическая цепь? Из каких основных элементов она состоит? Каковы функции этих элементов?
2. Какие элементы электрической цепи называют активными (пассивными)?
3. Что называют схемой электрической цепи?
4. Что представляет собой схема замещения электрической цепи? Из каких элементов она состоит?
5. Привести две схемы замещения источника электрической энергии. В чем отличие между ними?
6. Что называют вольт-амперной характеристикой элемента электрической цепи?
7. Привести схему для снятия вольт-амперной (внешней) характеристики источника напряжения.
8. Объяснить вид внешней характеристики источника напряжения.
9. Как по внешней характеристике источника напряжения определить его параметры?
10. Как влияет величина внутреннего сопротивления на внешнюю характеристику источника напряжения?
11. Чему равно внутреннее сопротивление идеальных источников ЭДС и тока?
12. Как по известному значению сопротивления резистора построить его вольт-амперную характеристику?
13. Начертить вольт-амперные характеристики двух резисторов, сопротивления которых отличаются в $2\div 3$ раза. Объяснить различие между ними.

Расчетно-лабораторная работа № 2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАКОНОВ КИРХГОФА В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Цель работы: 1) экспериментальная проверка выполнения законов Кирхгофа в линейных электрических цепях постоянного тока; 2) совершенствование навыков сборки разветвленных электрических цепей, а также измерения токов и напряжений.

1. Основные теоретические положения

Основой анализа электрических цепей являются уравнения равновесия токов и напряжений, составленные по законам Кирхгофа. Применение таких уравнений при экспериментальном исследовании позволяет убедиться в правильности определения значений и направления токов и напряжений, а также оценить погрешность, вызванную влиянием внутренних сопротивлений измерительных приборов либо нестабильностью параметров элементов цепи.

Для анализа электрических цепей постоянного тока рекомендуются следующие формулировки законов Кирхгофа:

Первый закон Кирхгофа:

Первая формулировка: алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю, т. е.

$$\sum_k I_k = 0. \quad (2.1)$$

При этом знаки токов берутся с учетом выбранных положительных направлений: всем токам, направленным к узлу, в уравнении (2.1) присваивается одинаковый знак, например «плюс», и, соответственно, все токи, направленные от узла, входят в уравнение (2.1) с противоположным знаком.

Вторая формулировка: сумма токов, втекающих в любой узел электрической цепи, равна сумме токов, вытекающих из него.

Второй закон Кирхгофа:

Первая формулировка: алгебраическая сумма падений напряжения в любом замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме ЭДС, входящих в этот контур, т. е.

$$\sum_k U_k = \sum_k I_k R_k = \sum_n E_n. \quad (2.2)$$

В каждую из сумм соответствующие слагаемые входят со знаком «плюс», если они совпадают с направлением обхода контура, и со знаком «минус», если они противоположны обходу.

Вторая формулировка: алгебраическая сумма напряжений вдоль любого замкнутого контура равна нулю, т. е.

$$\sum_k U_k = 0, \quad (2.3)$$

причем в алгебраическую сумму входят не только падения напряжения на пассивных элементах (резисторах), но и напряжения на зажимах источников энергии.

2. Исходные данные

Перед выполнением РЛР № 2 каждая бригада получает задание, вариант которого состоит из двух цифр: первая из них соответствует номеру схемы, приведенной на рис. 2.1, а вторая цифра – номеру столбца в табл. 2.1, где содержатся сведения о величине напряжения на зажимах источника ИР.

Таблица 2.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U_{E_2}, \text{В}$	9	10	11	12	13	9	10	11	12	13

Таким образом, в работе заданы:

1. Схема замещения исследуемой электрической цепи согласно варианту задания.

2. Величина напряжения на зажимах источника ИР.

3. Резисторы $R_1 \div R_6$ (находятся в ящике для элементов).

4. Измерительные приборы, установленные на стенде.

В схемах рис. 2.1 источнику напряжения с ЭДС E_1 соответствует источник ИН, а источнику с ЭДС E_2 – источник ИР.

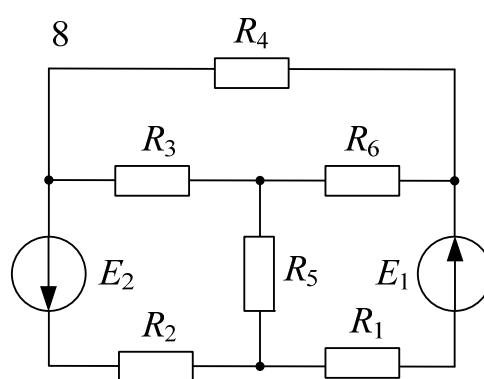
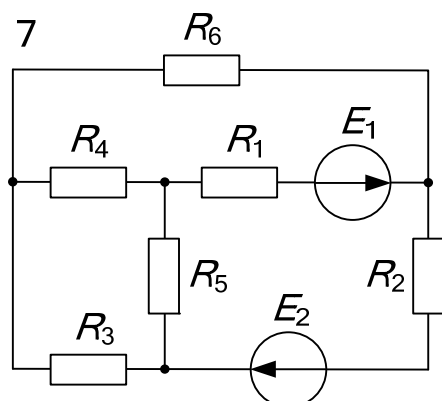
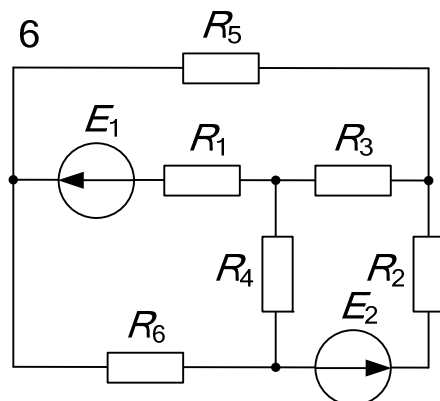
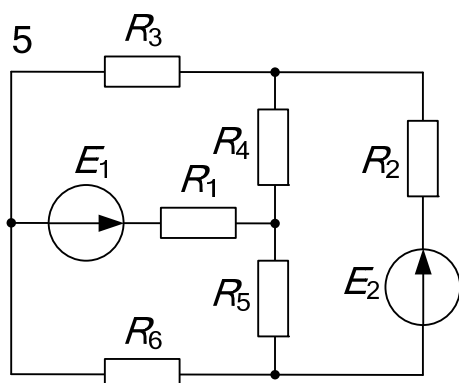
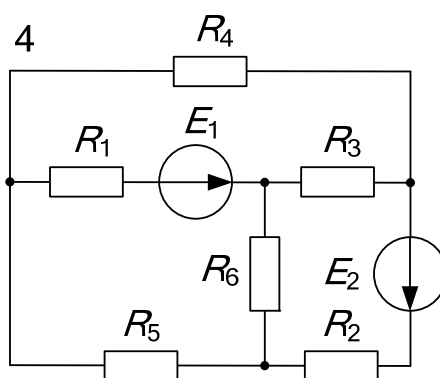
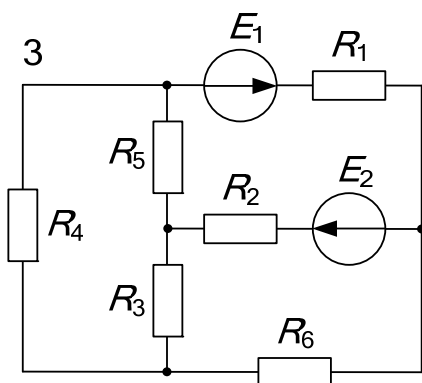
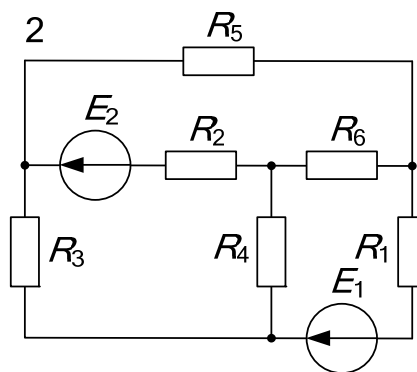
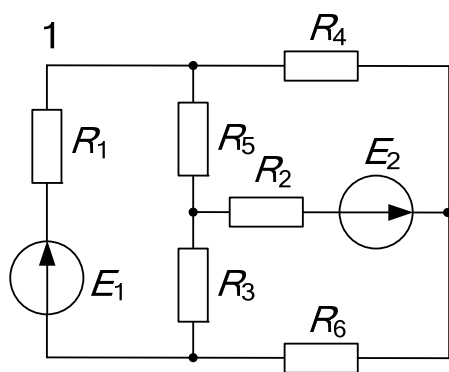


Рис. 2.1 (окончание см. на с. 23)

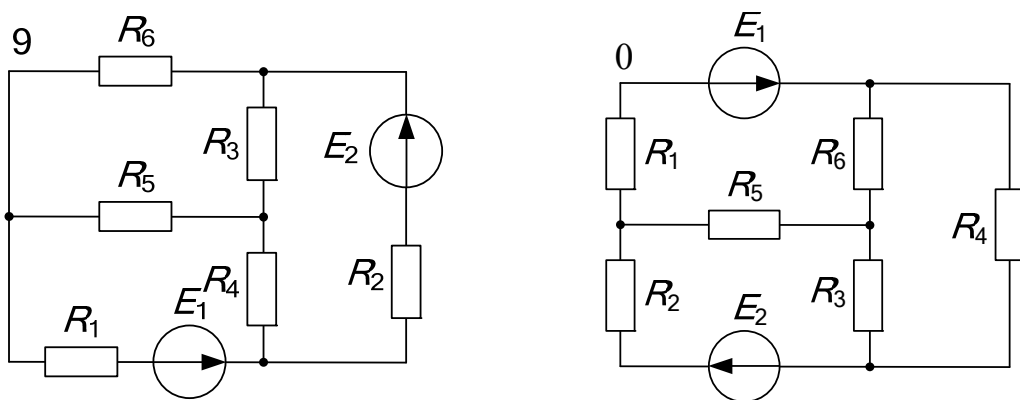


Рис. 2.1. Окончание (начало см. на с. 22)

3. Экспериментальная часть

1. Вычертить схему замещения электрической цепи в соответствии с вариантом задания.

2. Собрать пассивную часть заданной электрической цепи на наборном поле стенда. При этом, используя перемычки, предусмотреть место включения амперметра в каждой из ветвей цепи.

Далее подключить источник регулируемого напряжения ИР и установить заданное напряжение на его зажимах. После чего подключить к цепи источник нерегулируемого напряжения ИН.

3. Электронным вольтметром В7-58/2 или мультиметром МУ-68 измерить напряжение на зажимах источника ИН, а также падения напряжений на каждом сопротивлении цепи. Результаты измерений занести в табл. 2.2. Вместе с тем отметить на элементах схемы замещения положительные направления измеренных напряжений или совпадающие с ними положительные направления токов в ветвях.

Таблица 2.2

Напряжение, В							
U_{E_1}	U_{E_2}	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6

4. Ампервольтметром Ц 4311 или мультиметром МУ-68 измерить величины токов в ветвях и занести их в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Ток, мА					
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6

5. Составить $(n - 1)$ уравнений баланса токов по первому закону Кирхгофа (где n – число узлов заданной цепи); подставить в них экспериментально снятые величины токов. Если алгебраическая сумма токов в любом из узлов (или в нескольких узлах) значительно отличается от нуля, следует установить ошибку измерений или расчетов и устранить ее.

6. Составить $[m - (n - 1)]$ уравнений баланса напряжений по второму закону Кирхгофа (где m – число ветвей цепи); подставить в них экспериментально снятые величины напряжений. Если алгебраическая сумма напряжений в одном или в нескольких независимых контурах значительно отличается от нуля, следует установить ошибку измерений или расчетов и устранить ее.

4. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 2 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи; напряжение U_{E_2} на зажимах источника ИР);
- 4) уравнения баланса токов в узлах цепи и баланса напряжений в независимых контурах, составленные по законам Кирхгофа в общем виде, а также с учетом экспериментально снятых значений токов и напряжений;
- 5) вывод о результатах экспериментальной проверки выполнения законов Кирхгофа в электрических цепях постоянного тока.

Контрольные вопросы

1. Как формулируется первый закон Кирхгофа?
2. Как формулируется второй закон Кирхгофа?
3. Привести математическую запись первого и второго законов Кирхгофа.
4. Объяснить порядок составления уравнений по первому (второму) закону Кирхгофа.
5. Сколько независимых уравнений по первому и второму законам Кирхгофа необходимо составлять для любой схемы?
6. Каковы особенности составления уравнений по первому и второму законам Кирхгофа для цепи, содержащей источник тока? Привести пример.

Расчетно-лабораторная работа № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

Цель работы: 1) приобретение навыков расчета электрической цепи постоянного тока с одним источником ЭДС методом эквивалентных преобразований; 2) дальнейшее совершенствование навыков сборки разветвленных электрических цепей, а также измерения токов и напряжений.

1. Основные теоретические положения

Расчет токов и напряжений в простых электрических цепях с одним источником энергии целесообразно выполнять методом эквивалентных преобразований (методом свертывания). Суть метода состоит в том, что вначале пассивная часть цепи, представляющая последовательное, параллельное или смешанное соединения элементов (сопротивлений), преобразуется к одному эквивалентному элементу сопротивлением $R_{\text{экв}}$ относительно зажимов (выводов) источника с напряжением U . Далее по закону Ома определяется ток источника:

$$I = \frac{U}{R_{\text{экв}}}. \quad (3.1)$$

Наконец, выполняется расчет токов и напряжений в остальных ветвях цепи в соответствии с законом Ома и законами Кирхгофа.

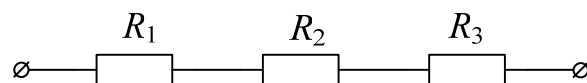


Рис. 3.1

При последовательном соединении резисторов (рис. 3.1) эквивалентное сопротивление равно сумме их сопротивлений, т. е.

$$R_{\text{экв}} = \sum_k R_k = R_1 + R_2 + R_3. \quad (3.2)$$

В схемах с параллельным соединением резисторов (рис. 3.2)

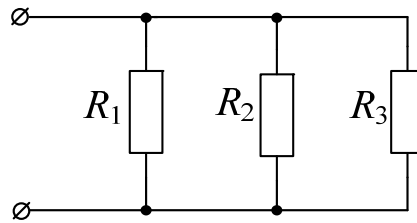


Рис. 3.2

вначале определяют эквивалентную проводимость $G_{\text{экв}}$, равную сумме проводимостей параллельных ветвей:

$$G_{\text{экв}} = \sum_k G_k = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3} = \frac{1}{R_{\text{экв}}},$$

откуда

$$R_{\text{экв}} = \frac{1}{G_{\text{экв}}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}. \quad (3.3)$$

В случае параллельного соединения двух резисторов:

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3.4)$$

При смешанном соединении (рис. 3.3)

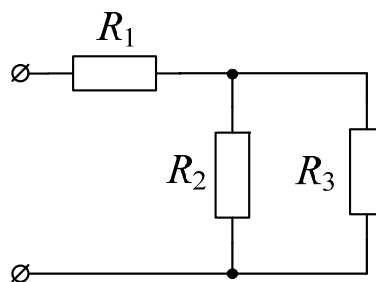


Рис. 3.3

очевидно

$$R_{\text{экв}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}. \quad (3.5)$$

Иногда при расчете разветвленных цепей с одним источником энергии встречаются более сложные соединения пассивных элементов «треугольником» или «звездой».

В случае замены сопротивлений «треугольника» эквивалентной «звездой» (рис. 3.4) сопротивления последней определяются в виде:

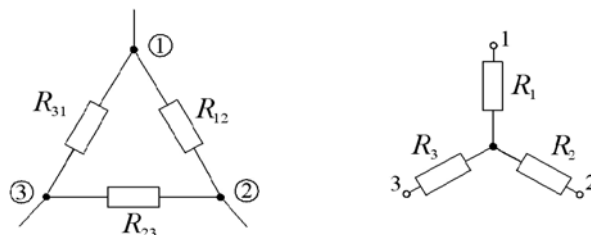


Рис. 3.4

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}. \quad (3.6)$$

В случае обратной замены:

$$\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; & R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}; \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Для проверки правильности расчета методом эквивалентных преобразований обычно составляют баланс мощностей, согласно которому мощность, развиваемая источником, и суммарная мощность всех приемников должны быть равны:

$$P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{пр}}, \quad \text{или} \quad UI = \sum_k R_k I_k^2, \quad (3.8)$$

где U – напряжение на зажимах источника; I – ток в источнике; k – количество резисторов в цепи.

2. Исходные данные

Как и в предыдущей расчетно-лабораторной работе, вариант задания состоит из двух цифр. Первая из них соответствует номеру схемы, приведенной на рис. 3.5, а вторая цифра – номеру столбца в табл. 3.1, где содержатся сведения о величине ЭДС источника ИР.

Таким образом, в работе используются:

1. Источник постоянного стабилизированного напряжения ИР, регулируемого в пределах $1 \div 24$ В.
2. Резисторы $R_1 \div R_6$, фактические сопротивления которых определены ранее в РЛР № 1 (табл. 1.1).
3. Измерительные приборы, установленные на стенде.

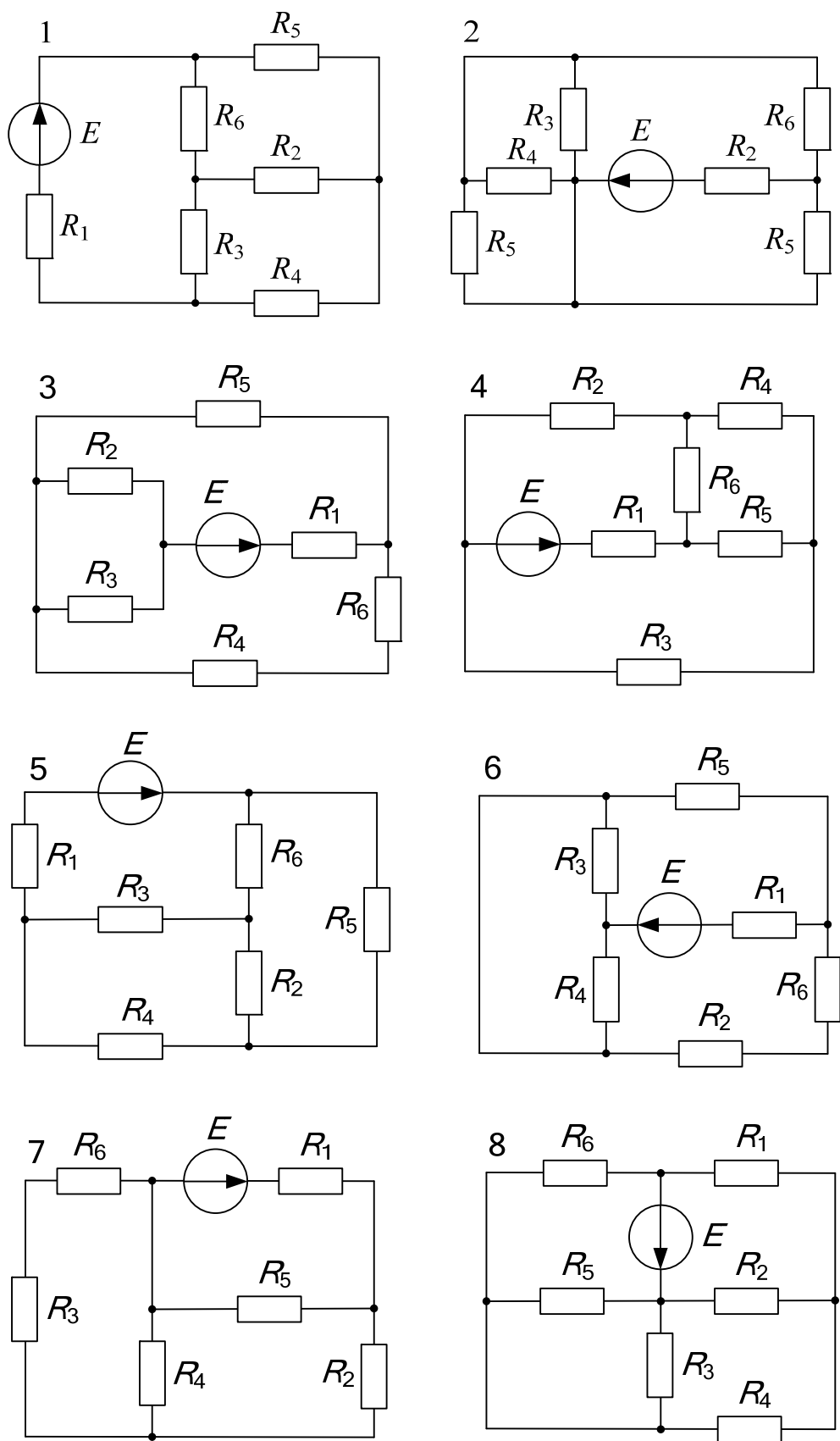


Рис. 3.5 (окончание см. на с. 29)

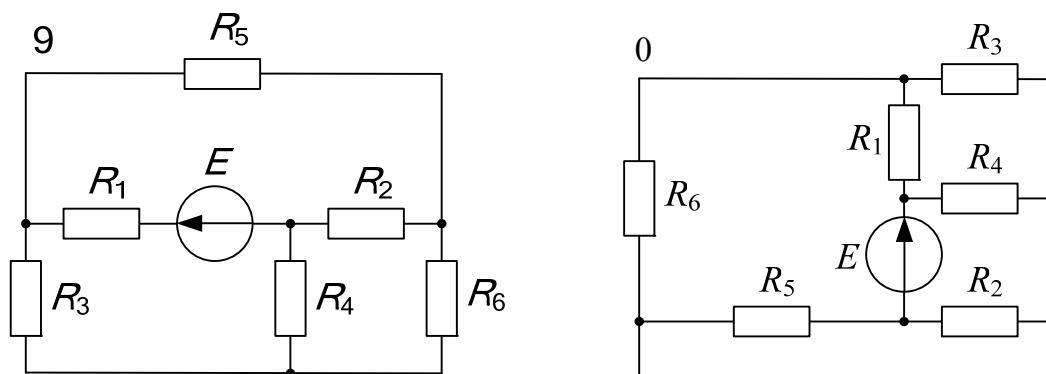


Рис. 3.5. Окончание (начало на с. 28)

Таблица 3.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$E, \text{В}$	15	17	19	21	23	16	18	20	22	23

3. Расчетная часть

1. Рассчитать токи в ветвях заданной цепи методом эквивалентных преобразований (Пример расчета приведен в Приложении П1). Результаты расчета занести в табл. 3.2, где для сравнения предварительно привести номинальные значения токов соответствующих резисторов, определенные ранее в РЛР № 1.

В том случае когда расчетные величины одного или нескольких токов окажутся больше их номинальных значений, изменить по согласованию с преподавателем величину ЭДС E и расчет повторить.

2. Составить баланс мощностей.

Таблица 3.2

Значение тока	Ток, А					
	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
Номинальное						
Расчетное						
Измеренное						

4. Экспериментальная часть

1. Собрать заданную электрическую цепь на стенде. Используя перемычки, предусмотреть место включения амперметра в каждой из ветвей цепи.

2. Используя универсальный вольтметр В7-58/2 или мультиметр МУ-68, установить заданную величину ЭДС источника ИР.

3. Ампервольтметром Ц 4311 или мультиметром МУ-68 измерить величины токов в ветвях и занести их в табл. 3.2.

Результаты измерений сопоставить с соответствующими данными расчета. В случае их существенного различия установить возможные причины (ошибки в расчетах; ошибки при сборке цепи; неисправность элементов цепи и соединительных проводов и др.). После их устранения эксперимент повторить.

5. Анализ полученных результатов. Выводы

В выводе сделать заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

6. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 3 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) расчет заданной цепи методом эквивалентных преобразований; баланс мощностей;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) вывод с заключением о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

Контрольные вопросы

1. В чем суть метода эквивалентных преобразований?
2. Объяснить необходимость эквивалентных преобразований при расчете электрических цепей.
3. Изобразить схему смешанного соединения приемников электрической энергии. Как определяется эквивалентное сопротивление такой схемы?
4. Изобразить схему соединения приемников «звездой»; «треугольником».

Расчетно-лабораторная работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ДВУМЯ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ

Цель работы: 1) приобретение навыков расчета электрической цепи постоянного тока с двумя источниками ЭДС различными методами; 2) совершенствование навыков экспериментального исследования таких цепей.

1. Основные теоретические положения

В теории электрических цепей решаются задачи двух типов. К первому типу относятся *задачи анализа*, в которых известны схема и элементы цепи, а требуется определить токи, напряжения и мощности тех или иных участков. Ко второму типу относятся *задачи синтеза* (обратные задачи), в которых, например, заданы токи и напряжения, а требуется определить схему цепи и выбрать ее элементы. В практической электротехнике чаще встречаются задачи анализа. Изучению методов расчета таких задач посвящены данная и ряд последующих расчетно-лабораторных работ.

При расчете линейных электрических цепей используют первый и второй законы Кирхгофа, которые являются наиболее общими и универсальными законами и лежат в основе всех методов расчета.

В случае расчета цепи *методом уравнений Кирхгофа* (МУК) рекомендуется следующая последовательность действий: сначала произвольно выбирают условные положительные направления токов во всех ветвях цепи; затем составляют уравнения для узлов на основании *первого* закона Кирхгофа и, наконец, составляют уравнения для независимых контуров на основании *второго* закона Кирхгофа.

Если электрическая цепь содержит, например, m ветвей и n узлов, то на основании первого и второго законов Кирхгофа можно составить, соответственно, $(n - 1)$ и $[m - (n - 1)]$ взаимно независимых уравнений, сумма которых, равная в конечном итоге m , необходима и достаточна для определения m токов (во всех ветвях цепи).

При наличии в цепи источника тока его ток J , как и прежде, учитывают в уравнениях для узлов. А при составлении уравнений по

второму закону Кирхгофа ветвь с источником тока J включать в независимые контуры не рекомендуется.

Если значения некоторых токов в результате расчета получаются со знаком «минус», то действительные направления их будут противоположны выбранным.

Существенный недостаток МУК – рост количества уравнений с ростом числа ветвей цепи. Число уравнений, подлежащих решению, можно сократить, если воспользоваться методом узловых потенциалов.

Метод узловых потенциалов (МУП) является одним из основных расчетных методов. Его суть заключается в том, что вначале, используя первый закон Кирхгофа и закон Ома, определяют потенциалы узлов цепи, а затем – токи в ветвях. Число решаемых уравнений, таким образом, сокращается до величины $(n - 1)$, где n – число узлов.

Рекомендуется следующий порядок расчета электрической цепи методом узловых потенциалов:

1. Задают (произвольно) условные положительные направления токов в ветвях цепи.
2. Определяют число узлов цепи и нумеруют их.
3. Один из узлов принимают за базовый, полагая потенциал его равным нулю.
4. Для остальных узлов составляют уравнения по первому закону Кирхгофа. При этом желательно токи, вытекающие из узлов, записывать со знаком «+», а токи, втекающие в узлы – со знаком «–».
5. Используя закон Ома, выражают токи через потенциалы узлов и параметры элементов ветвей. Подставляют эти выражения в уравнения п. 4. После несложных математических преобразований получают систему уравнений относительно неизвестных потенциалов узлов цепи.
6. Решают систему уравнений п. 5, определяют потенциалы узлов цепи и далее по закону Ома – токи во всех ветвях цепи.

Пример расчета действительных токов в ветвях электрической цепи методом узловых потенциалов приведен в Приложении П2.

Другим важным методом является *метод контурных токов* (МКТ), в основе которого лежат уравнения, записанные по второму закону Кирхгофа.

В расчет вводятся контурные токи, замыкающиеся по независимым контурам. Для них составляются уравнения по второму закону Кирхгофа. Число решаемых уравнений по сравнению с МУК сокращается до числа независимых контуров. Действительные токи в ветвях цепи определяются как алгебраическая сумма контурных токов. При этом первый закон Кирхгофа удовлетворяется автоматически.

Рекомендуется следующий порядок расчета электрической цепи методом контурных токов:

1. Выбирают произвольно условные положительные направления действительных токов в ветвях цепи.
2. Определяют независимые контуры рассматриваемой цепи.
3. Составляют уравнения относительно действительных токов для независимых контуров по второму закону Кирхгофа.
4. Выбирают произвольно направления контурных токов, и действительные токи выражают через контурные.

При этом в смежных ветвях, принадлежащих нескольким независимым контурам, действительные токи равны алгебраической сумме контурных токов, а в ветвях, не являющихся смежными, – равны контурным токам.

5. Подставляют выражения действительных токов в уравнения п. 3, и после несложных математических преобразований получают систему уравнений относительно неизвестных контурных токов.

6. Решают данную систему уравнений; тем самым определяют контурные токи.

7. Наконец, по выражениям п. 4 определяют действительные токи во всех ветвях цепи.

Пример расчета действительных токов в ветвях электрической цепи методом контурных токов приведен в Приложении ПЗ.

Иногда при расчете сложных электрических цепей, содержащих небольшое количество источников электрической энергии, выгодно использовать *метод наложения* (МН), в основе которого лежит принцип наложения.

Принцип наложения относится к линейным системам независимо от их физической природы и применительно к электрическим цепям формулируется следующим образом: «Ток в любой ветви электрической цепи (схемы) равен алгебраической сумме токов, создаваемых в этой ветви каждым источником электрической энергии в отдельности».

Метод наложения заключается в том, что электрическая цепь, содержащая несколько источников энергии, рассчитывается при действии каждого из них в отдельности. При этом остальные источники удаляются, а их внутренние сопротивления сохраняются. Определенные таким образом частичные токи впоследствии алгебраически суммируются, т. е. учитывается направление каждого из них относительно положительного направления действительного тока в рассматриваемой ветви.

Рекомендуется следующий порядок расчета электрической цепи методом наложения:

1. Выбирают произвольно условные положительные направления действительных токов в ветвях цепи.

2. Представляют исследуемую электрическую цепь в виде нескольких частичных схем, каждая из которых содержит лишь один источник энергии. При этом остальные источники удаляют, а их внутренние сопротивления сохраняют.

3. Выбирают условные положительные направления частичных токов в каждой из частичных схем и рассчитывают их.

При этом рациональным методом расчета чаще всего является метод эквивалентных преобразований.

4. Рассчитывают действительные токи во всех ветвях путем алгебраического суммирования соответствующих частичных токов.

Пример расчета действительных токов в ветвях электрической цепи методом наложения приведен в Приложении П4.

2. Исходные данные

Вариант задания по-прежнему состоит из двух цифр. Первая из них соответствует номеру схемы, приведенной на рис. 4.1, а вторая цифра – номеру столбца в табл. 4.1, где указан метод расчета, а также содержатся сведения о величинах ЭДС E_1 и E_2 двух регулируемых источников ИР.

Один из них имеется на каждом стенде, а в качестве второго источника следует использовать регулируемый источник ИР соседнего стенда. По согласованию с преподавателем можно вместо одного из регулируемых источников использовать нерегулируемый источник ИН, но в этом случае в дальнейших расчетах необходимо учесть его внутреннее сопротивление, определенное в РЛР № 1 (табл. 1.5).

Таким образом, в работе используются:

1. Источники постоянного стабилизированного напряжения ИР, регулируемого в пределах $1 \div 24$ В.

2. Резисторы $R_1 \div R_6$, фактические сопротивления которых определены ранее в РЛР № 1 (табл. 1.1).

3. Измерительные приборы, установленные на стенде.

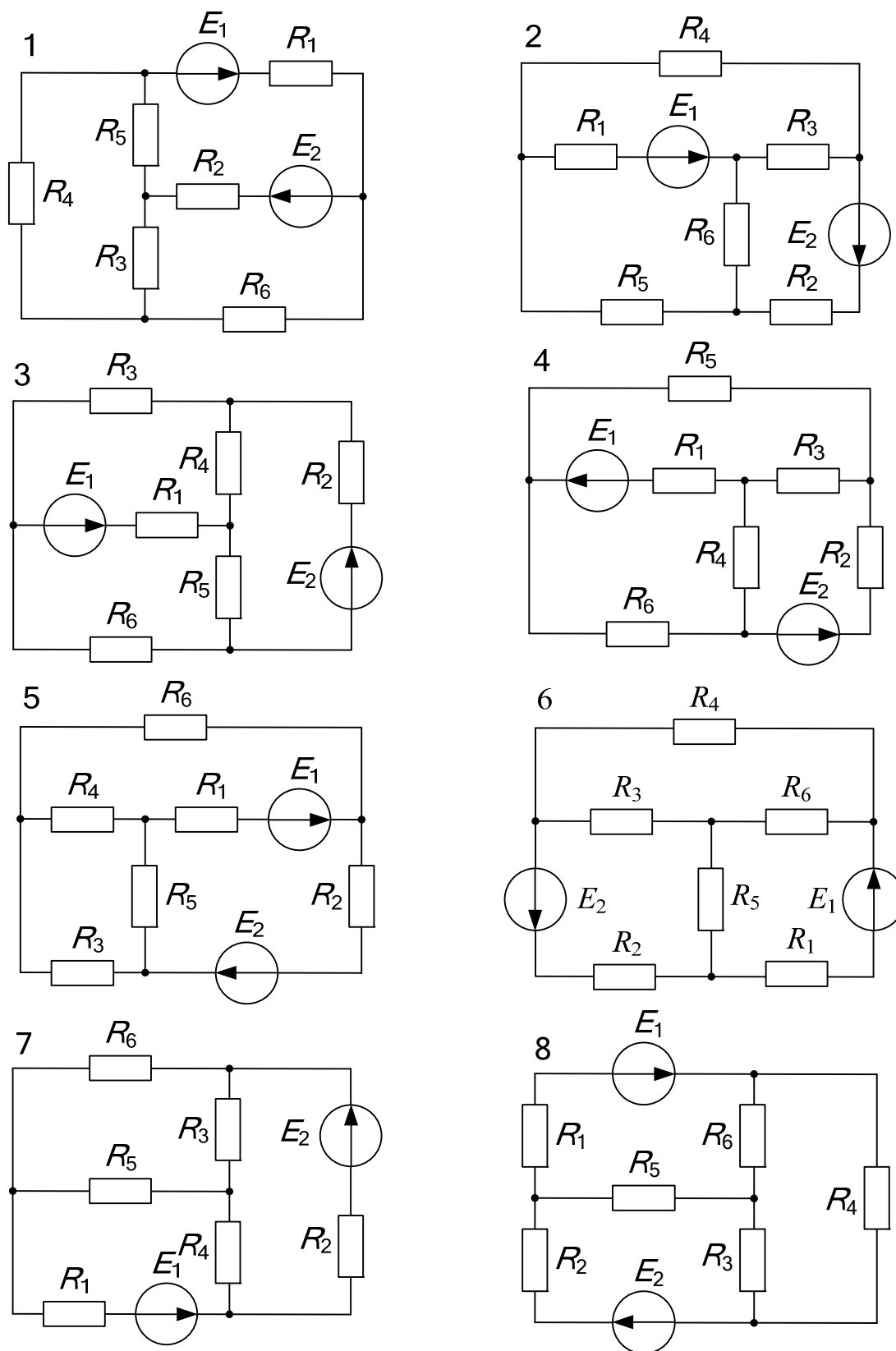


Рис. 4.1 (окончание см. на с. 36)

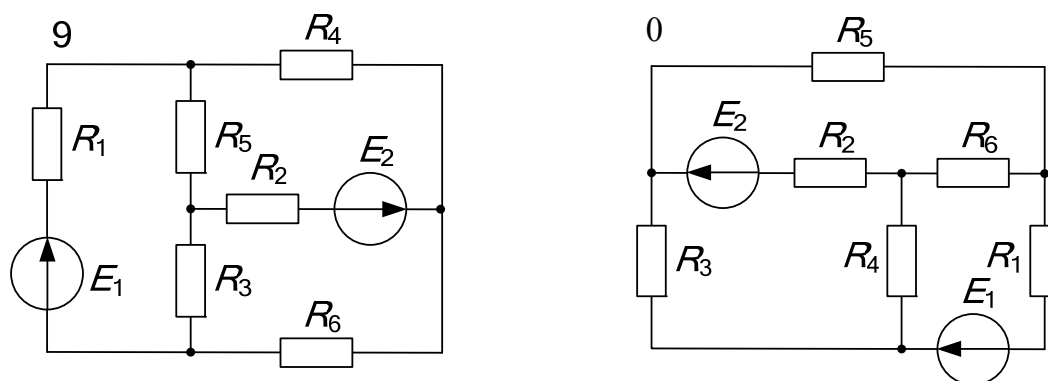


Рис. 4.1. Окончание (начало см. на с. 35)

Таблица 4.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Метод расчета	МКТ	МУП	МН	МКТ	МУП	МН	МКТ	МУП	МН	МКТ
E_1 , В	19	20	21	18	17	20	19	21	16	10
E_2 , В	10	9	13	12	11	14	8	10	21	20

3. Расчетная часть

1. Рассчитать токи в ветвях электрической цепи заданным методом. (Примеры расчета приведены в Приложениях П2 ÷ П4). Результаты расчета занести в табл. 4.2, где для сравнения предварительно привести номинальные значения токов соответствующих резисторов, определенные ранее в РЛР № 1.

Таблица 4.2

Значение тока	Ток, А					
	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
Номинальное						
Расчетное						
Измеренное						

В том случае когда расчетные величины одного или нескольких токов окажутся больше их номинальных значений, изменить по согласованию с преподавателем величины ЭДС E_1 и E_2 и повторить расчет.

2. Составить баланс мощностей.

3. Построить потенциальную диаграмму для замкнутого контура, включающего обе ЭДС. Для этого предварительно ввести буквенные (или цифровые) обозначения соответствующих узлов и промежу-

точных точек (в ветвях с ЭДС); рассчитать их потенциалы, используя значения токов из табл. 4.2. Расчетные значения потенциалов занести в табл. 4.3. (Пример расчета и построения потенциальной диаграммы приведен в Приложении П.3).

Таблица 4.3

Значение потенциала	Потенциал, В				
	Φ_a	Φ_b	Φ_k
Расчетное					
Измеренное					

4. Экспериментальная часть

1. Собрать заданную электрическую цепь на стенде. Используя перемычки, предусмотреть место включения амперметра в каждой из ветвей цепи.

2. Используя электронный вольтметр В7-58/2 или мультиметр МУ-68, установить заданные величины ЭДС E_1 и E_2 источников ИР.

3. Ампервольтметром Ц 4311 или мультиметром МУ-68 измерить величины токов в ветвях и занести их в табл. 4.2.

Результаты измерений сопоставить с соответствующими данными расчета. В случае их существенного различия установить возможные причины. После их устранения эксперимент повторить.

4. Используя электронный вольтметр В7-58/2 или мультиметр МУ-68, измерить потенциалы узлов и промежуточных точек заданного контура цепи, считая равным нулю потенциал того же узла, что и в расчете. Измеренные значения потенциалов занести в табл. 4.3 и сравнить с расчетными. В случае их существенного различия установить возможные причины и устранить их.

5. Анализ полученных результатов. Выводы

В выводе сделать заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

6. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 4 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;

- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) расчет действительных значений токов в ветвях цепи заданным методом; баланс мощностей;
- 5) потенциальную диаграмму и ее расчет;
- 6) вывод с заключением о степени соответствия результатов расчета и эксперимента.

Контрольные вопросы

1. Сколько и каких уравнений необходимо составить в случае расчета разветвленной электрической цепи методом уравнений Кирхгофа?
2. Какова особенность составления уравнений по первому (второму) законам Кирхгофа?
3. Привести последовательность расчета сложной электрической цепи методом узловых потенциалов.
4. Сформулировать закон Ома для участка цепи с ЭДС.
5. Какой из узлов цепи в случае расчета токов МУП следует принимать за базовый? Объяснить почему.
6. Как определяются собственные и общие узловые проводимости? узловые токи?
7. Привести последовательность расчета сложной электрической цепи методом контурных токов.
8. Сколько и каких уравнений необходимо составить в случае расчета разветвленной электрической цепи МКТ?
9. Как определяются действительные токи в ветвях цепи через контурные?
10. Как определяются собственные и общие сопротивления контуров? контурные ЭДС?
11. Что представляет собой баланс мощностей в электрической цепи постоянного тока?
12. Как определить падение напряжения на источнике тока? Привести пример.
13. Что понимают под потенциальной диаграммой участка цепи или замкнутого контура?
14. Дать сравнительную оценку МУК, МУП и МКТ.
15. Каково практическое значение потенциальных диаграмм?

16. Как по потенциальной диаграмме определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника напряжения? величину тока в ветви?

17. Привести последовательность расчета сложной электрической цепи методом наложения.

18. Сколько вспомогательных расчетных схем необходимо сформировать в случае расчета сложной электрической цепи МН? Что представляет собой каждая из этих схем?

19. Как определяются действительные токи в ветвях цепи в случае расчета их МН?

Расчетно-лабораторная работа № 5

АКТИВНЫЙ ДВУХПОЛЮСНИК В ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: 1) приобретение навыков расчета тока в выделенной ветви сложной электрической цепи методом эквивалентного генератора; 2) изучение способов экспериментального определения параметров активного двухполюсника (эквивалентного генератора).

1. Основные теоретические положения

В любой электрической цепи можно мысленно выделить какую-то одну ветвь, а всю оставшуюся часть цепи независимо от ее структуры и сложности условно изобразить некоторым прямоугольником. По отношению к выделенной ветви вся схема, обозначенная прямоугольником, представляет собой так называемый *двухполюсник*.

Двухполюсники, содержащие источники электрической энергии, называют *активными*, а двухполюсники, не содержащие источников электрической энергии, – *пассивными*.

Всякий пассивный двухполюсник является потребителем электрической энергии и характеризуется одной величиной – сопротивлением $R_{\text{вх}}$, которое называют *входным сопротивлением* пассивного двухполюсника. Если известна схема пассивного двухполюсника, то для определения сопротивления $R_{\text{вх}}$ нужно тем или иным способом «свернуть» ее относительно двух заданных выводов (зажимов).

Активный двухполюсник, представляющий собой сколь угодно сложную цепь с источниками энергии, согласно *теореме об активном двухполюснике* (теореме Гельмгольца–Тевенена) может быть заменен эквивалентным генератором. ЭДС $E_{\text{э.г}}$ эквивалентного генератора численно равна напряжению холостого хода на зажимах выделенной ветви, а внутреннее сопротивление $R_{\text{в}}$ – входному сопротивлению $R_{\text{вх}}$ цепи относительно тех же зажимов.

Метод расчета тока в выделенной ветви, основанный на замене активного двухполюсника эквивалентным генератором, принято называть *методом эквивалентного генератора* (МЭГ).

Рекомендуется следующая последовательность расчета тока этим методом:

1. Размыкают ветвь с неизвестным током; тем самым обеспечивают режим холостого хода относительно выделенной ветви.

2. Рассчитывают напряжение холостого хода U_{xx} на зажимах разомкнутой ветви.

3. Определяют входное сопротивление R_{bx} всей схемы относительно тех же зажимов; при этом источники ЭДС удаляют, сохраняя их внутреннее сопротивление, а ветви с источниками тока размыкают.

4. Рассчитывают искомый ток по формуле

$$I = \frac{E_{\text{э.г}}}{R_{\text{в}} + R_{\text{н}}} = \frac{U_{xx}}{R_{bx} + R_{\text{н}}}, \quad (5.1)$$

где $R_{\text{н}}$ – сопротивление выделенной ветви.

Если сопротивление выделенной ветви $R_{\text{н}} = 0$, то в этой ветви имеет место режим короткого замыкания и протекающий по ней ток – это ток короткого замыкания $I_{\text{кз}}$.

Согласно (5.1) при $R_{\text{н}} = 0$

$$I_{\text{кз}} = \frac{U_{xx}}{R_{bx}}. \quad (5.2)$$

Из формулы (5.2) следует простой *метод экспериментального определения параметров эквивалентного генератора*: $E_{\text{э.г}} = U_{xx}$ и $R_{\text{в}} = R_{bx}$. Для этого необходимо измерить напряжение холостого хода на зажимах разомкнутой ветви U_{xx} и ток короткого замыкания $I_{\text{кз}}$ в этой ветви. Тогда внутреннее сопротивление $R_{\text{в}}$ определится в виде:

$$R_{\text{в}} = R_{bx} = \frac{U_{xx}}{I_{\text{кз}}}. \quad (5.3)$$

Поскольку для определения параметров эквивалентного генератора используются режимы холостого хода и короткого замыкания в выделенной ветви, метод иногда называют *методом холостого хода и короткого замыкания*.

В тех случаях когда при проведении эксперимента не удастся осуществить режимы холостого хода и короткого замыкания, параметры эквивалентного генератора находят *методом двух нагрузок*. Пусть известно, что при $R_{\text{н}} = R_{\text{н1}}$ напряжение и ток в выделенной ветви принимают значения $U_{\text{н1}}$ и $I_{\text{н1}}$, а при $R_{\text{н}} = R_{\text{н2}} - U_{\text{н2}}$ и $I_{\text{н2}}$.

Тогда согласно (5.1):

$$\left. \begin{aligned} U_{xx} &= R_{bx} I_{n1} + U_{n1} \\ U_{xx} &= R_{bx} I_{n2} + U_{n2} \end{aligned} \right\}$$

Решая данную систему уравнений относительно U_{xx} и R_{bx} , получим:

$$U_{xx} = \frac{U_{n1}I_{n2} - U_{n2}I_{n1}}{I_{n2} - I_{n1}}, \quad R_{bx} = \frac{U_{n1} - U_{n2}}{I_{n2} - I_{n1}}. \quad (5.4)$$

Используя значения U_{n1} , I_{n1} и U_{n2} , I_{n2} , можно определить параметры активного двухполюсника графически путем построения его внешней характеристики. Для этого в координатах U, I необходимо отметить точки, соответствующие режимам (U_{n1}, I_{n1}) и (U_{n2}, I_{n2}) . Поскольку цепь линейная, внешняя характеристика двухполюсника представляет собой прямую, проведенную через эти точки. Точки пересечения характеристики с координатными осями соответствуют U_{xx} и $I_{кз}$.

2. Исходные данные

Номер варианта задания, схема замещения электрической цепи, параметры источников энергии и пассивных элементов, а также измерительные приборы остаются теми же, что и в расчетно-лабораторной работе № 4.

3. Расчетная часть

1. Рассчитать ток I_6 в ветви с резистором R_6 методом эквивалентного генератора. Расчетные значения параметров генератора $U_{xx} = E_{эГ}$ и $R_b = R_{bx}$, а также токов I_6 и $I_{кз}$ занести в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Значение параметра	Параметры активного двухполюсника			
	U_{xx}	R_b	$I_{кз}$	I_6
	В	Ом	А	А
Расчетное				
Измеренное методом ХХ и КЗ				
Измеренное методом двух нагрузок				

Если величина тока I_6 отличается от соответствующего значения, рассчитанного в РЛР № 4, более чем на 5 %, необходимо найти ошибку и повторить расчет.

2. Задаваясь семью значениями сопротивления $R_6(0; 0,5 R_B; 0,75 R_B; 1 R_B; 2 R_B; 3 R_B \text{ и } 5 R_B)$, по (5.1) рассчитать соответствующие значения тока и мощности, выделяющейся в сопротивлении R_6 . Результаты расчета занести в табл. 5.2. Построить зависимость $P_6 = f(R_6)$.

Таблица 5.2

$R_6, \text{ Ом}$								
$I_6, \text{ А}$	вычислено							
	измерено							
$P_6, \text{ Вт}$								

4. Экспериментальная часть

1. Собрать исследуемую цепь на стенде. Отключить резистор R_6 и измерить напряжение U_{xx} на зажимах разомкнутой ветви электронным вольтметром В7-58/2 или мультиметром МУ-68. Далее к тем же зажимам подключить ампервольтметр Ц 4311 или мультиметр МУ-68 и измерить ток короткого замыкания $I_{кз}$. Наконец, отключить источники напряжения, закоротить места их включения перемычками и мультиметром МУ-68 или электронным вольтметром В7-58/2 замерить величину входного сопротивления двухполюсника. Экспериментальные данные занести в табл. 5.1.

2. Убрать перемычки и подключить источники напряжения согласно схеме замещения исследуемой цепи. В выделенную ветвь вместо резистора R_6 подключить БПС и ампервольтметр Ц 4311. Кроме того, параллельно БПС подключить электронный вольтметр В7-58/2.

Установить сопротивление блока равным $0,5 R_6$. Измерить величины $U_{н1}$ и $I_{н1}$ и занести их в табл. 5.3. Подобные измерения повторить для $R_{БПС} = 2,5 R_6$. Их результаты также занести в табл. 5.3.

Таблица 5.3

$R_{БПС} = 0,5 R_6$		$R_{БПС} = 2,5 R_6$	
$U_{н1}, \text{ В}$	$I_{н1}, \text{ А}$	$U_{н2}, \text{ В}$	$I_{н2}, \text{ А}$

Рассчитать параметры активного двухполюсника по формулам (5.4) и занести их в табл. 5.1.

3. По данным табл. 5.3 построить внешнюю характеристику активного двухполюсника $U(I)$, по которой определить его параметры. Результаты аналитического и графического расчета сравнить.

4. Последовательно установить семь значений сопротивления БПС согласно табл. 5.2, измерить соответствующие значения тока I_6 ампервольтметром Ц 4311 или мультиметром МУ-68, занести их в табл. 5.2 и сравнить с расчетными величинами.

5. Анализ полученных результатов. Выводы

1. По данным табл. 5.1 сравнить значения параметров активного двухполюсника $U_{xx} = E_{э.г}$ и $R_b = R_{bx}$, рассчитанные методом эквивалентного генератора и полученные экспериментально. *Сделать вывод* о степени соответствия результатов расчета и эксперимента.

2. *Сделать вывод* об особенностях экспериментального определения U_{xx} и R_b методом холостого хода и короткого замыкания, а также методом двух нагрузок.

3. По зависимости $P_6 = f(R_6)$ оценить, действительно ли мощность, потребляемая сопротивлением R_6 в согласованном режиме, будет максимальной. *Сделать соответствующий вывод.*

6. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 5 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) расчет заданной цепи методом эквивалентного генератора;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) графический расчет параметров активного двухполюсника по результатам метода двух нагрузок;
- 7) зависимость $P_6 = f(R_6)$;
- 8) выводы.

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой двухполюсник? Какие двухполюсники бывают?
2. Сформулировать теорему об активном двухполюснике (теорему Гельмгольца–Тевенена).
3. Назвать основные параметры активного двухполюсника. Какова связь между ними?
4. Как определить параметры активного двухполюсника расчетным путем?
5. Каковы особенности экспериментального определения параметров активного двухполюсника методом холостого хода и короткого замыкания?
6. Как определяют параметры активного двухполюсника методом двух нагрузок?
7. Изложить порядок расчета тока в одной из ветвей сложной электрической цепи методом эквивалентного генератора.
8. Объяснить характер изменения мощности резистора, подключенного к зажимам активного двухполюсника, от его сопротивления.
9. Объяснить характер изменения мощности резистора, подключенного к зажимам активного двухполюсника, от величины тока, протекающего по этому сопротивлению.
10. Как использовать метод эквивалентного генератора, если выделенная ветвь содержит источник энергии?

Расчетно-лабораторная работа № 6

ПЕРЕДАЧА ЭНЕРГИИ ПО ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: изучение свойств и особенностей линии передачи электрической энергии в различных режимах работы.

1. Основные теоретические положения

В схеме замещения линии передачи, изображенной на рис. 6.1, U_1 – напряжение в начале линии; $R_{\text{л}}$ – сопротивление проводников линии; $R_{\text{н}}$ – сопротивление нагрузки; U_2 – напряжение на нагрузке в конце линии.

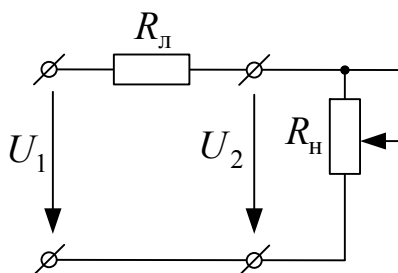


Рис. 6.1

При изменении сопротивления нагрузки $R_{\text{н}}$ от ∞ до 0 ток I согласно формуле

$$I = \frac{U_1}{R_{\text{л}} + R_{\text{н}}} \quad (6.1)$$

изменяется в пределах $0 \div I_{\text{max}} = U_1 / R_{\text{л}}$.

Характер изменения напряжения на нагрузке U_2 , мощности P_1 в начале линии, мощности P_2 , выделяющейся в нагрузке, и коэффициента полезного действия (КПД) передачи η в функции от тока I при неизменном напряжении U_1 и неизменном сопротивлении $R_{\text{л}}$ определяется уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= U_1 - R_{\text{л}} I; & P_1 &= U_1 I; & P_2 &= U_1 I - R_{\text{л}} I^2; \\ \eta &= \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_1 I - R_{\text{л}} I^2}{U_1 I} = 1 - \frac{R_{\text{л}} I}{U_1} = 1 - \frac{R_{\text{л}} I}{(R_{\text{л}} + R_{\text{н}}) I} = \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{л}} + R_{\text{н}}} \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

и иллюстрируется кривыми рис. 6.2, а.

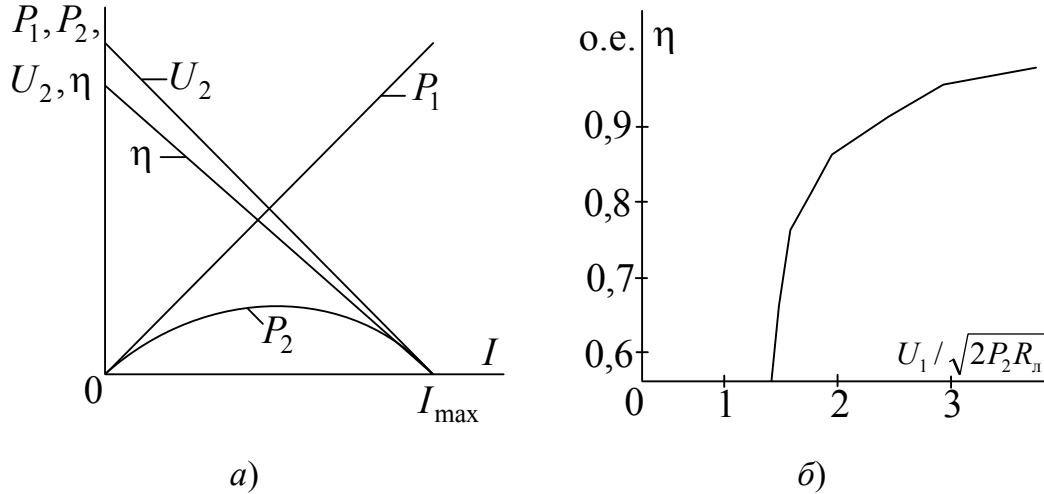


Рис. 6.2

При передаче больших мощностей (например, нескольких десятков мегаватт) в реальных линиях передач КПД составляет практически 0,94–0,97, а напряжение U_2 лишь на несколько процентов меньше напряжения U_1 . Если по линии передачи с сопротивлением $R_{\text{л}} = \text{const}$ нагрузке должна быть передана мощность $P_2 = \text{const}$, то КПД будет тем выше, чем больше напряжение U_1 в начале линии. В этом можно убедиться путем следующих рассуждений: увеличение U_1 вызовет увеличение U_2 ; при этом увеличится $R_{\text{н}}$, так как $R_{\text{н}} = U_2^2 / P_2$. Но тогда согласно (6.2) повысится и КПД.

Подобный вывод можно получить иначе, установив связь между КПД η и напряжением U_1 при заданных величинах P_2 и $R_{\text{л}}$.

Как было отмечено ранее (6.2):

$$\eta = 1 - \frac{R_{\text{л}}}{R_{\text{л}} + R_{\text{н}}}.$$

В свою очередь, сопротивление нагрузки $R_{\text{н}}$ можно выразить следующим образом:

$$R_{\text{н}} = \frac{P_2}{I^2} = \frac{P_2(R_{\text{л}} + R_{\text{н}})^2}{U_1^2}, \quad (6.3)$$

откуда

$$R_{\text{н}} \frac{U_1^2}{P_2} = R_{\text{л}}^2 + 2R_{\text{л}}R_{\text{н}} + R_{\text{н}}^2,$$

$$R_{\text{н}}^2 - \left(\frac{U_1^2}{P_2} - 2R_{\text{л}} \right) R_{\text{н}} + R_{\text{л}}^2 = 0$$

и

$$R_{\text{н}} = \left(\frac{U_1^2}{P_2} - 2R_{\text{л}} \right) + \sqrt{\left(\frac{U_1^2}{2P_2} - R_{\text{л}} \right)^2 - R_{\text{л}}^2}. \quad (6.4)$$

Знак «минус» перед корнем в выражении (6.4) опущен, так как он соответствует правой части кривой $P_2 = f(I)$ с меньшим КПД.

Окончательно:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\frac{U_1^2}{2P_2R_{\text{л}}} + \sqrt{\left(\frac{U_1^2}{2P_2R_{\text{л}}} - 1 \right)^2 - 1}}. \quad (6.5)$$

Из (6.5) следует, что КПД передачи тем выше, чем больше напряжение U_1 в начале линии. Об этом же свидетельствует и зависимость $\eta = f(U_1/\sqrt{2P_2R_{\text{л}}})$, приведенная на рис. 6.2, б.

2. Исходные данные

Вариант задания состоит из двух цифр: первая из них соответствует номеру стенда, а вторая – номеру столбца в табл. 6.1, где содержатся сведения о величине напряжения на входе линии U_1 .

В работе используются:

1. Схема замещения линии передачи (рис. 6.1).
2. Источник постоянного напряжения ИР – в качестве источника напряжения U_1 на входе линии.
3. Резистор R_2 , фактическое сопротивление которого определено в РЛР № 1 (табл. 1.1) – в качестве сопротивления линии $R_{\text{л}}$.

4. Блок переменного сопротивления БПС – в качестве сопротивления нагрузки R_n .

5. Измерительные приборы, установленные на стенде.

Таблица 6.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U_1, \text{В}$	15	17	19	21	23	18	20	22	14	23

3. Расчетная часть

1. Используя заданные значения U_1 и R_n , рассчитать ток короткого замыкания в линии $I_{кз} = U_1 / R_n$. Подобрать шесть значений сопротивления R_n так, чтобы при его изменении ток линии изменялся в диапазоне $0 \div I_{кз}$ через равные интервалы ΔI . Для этого необходимо разделить диапазон $0 \div I_{кз}$ на шесть равных частей и для каждого граничного значения тока I_k по формуле (6.1) рассчитать соответствующее сопротивление $R_{нк}$.

2. Рассчитать мощности источника энергии на входе линии $P_{1k} = U_1 I_k$, приемника $P_{2k} = R_{нк} I_k^2$ и коэффициент полезного действия η_k для семи режимов работы линии. Расчетные значения $R_{нк}$, I_k , P_{1k} , P_{2k} и η_k занести в табл. 6.2.

3. По расчетным данным построить зависимости $U_2(I)$, $P_1(I)$, $P_2(I)$ и $\eta(I)$ и сделать их анализ.

Таблица 6.2

$R_n, \text{Ом}$								
$I_n, \text{А}$	вычислено							
	измерено							
$U_n, \text{В}$	вычислено							
	измерено							
$P_1, \text{Вт}$								
$P_2, \text{Вт}$								
$\eta, \text{о.е.}$								

4. Экспериментальная часть

1. Собрать схему линии передачи энергии на стенде согласно рис. 6.1. Последовательно с сопротивлением линии R_n включить ампервольтметр Ц 4311 или мультиметр МУ-68, а параллельно сопротивлению нагрузки R_n – универсальный вольтметр В7-58/2.

2. Установить напряжение U_1 в соответствии с заданием. В процессе эксперимента это напряжение необходимо контролировать и поддерживать неизменным.

3. Изменяя величину сопротивления R_n согласно расчетным значениям (первая строка табл. 6.2), измерять ток в линии I и напряжение на приемнике U_2 . Данные измерений занести в табл. 6.2 и сравнить с соответствующими расчетными величинами.

5. Анализ полученных результатов. Выводы

По данным табл. 6.2 построить зависимости $U_2(I)$, $P_1(I)$, $P_2(I)$ и $\eta(I)$, проанализировать их и сделать соответствующие выводы.

6. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 6 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения линии передачи энергии; напряжение U_1 на входе линии; величину сопротивления линии $R_{л} = R_2$);
- 4) основные расчетные формулы;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) зависимости $U_2(I)$, $P_1(I)$, $P_2(I)$ и $\eta(I)$;
- 7) выводы.

Контрольные вопросы

1. Как изменяется ток линии передачи энергии в зависимости от сопротивления нагрузки?
2. Объяснить характер зависимостей $U_2(I)$, $P_1(I)$, $P_2(I)$ и $\eta(I)$.
3. Привести условие передачи по линии максимальной мощности. Каков при этом КПД линии?
4. При каком условии мощность, потребляемая приемником, максимальна?
5. Что представляет собой согласованный режим работы линии передачи энергии?
6. Почему согласованный режим в силовых электрических цепях и системах не применяется?
7. Объяснить, почему передача энергии от источника к нагрузке производится при высоком напряжении на входе линии.

Расчетно-лабораторная работа № 7

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА И ЕЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Цель работы: 1) приобретение навыков измерения параметров пассивных элементов (резисторов, конденсаторов и катушек индуктивности) в цепи синусоидального тока; 2) снятие вольт-амперных характеристик элементов электрической цепи синусоидального тока; 3) знакомство с работой электронного осциллографа и возможностью его применения для измерения разности фаз между синусоидальными напряжениями и токами.

1. Основные теоретические положения

Термин «*сопротивление*» для цепей синусоидального тока в отличие от цепей постоянного тока недостаточно полный, так как сопротивление переменному току оказывают не только те элементы (резисторы, реостаты и т. п.), в которых энергия выделяется в виде тепла, но и те элементы (конденсаторы и катушки индуктивности), в которых энергия периодически запасается в электрическом или магнитном полях.

*Элементы цепи синусоидального тока, в которых энергия выделяется в виде тепла, называют **активными сопротивлениями**.*

*Элементы цепи, в которых энергия периодически запасается в электрическом или магнитном полях, называют **реактивными**, а их сопротивления переменному току – **реактивными сопротивлениями**.*

Если по активному сопротивлению R протекает синусоидальный ток:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

то согласно закону Ома напряжение на нем будет равно:

$$u = Ri = RI_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (7.1)$$

Из (7.1) следует, что

$$U_m = RI_m \text{ и } U = RI. \quad (7.2)$$

Если в ветви с емкостным элементом C (конденсатором) вследствие его периодической перезарядки протекает синусоидальный ток:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

то напряжение на емкостном элементе определяется в виде:

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = \\ &= \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ) = U_{cm} \sin(\omega t + \psi_u), \end{aligned} \quad (7.3)$$

откуда

$$U_{cm} = \frac{1}{\omega C} I_m, \quad U = \frac{1}{\omega C} I, \quad \psi_u = \psi_i - 90^\circ. \quad (7.4)$$

Величину $\frac{1}{\omega C}$, имеющую размерность сопротивления, обозначают X_c и называют реактивным (емкостным) сопротивлением конденсатора.

Если в ветви с индуктивным элементом L (идеальной индуктивной катушкой) протекает синусоидальный ток:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

то напряжение на индуктивном элементе определяется в виде:

$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} (I_m \sin(\omega t + \psi_i)) = \omega L I_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) = \\ &= U_{mL} \sin(\omega t + \psi_u), \end{aligned} \quad (7.5)$$

откуда

$$U_{mL} = \omega L I_m, \quad U_L = \omega L I, \quad \psi_u = \psi_i + 90^\circ. \quad (7.6)$$

Величину ωL , имеющую размерность сопротивления, обозначают X_L и называют реактивным (индуктивным) сопротивлением индуктивного элемента.

Электрическая цепь с одним лишь индуктивным сопротивлением в действительности невозможна, так как всякая обмотка помимо индуктивного сопротивления X_L обладает также активным сопротивлением R_k . Уравнение, характеризующее электрическое состояние реальной индуктивной катушки в случае последовательной схемы замещения, имеет вид:

$$u_k = u_R + u_L = R_k i + L \frac{di}{dt}. \quad (7.7)$$

Дифференциальное уравнение (7.7) может быть решено после подстановки синусоидальных функций u_k и i , но проще решается в комплексной форме записи. Синусоидальным функциям i , u_R и u_L , как известно, соответствуют комплексы действующих значений:

$$\underline{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}, \quad \underline{U}_R = R_k I e^{j\psi_i} \quad \text{и} \quad \underline{U}_L = j\omega L I e^{j\psi_i}.$$

Подставляя их в дифференциальное уравнение (7.7), можно получить:

$$\underline{U}_k = \underline{U}_R + \underline{U}_L = R_k I e^{j\psi_i} + j\omega L I e^{j\psi_i} = \underline{Z}_k \underline{I}, \quad (7.8)$$

где $\underline{Z}_k = R_k + j\omega L = \sqrt{R_k^2 + (\omega L)^2} e^{j\varphi} = Z e^{j\varphi}$ – полное комплексное сопротивление индуктивной катушки; $Z = \sqrt{R_k^2 + (\omega L)^2}$ – величина (модуль) этого сопротивления; $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R_k}$ – угол сдвига между напряжением и током в индуктивной катушке.

2. Исходные данные

В работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения.
2. В качестве пассивных элементов:
 - 2 резистора (выбрать произвольно из элементов 1÷6);
 - 2 конденсатора (элементы 16 и 17);
 - 2 катушки индуктивности (элементы 11 и 12);
 - блок переменного сопротивления БПС.
3. Измерительные приборы, установленные на стенде.

3. Экспериментальная часть

1. Переключатель формы переменного напряжения установить в положение, соответствующее синусоидальной форме напряжения источника. Частоту напряжения, *заданную преподавателем*, установить соответствующими ручками.

Измерение фактических параметров элементов производить методом амперметра и вольтметра по схеме рис. 7.1 (где ИЭ – исследуемый элемент).

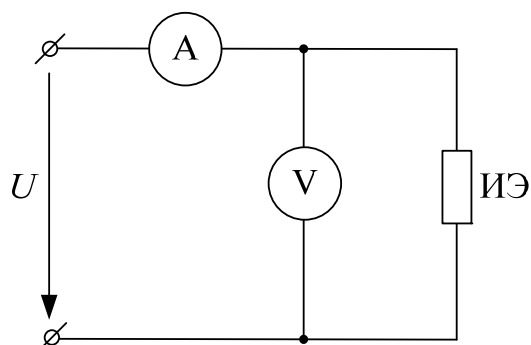


Рис. 7.1

Перед измерением активных сопротивлений двух резисторов занести в табл. 7.1 их номинальные и фактические значения, а также номинальные величины напряжения U_H и тока I_H , определенные в РЛР № 1. В процессе измерений напряжение источника U установить таким, чтобы показания приборов не превышали допустимые значения U_H и I_H . Результаты измерений занести в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Элемент	R_H	U_H	I_H	R_ϕ	Измерено			Вычислено
	Ом	В	А	Ом	U	I	f	R_ϕ
	Ом	В	А	Ом	В	А	Гц	Ом
$R_{...}$								
$R_{...}$								

Номинальные емкости конденсаторов предварительно определить визуально и занести в табл. 7.2. Далее последовательно измерить ток и напряжение на каждом конденсаторе и по закону Ома (7.4) определить их полное и реактивное сопротивления, считая конденсаторы близкими к идеальным элементам.

Наконец, зная частоту f напряжения источника, рассчитать соответствующие емкости C . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 7.2.

Измеренные (фактические) значения емкостей конденсаторов сравнить с номинальными значениями.

Таблица 7.2

Элемент	C_H	Измерено			Вычислено		
	мкФ	f	U	I	Z	X_c	C
	мкФ	Гц	В	А	Ом	Ом	мкФ
C_{16}							
C_{17}							

Активные сопротивления R_k индуктивных катушек K_{11} и K_{12} измерить мультиметром МУ-68. Затем последовательно измерить ток и напряжение на каждой из катушек по схеме рис. 7.1 и по закону Ома (7.8) определить их полные сопротивления Z . Далее рассчитать реактивные сопротивления X_k и индуктивности L , а также разности фаз φ_k между напряжением и током в катушках по формулам:

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R_k^2}; \quad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f}; \quad \varphi_k = \arctg \frac{X_L}{R_k}. \quad (7.9)$$

Результаты измерений и расчетов занести в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Элемент	Измерено				Вычислено			
	R	f	U	I	Z	X_L	L	φ_k
	Ом	Гц	В	мА	Ом	Ом	мГн	град
K_{11}								
K_{12}								

2. Вольт-амперные характеристики конденсаторов и индуктивных катушек снимать по схеме рис. 7.1. При этом элементы подключать к источнику, напряжение которого предварительно уменьшено до нуля. Далее, увеличивая его, произвести шесть измерений тока и напряжения на каждом элементе. Результаты измерений занести в табл. 7.4.

По экспериментальным данным построить ВАХ конденсаторов и индуктивных катушек и оценить их линейность.

Таблица 7.4

№ п/п	Конденсаторы				Индуктивные катушки			
	C_{16}		C_{17}		K_{11}		K_{12}	
	U	I	U	I	U	I	U	I
	В	мА	В	мА	В	мА	В	мА
1								
2								
3								
4								
5								
6								

3. Следует помнить, что электронные осциллографы обладают большим входным сопротивлением и, как известно, позволяют наблюдать напряжение любой формы, не внося изменений в состояние

исследуемой цепи при их подключении. Но именно из-за большого входного сопротивления осциллографа (как и вольтметры) нельзя включать последовательно с приемниками и, следовательно, нельзя непосредственно наблюдать форму тока.

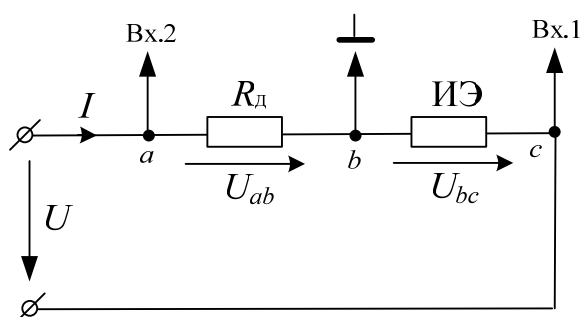


Рис. 7.2

При измерении разности фаз напряжение с исследуемого элемента (ИЭ) подается на вход I канала (рис. 7.2). Для снятия кривой тока последовательно с ИЭ необходимо включить добавочный резистор R_d . Напряжение с него, пропорциональное току, подается на вход II канала осциллографа.

Конструкция осциллографа выполнена так, что его каналы I и II имеют общий потенциальный узел (\perp), относительно которого подаются измеряемые напряжения на их входы.

При измерении разности фаз необходимо, чтобы знаки потенциалов «а» и «с» на чувствительных щупах каналов I и II были одинаковы по отношению к общему потенциальному узлу. В противном случае, когда эти знаки разные (как, например, в схеме на рис. 7.2), следует инвертировать сигнал, поступающий на вход одного из каналов, соответствующей кнопкой.

Результаты измерения разности фаз между напряжениями и токами в резисторах, конденсаторах и индуктивных катушках занести в табл. 7.5.

Таблица 7.5

Элементы	Резисторы		Конденсаторы		Индуктивные катушки	
	$R_{...}$	$R_{...}$	C_{16}	C_{17}	K_{11}	K_{12}
Разность фаз φ (град)						

4. Анализ результатов работы. Выводы

1. По данным табл. 7.1 и 7.2 оценить, насколько измеренные (фактические) сопротивления резисторов и емкости конденсаторов отличаются от номинальных значений.

2. По данным табл. 7.3 и 7.5 сопоставить расчетные значения разности фаз φ между напряжением и током в индуктивных катушках K_{11} и K_{12} с измеренными с помощью электронного осциллографа. В случае существенного различия установить возможные причины и устранить их. При необходимости соответствующие опыты повторить.

3. По данным табл. 7.4 построить ВАХ двух конденсаторов, а также двух индуктивных катушек. В выводах оценить их линейность; отметить, какая из характеристик круче по отношению к оси тока; объяснить почему.

5. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 7 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему измерения методом амперметра и вольтметра; заданную частоту напряжения источника);
- 4) основные расчетные формулы с примерами их применения;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) ВАХ двух конденсаторов и двух индуктивных катушек (построенные парами в разных осях);
- 7) выводы.

Контрольные вопросы

1. Как определить номинальное сопротивление резистора (конденсатора)?
2. Как экспериментально определить фактическое сопротивление резистора (конденсатора, катушки индуктивности)?
3. Какова последовательность измерения активного сопротивления резистора?
4. Какова последовательность измерения полного и реактивного сопротивления конденсатора?
5. Какова последовательность измерения активного, реактивного и полного сопротивлений индуктивной катушки?
6. От чего зависит величина реактивного сопротивления конденсатор (индуктивной катушки)?

7. Как экспериментально определить емкость конденсатора (индуктивность индуктивной катушки)?
8. Чем реальная катушка отличается от идеальной катушки?
9. Записать закон Ома для участка цепи с конденсатором в амплитудных значениях (в действующих значениях, в комплексной форме).
10. Записать закон Ома для участка цепи с индуктивной катушкой (реальной, идеальной) в амплитудных значениях (в действующих значениях, в комплексной форме).
11. Что такое «разность фаз»?
12. Чему равна разность фаз между напряжением и током резистора (конденсатора (реального и идеального), индуктивной катушки (реальной и идеальной))?
13. Какой вид имеют векторные диаграммы напряжения и тока в резисторе (в конденсаторе, индуктивной катушке (реальной и идеальной))?

Расчетно-лабораторная работа № 8

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ

С РЕЗИСТОРОМ И КОНДЕНСАТОРОМ

Цель работы: 1) исследовать свойства и особенности цепи синусоидального тока с резистором и конденсатором; 2) оценить эквивалентность последовательной и параллельной схем замещения пассивного активно-емкостного двухполюсника.

1. Основные теоретические положения

Если по пассивному двухполюснику, состоящему из последовательно соединенных резистора с активным сопротивлением R и конденсатора емкостью C (рис. 8.1, а), протекает синусоидальный ток:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

то напряжение на входе двухполюсника согласно второму закону Кирхгофа будет равно:

$$\begin{aligned} u &= u_R + u_C = Ri + \frac{1}{C} \int i dt = \\ &= RI_m \sin(\omega t + \psi_i) + X_C I_m \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ) = \\ &= U_{cm} \sin(\omega t + \psi_u). \end{aligned} \quad (8.1)$$

Так как синусоидальным функциям i , u_R и u_C соответствуют комплексы действующих значений:

$$\underline{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}, \quad \underline{U}_R = RI e^{j\psi_i} \quad \text{и} \quad \underline{U}_C = -jX_C I e^{j\psi_i},$$

комплекс действующего значения напряжения на входе двухполюсника с учетом (8.1) можно представить в виде:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C = RI - jX_C I = \underline{Z} I, \quad (8.2)$$

где $\underline{Z} = R - jX_C = Ze^{-j\varphi}$ – полное комплексное сопротивление активно-емкостного двухполюсника.

Величина $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ является модулем полного комплексного сопротивления, а угол сдвига фаз $\varphi = -\arctg\left(\frac{X_C}{R}\right)$ между напряжением u и током i – его аргументом.

Из (8.2) можно получить формулу закона Ома в комплексной форме:

$$Ie^{j\psi_i} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ze^{-j\varphi}}, \quad (8.3)$$

откуда следует:

$$I = \frac{U}{Z} \quad (8.4)$$

и

$$\psi_i = \psi_u + \varphi. \quad (8.5)$$

Равенство (8.4) представляет собой закон Ома для действующих значений напряжения и тока двухполюсника. А из (8.5) следует, что начальная фаза тока ψ_i больше начальной фазы напряжения ψ_u на угол сдвига фаз φ , т. е. ток i опережает напряжение на входе активно-емкостного двухполюсника на угол φ . Это иллюстрирует векторная диаграмма, представленная на рис. 8.1, б.

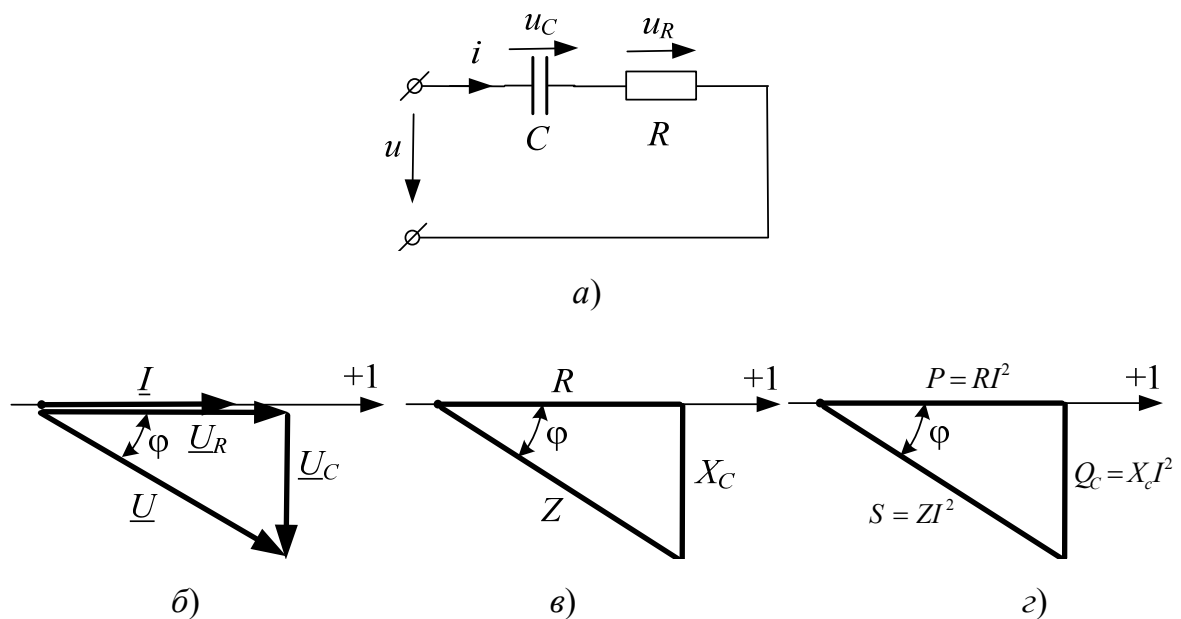


Рис. 8.1

На рис. 8.1, б начальная фаза тока ψ_i принята равной нулю. Поэтому вектор тока \underline{I} совпадает с осью +1. Вектор напряжения $\underline{U}_R = RI$ совпадает по фазе с вектором тока, а вектор напряжения $\underline{U}_C = -jX_C I$ отстает по фазе от вектора тока на угол 90° . Результирующий вектор напряжения \underline{U} равен геометрической сумме векторов \underline{U}_R и \underline{U}_C , т. е. $\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C$. При этом вектор напряжения \underline{U} отстает по фазе от вектора тока на угол сдвига фаз φ .

Мгновенное значение этого напряжения:

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi). \quad (8.6)$$

Мгновенная мощность активно-емкостного двухполюсника:

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t - \varphi) \sin \omega t = UI [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)]. \quad (8.7)$$

Наконец, среднее значение мгновенной мощности, равное активной мощности:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi = RI^2. \quad (8.8)$$

Векторную диаграмму рис. 8.1, б называют *треугольником напряжений*. Если каждую из сторон этого треугольника разделить на ток \underline{I} , получится подобный *треугольник сопротивлений* (рис. 8.1, в). Из него видно, что модуль полного сопротивления Z является гипотенузой прямоугольного треугольника, катетами которого являются активное R и емкостное X_C сопротивления двухполюсника.

Наконец, если каждую из сторон треугольника сопротивлений умножить на величину I^2 , получится подобный *треугольник мощностей* (рис. 8.1, г). Из него следует, что полная мощность, потребляемая двухполюсником, равна $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ при коэффициенте мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}.$$

Как известно, пассивный двухполюсник может быть представлен двумя эквивалентными схемами замещения – последовательной и параллельной. Последовательная схема активно-емкостного двухполюсника приведена на рис. 8.1, а. Эквивалентная ей параллельная схема представляет собой параллельное соединение активной g и ре-

активной b_c проводимостей или параллельное соединение соответствующих этим проводимостям сопротивлений R_3 и X_3 (рис. 8.2, а и б). Если известны параметры первой схемы, то по ним можно определить параметры второй схемы и наоборот.

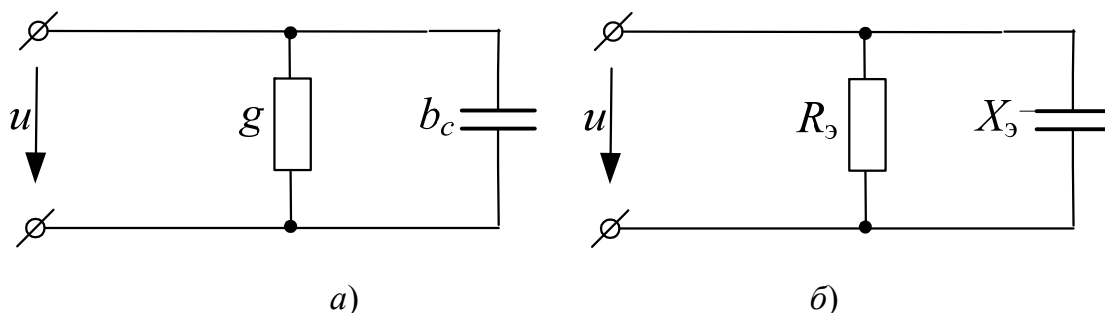


Рис. 8.2

В самом деле, если известно комплексное сопротивление $\underline{Z} = R - jX_C$ последовательной схемы (рис. 8.1, а), то соответствующая комплексная проводимость параллельной схемы (рис. 8.2, а) будет равна:

$$\begin{aligned} \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} &= \frac{1}{R - jX_C} = \frac{R + jX_C}{(R - jX_C)(R + jX_C)} = \frac{R + jX_C}{R^2 + X_C^2} = \\ &= \frac{R}{R^2 + X_C^2} + j \frac{X_C}{R^2 + X_C^2} = g + jb_c, \end{aligned} \quad (8.9)$$

а эквивалентные сопротивления параллельных ветвей (рис. 8.2, б) –

$$R_3 = \frac{1}{g} = \frac{R^2 + X_C^2}{R} \quad \text{и} \quad X_3 = \frac{1}{b_c} = \frac{R^2 + X_C^2}{X_C}. \quad (8.10)$$

Если же известны (или заданы) параметры R_3 и X_3 параллельной схемы (рис. 8.2, б), то соответствующие сопротивления R и X_C эквивалентной последовательной схемы замещения (рис. 8.1, а) определяются в виде:

$$\underline{Z}_{RC} = \frac{R_3(-jX_3)}{R_3 - jX_3} = R - jX_C. \quad (8.11)$$

2. Исходные данные

В работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения.
2. Блок переменного сопротивления БПС.
3. Блок переменной емкости БПЕ.
4. Измерительные приборы и электронный осциллограф, установленные на стенде.

3. Экспериментальная часть

1. Собрать на наборном поле электрическую цепь согласно схеме рис. 8.3. В качестве регулируемых элементов – резистора R и конденсатора C – использовать блок переменного сопротивления БПС и блок переменной емкости БПЕ.

Напряжение двухполюсника U_{ab} , измеряемое вольтметром, задать произвольно в диапазоне $12 \div 15$ В и поддерживать неизменным в течение эксперимента. Частота напряжения должна быть такой же, как и в РЛР № 7.

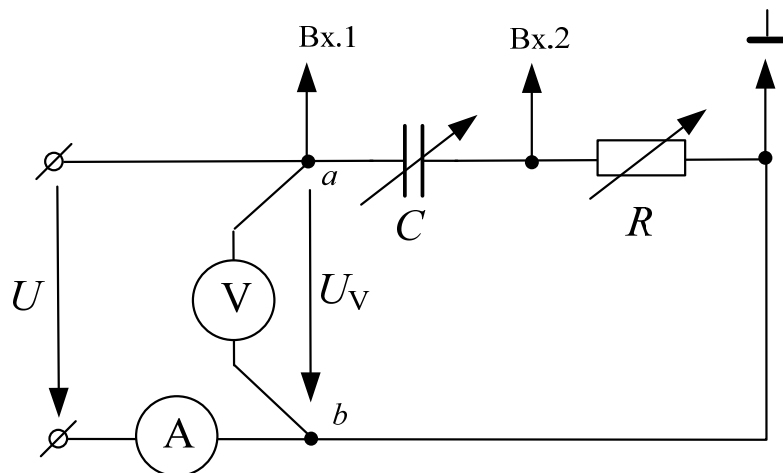


Рис. 8.3

2. Величину емкости БПЕ выбрать такой, чтобы ее реактивное сопротивление X_C было в диапазоне $100 \div 200$ Ом. Затем рассчитать шесть значений сопротивления БПС, равных $2,4 X_C$; $1,5 X_C$; $1 X_C$; $0,7 X_C$; $0,4 X_C$ и $0,2 X_C$, и занести их в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Постоянные величины	№ п/п	R	Измерено		Вычислено			
			I	φ	Z	I	φ	P
		Ом	мА	град	Ом	мА	град	мВт
$U_{ab} = \dots$ В $f = \dots$ Гц $C = \dots$ Ф	1							
	2							
	3							
	4							
	5							
	6							

Далее, изменяя сопротивление БПС согласно рассчитанным значениям R , произвести шесть измерений тока I и разности фаз φ . Кроме того, рассчитать величины сопротивления Z , тока I , разности фаз φ и активной мощности P , соответствующие тем же шести значениям сопротивления R . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 8.1.

3. Выбрать величину сопротивления БПС в диапазоне 100÷200 Ом. Затем рассчитать шесть значений сопротивления X_C , равных $0,42 R$; $0,67 R$; $1 R$; $1,5 R$; $2,5 R$ и $5,7 R$. Далее определить емкости БПЕ, соответствующие рассчитанным значениям X_C , и занести их в табл. 8.2. Наконец, изменяя емкость БПЕ согласно рассчитанным значениям C , произвести шесть измерений тока I и разности фаз φ . Кроме того, рассчитать величины сопротивления Z , тока I , разности фаз φ и реактивной мощности Q , соответствующие тем же шести значениям емкости C . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Постоянные величины	№ п/п	C	Измерено		Вычислено			
			I	φ	Z	I	φ	Q
		мкФ	мА	град	Ом	мА	град	мВАр
$U_{ab} = \dots$ В $f = \dots$ Гц $R = \dots$ Ом	1							
	2							
	3							
	4							
	5							
	6							

По данным табл. 8.1 и 8.2 оценить, насколько измеренные значения тока I и разности фаз φ отличаются от соответствующих расчетных величин. В случае их существенного различия установить возможные причины. После их устранения эксперимент повторить.

4. Проверку эквивалентности последовательной и параллельной схем произвести для одного из измерений по п. 2. В табл. 8.1 выбрать режим, при котором $R \neq X_C$. Величины U , R , C , I , φ и P , соответствующие выбранному режиму последовательной схемы замещения, перенести в табл. 8.3.

По формулам (8.10) рассчитать параметры эквивалентной параллельной схемы замещения R_3 и C_3 . Собрать на наборном поле электрическую цепь, соответствующую рис. 8.2, б. Напряжение источника установить таким же, как и в п. 2. Измерить величину тока I и разность фаз φ . Кроме того, рассчитать активную мощность параллельной схемы. Данные измерений и расчетов сравнить и занести в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Схема замещения	R	C	R_3	C_3	Измерено			
	Ом	мкФ	Ом	мкФ	U В	I мА	φ град	P Вт
Последовательная			×	×				
Параллельная	×	×						

4. Анализ результатов работы. Выводы

1. По данным табл. 8.1 и 8.2 оценить, насколько измеренные значения тока I и разности фаз φ отличаются от соответствующих расчетных величин.

2. Для одного из режимов п. 2 (или п. 3) построить векторную диаграмму тока и напряжений, предварительно выбрав масштабы m_U и m_I .

3. По данным табл. 8.1 построить зависимости $I = f(R)$, $\varphi = f(R)$ и $P = f(R)$. В выводах объяснить вид каждой кривой.

4. По данным табл. 8.2 построить зависимости $I = f(C)$, $\varphi = f(C)$ и $Q = f(C)$. В выводах объяснить вид каждой кривой.

5. По данным табл. 8.3 сделать вывод об эквивалентности последовательной и параллельной схем замещения активно-емкостного двухполюсника.

5. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 8 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;

- 3) исходные данные (схемы активно-емкостного двухполюсника; заданную частоту напряжения источника);
- 4) основные расчетные формулы с примерами их применения;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) векторную диаграмму тока и напряжений;
- 7) выводы.

Контрольные вопросы

1. Чему равно комплексное сопротивление активно-емкостного двухполюсника?
2. От чего зависит разность фаз φ между напряжением и током на входе активно-емкостного двухполюсника?
3. В каких пределах может изменяться разность фаз φ между напряжением и током на входе активно-емкостного двухполюсника?
4. Как выглядит векторная диаграмма тока и напряжений в случае последовательного соединения R и C элементов?
5. Как перейти от последовательной схемы замещения активно-емкостного двухполюсника к эквивалентной параллельной?
6. Как перейти от параллельной схемы замещения активно-емкостного двухполюсника к последовательной схеме?
7. Какова особенность измерения разности фаз между напряжением и током на входе цепи при параллельном соединении R и C элементов?

Расчетно-лабораторная работа № 9

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ С РЕЗИСТОРОМ И ИНДУКТИВНОЙ КАТУШКОЙ

Цель работы: исследовать свойства и особенности цепи с резистором и катушкой индуктивности.

1. Основные теоретические положения

Если по пассивному двухполюснику, состоящему из последовательно соединенных резистора с активным сопротивлением R и реальной катушки индуктивности с параметрами L_k и R_k (рис. 9.1, а), протекает синусоидальный ток:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

то напряжение на входе двухполюсника согласно второму закону Кирхгофа будет равно:

$$\begin{aligned} u &= u_{R_\Sigma} + u_L = (R + R_k)i + L \frac{di}{dt} = \\ &= (R + R_k)I_m \sin(\omega t + \psi_i) + X_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) = \\ &= U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_i) + U_{Lm} \sin(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (9.1)$$

где $U_{Rm} = (R + R_k)I_m$ – амплитудное значение напряжения на общем активном сопротивлении электрической цепи (рис. 9.1, а); $U_{Lm} = (\omega L_k)I_m = X_L I_m$ – амплитудное значение напряжения на индуктивном сопротивлении электрической цепи (рис. 9.1, а).

Так как синусоидальным функциям i , u_r и u_l соответствуют комплексы действующих значений:

$$\underline{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}, \quad \underline{U}_R = (R + R_k) I e^{j\psi_i} \quad \text{и} \quad \underline{U}_L = jX_L I e^{j\psi_i},$$

комплекс действующего значения напряжения на входе двухполюсника с учетом (9.1) можно представить в виде:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L = (R + R_k) \underline{I} + jX_L \underline{I} = \underline{Z} \underline{I}, \quad (9.2)$$

где $\underline{Z} = (R + R_k) + jX_L = Ze^{j\varphi}$ – полное комплексное сопротивление активно-индуктивного двухполюсника.

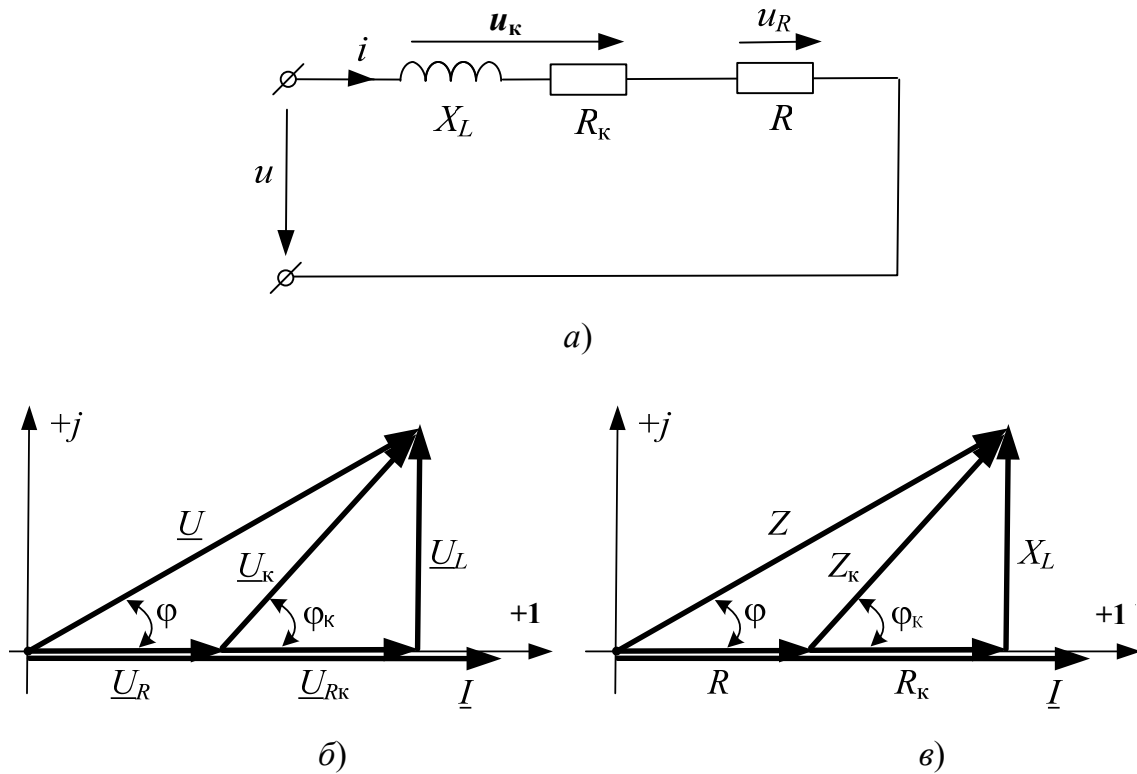


Рис. 9.1

Величина $Z = \sqrt{(R + R_k)^2 + X_L^2}$ является модулем полного комплексного сопротивления, а угол сдвига фаз $\varphi = \arctg\left(\frac{X_L}{R + R_k}\right)$ между напряжением u и током i – его аргументом.

Из (9.2) можно получить формулу закона Ома в комплексной форме:

$$Ie^{j\psi_i} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ze^{j\varphi}}, \quad (9.3)$$

откуда следует, что

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R + R_k)^2 + X_L^2}} \quad (9.4)$$

и

$$\psi_i = \psi_u - \varphi. \quad (9.5)$$

Равенство (9.4) представляет собой закон Ома для действующих значений напряжения и тока двухполюсника. Из выражения (9.5) следует, что начальная фаза тока ψ_i меньше начальной фазы напряжения ψ_u на угол сдвига фаз φ . Следовательно, ток i отстает от напряжения u на входе рассматриваемого двухполюсника на угол сдвига фаз φ . Это иллюстрирует векторная диаграмма, приведенная на рис. 9.1, б.

Для простоты построения диаграммы начальная фаза тока ψ_i принята равной нулю. Поэтому вектор тока \underline{I} направлен по оси +1. С ним совпадают по фазе векторы $\underline{U}_R = R\underline{I}$ и $\underline{U}_{R_k} = R_k\underline{I}$, а вектор напряжения $\underline{U}_L = jX_L\underline{I}$ опережает вектор тока \underline{I} на угол 90° . Таким образом, результирующий вектор напряжения на входе двухполюсника \underline{U} опережает по фазе вектор тока на угол φ .

Из диаграммы также видно, что вектор напряжения на индуктивной катушке $\underline{U}_k = \underline{U}_{R_k} + \underline{U}_L$ опережает вектор тока \underline{I} на угол $\varphi_k = \arctg \frac{X_L}{R_k}$.

Мгновенное значение этого напряжения:

$$u_k = U_{km} \sin(\omega t + \varphi). \quad (9.6)$$

Мгновенная мощность активно-индуктивного двухполюсника:

$$\begin{aligned} p = ui &= U_m \sin(\omega t + \varphi) I_m \sin \omega t = \frac{U_m I_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] = \\ &= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (9.7)$$

Наконец, среднее значение мгновенной мощности, равное активной мощности:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt = \\ &= UI \cos \varphi = (R + R_k) I^2. \end{aligned} \quad (9.8)$$

Пассивный активно-индуктивный двухполюсник так же, как и активно-емкостной (см. РЛР № 8), может быть представлен двумя эквивалентными схемами замещения – последовательной и параллельной. Последовательная схема активно-индуктивного двухполюсника приведена на рис. 9.1, а. Эквивалентная ей параллельная схема представляет собой параллельное соединение активной g и реактивной b_L

проводимостей (рис. 9.2. а) или параллельное соединение соответствующих этим проводимостям сопротивлений $R_э$ и $X_э$ (рис. 9.2, б).

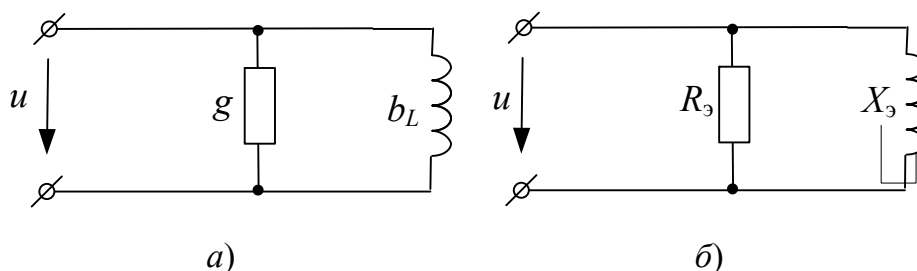


Рис. 9.2

В частном случае, когда активно-индуктивный двухполюсник представляет собой обычную индуктивную катушку с сопротивлением R_k и индуктивностью L , комплексное сопротивление последовательной схемы замещения его $\underline{Z} = R_k + jX_L$. Соответствующая комплексная проводимость параллельной схемы (рис. 9.2, а) будет равна:

$$\begin{aligned} \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} &= \frac{1}{R_k + jX_L} = \frac{R_k - jX_L}{(R_k + jX_L)(R_k - jX_L)} = \frac{R_k - jX_L}{R_k^2 + X_L^2} = \\ &= \frac{R_k}{R_k^2 + X_L^2} - j \frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} = g - jb_L, \end{aligned} \quad (9.9)$$

а эквивалентные сопротивления параллельных ветвей (рис. 9.2, б):

$$R_э = \frac{1}{g} = \frac{R_k^2 + X_L^2}{R_k} \quad \text{и} \quad X_э = \frac{1}{b_L} = \frac{R_k^2 + X_L^2}{X_L}. \quad (9.10)$$

2. Исходные данные

В работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения.
2. Блок переменного сопротивления БПС.
3. Катушка индуктивности K_{11} (параметры которой R_k и L определены ранее в РЛР № 7).
4. Измерительные приборы и электронный осциллограф, установленные на стенде.

3. Экспериментальная часть

1. Собрать на наборном поле электрическую цепь согласно схеме рис. 9.3. В эксперименте использовать индуктивную катушку K_{11} , а в качестве резистора R – сопротивление блока БПС.

2. Предварительно задав базовую частоту напряжения источника $f_0 = 500$ Гц, рассчитать реактивное сопротивление катушки на этой частоте $X_L = \omega L = 2\pi f_0 L$. Далее выбрать сопротивление блока БПС из условия $R + R_k = X_L$.

3. Напряжение источника установить таким, чтобы при значениях f_0 , X_L и $R + R_k$, определенных в п. 2, величина тока в цепи не превышала 80 мА.

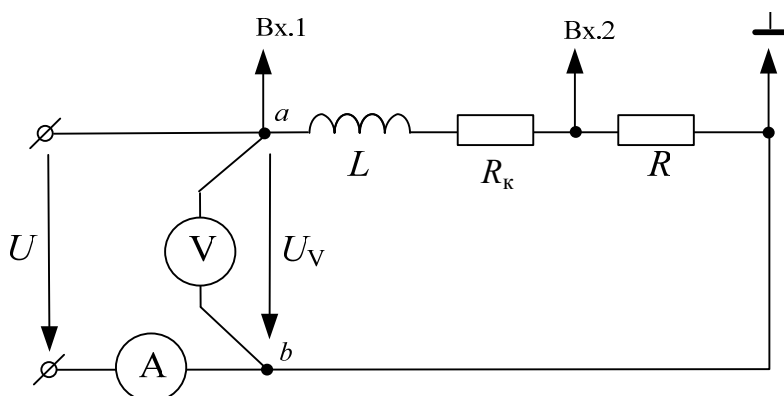


Рис. 9.3

В течение всего эксперимента величину напряжения, измеряемого вольтметром, следует поддерживать неизменной.

4. Рассчитать шесть значений частоты напряжения источника, равных $0,42 f_0$; $0,65 f_0$; $1 f_0$; $1,43 f_0$; $2,15 f_0$ и $3,73 f_0$ и занести их в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Постоянные величины	№ п/п	f Гц	Измерено		Вычислено				
			I	φ	Z	I	φ	P	Q
			мА	град	Ом	мА	град	мВт	мВАр
$U_{ab} = \dots$ В $R = \dots$ Ом $R_k = \dots$ Ом $L = \dots$ Гн	1								
	2								
	3								
	4								
	5								
	6								

5. Изменяя частоту напряжения источника согласно рассчитанным значениям f , произвести шесть измерений тока I и разности фаз φ . Кроме того, рассчитать величины сопротивления Z , тока I , разности фаз φ , активной P и реактивной Q мощностей, соответствующие расчетным значениям частоты f . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 9.1. Оценить, насколько измеренные значения тока I и разности фаз φ отличаются от соответствующих расчетных величин. В случае их существенного различия установить возможные причины. После их устранения эксперимент при необходимости повторить.

4. Анализ результатов работы. Выводы

1. По данным табл. 9.1 оценить, насколько измеренные значения тока I и разности фаз φ отличаются от соответствующих расчетных величин.

2. Для одного из режимов п. 5 (табл. 9.1) построить векторную диаграмму тока и напряжений, предварительно выбрав масштабы m_u и m_I .

3. По данным табл. 9.1 построить зависимости $I = f(f)$, $\varphi = f(f)$, $Z = f(f)$, $P = f(f)$ и $Q = f(f)$. В выводах объяснить вид каждой кривой.

5. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 9 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схемы активно-индуктивного двухполюсника; заданную частоту напряжения источника);
- 4) основные расчетные формулы с примерами их применения;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) векторную диаграмму тока и напряжений;
- 7) выводы.

Контрольные вопросы

1. Чему равно комплексное сопротивление активно-индуктивного двухполюсника?

2. От чего зависит разность фаз φ между напряжением и током на входе активно-индуктивного двухполюсника?

3. В каких пределах может изменяться разность фаз φ между напряжением и током на входе активно-индуктивного двухполюсника?
4. Как выглядит векторная диаграмма тока и напряжений в случае последовательного соединения R и L элементов?
5. Как перейти от последовательной схемы замещения активно-индуктивного двухполюсника к параллельной?
6. Как перейти от параллельной схемы замещения активно-индуктивного двухполюсника к последовательной?
7. В чем заключается трудность в исследовании параллельной схемы замещения активно-индуктивного двухполюсника?

Расчетно-лабораторная работа № 10

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ С ИНДУКТИВНОЙ КАТУШКОЙ И КОНДЕНСАТОРОМ. РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ

Цель работы: 1) исследовать свойства и особенности цепи с индуктивной катушкой и конденсатором при их последовательном соединении; 2) оценить условие резонанса напряжений и пути получения данного режима.

1. Основные теоретические положения

Реальная катушка индуктивности имеет активное сопротивление R и индуктивность L . Поэтому схема замещения пассивного двухполюсника с последовательным соединением реальной индуктивной катушки и конденсатора может быть представлена в виде последовательного соединения R, L и C элементов, как показано на рис. 10.1, а.

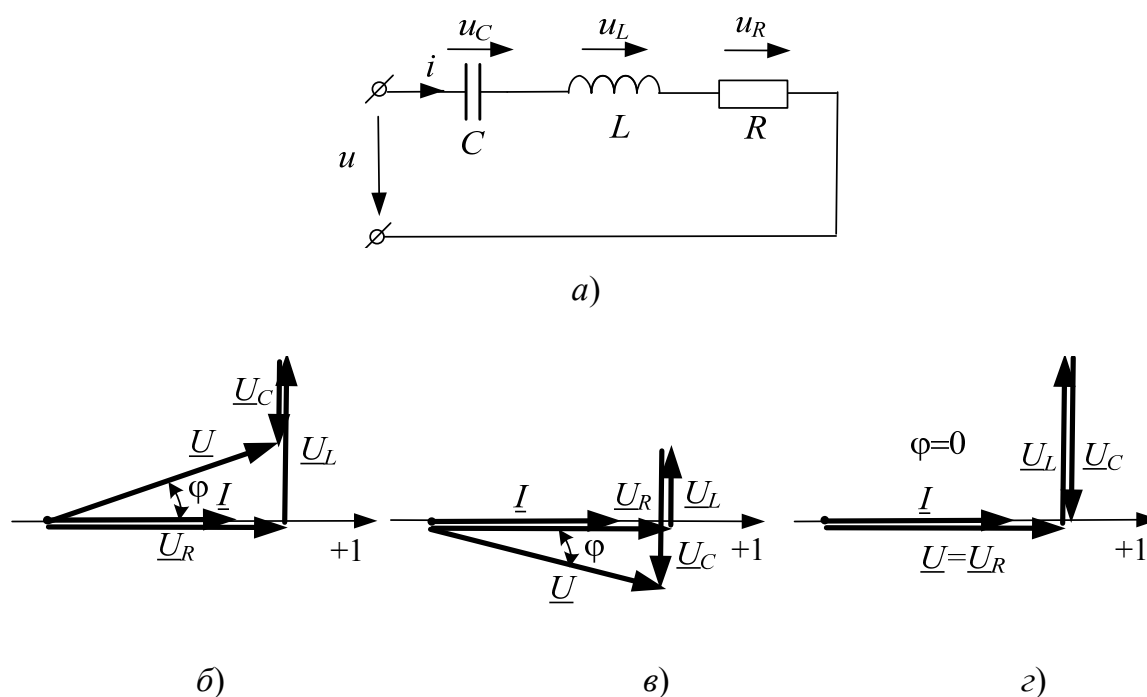


Рис. 10.1

Если по этому двухполюснику пропустить синусоидальный ток

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

то согласно второму закону Кирхгофа комплекс действующего значения напряжения на входе двухполюсника можно записать в виде:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = (R + jX_L - jX_C)\underline{I} = \underline{Z}\underline{I}, \quad (10.1)$$

где

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C) \quad (10.2)$$

представляет собой полное комплексное сопротивление двухполюсника.

В зависимости от соотношения между индуктивным и емкостным сопротивлениями двухполюсник может быть активно-индуктивным (если $X_L > X_C$), активно-емкостным (при $X_L < X_C$) и идеальным активным (когда $X_L = X_C$).

На рис. 10.1, б, в и г построены соответствующие векторные диаграммы напряжений и тока для указанных трех случаев (начальная фаза тока ψ_i на этих диаграммах принята равной нулю).

Для упрощения записи полного комплексного сопротивления \underline{Z} вводят понятие *полного реактивного сопротивления* двухполюсника, которое обозначают буквой X . Оно численно равно разности индуктивного и емкостного сопротивлений:

$$X = X_L - X_C. \quad (10.3)$$

Тогда полное комплексное сопротивление для любого из трех случаев можно записать в виде:

$$\underline{Z} = R + jX. \quad (10.4)$$

Величина (модуль) полного комплексного сопротивления двухполюсника, очевидно, будет равна:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (10.5)$$

а аргумент [угол сдвига фаз φ между напряжением u и током i на входе двухполюсника (рис. 10.1, а)] может быть определен по формуле

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (10.6)$$

Положительное значение угла φ соответствует реактивному сопротивлению X , имеющему индуктивный характер. При этом вектор напряжения опережает по фазе вектор тока на угол φ (рис. 10.1, б).

При отрицательном значении угла φ реактивное сопротивление X имеет емкостной характер и вектор напряжения отстает по фазе от вектора тока на угол φ (рис. 10.1, в).

Когда $\varphi = 0$, векторы напряжения и тока двухполюсника совпадают по фазе (рис. 10.1, г).

Явление, при котором напряжение и ток на входе пассивного двухполюсника с последовательным соединением индуктивной катушки и конденсатора совпадают по фазе, называется резонансом напряжений.

Из данного определения следует, что при резонансе напряжений

$$X_L = X_C, \quad \text{или} \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}. \quad (10.7)$$

Равенство (10.7) называют условием резонанса напряжений. Из него следует, что данный режим можно получить тремя способами: изменением индуктивности катушки, емкости конденсатора и частоты источника энергии. В последнем случае частота источника при резонансе должна быть равна собственной резонансной частоте рассматриваемого двухполюсника, т. е.

$$\omega_{\text{ист}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (10.8)$$

Так как при резонансе полное реактивное сопротивление двухполюсника $X = 0$, то его полное сопротивление Z будет активным и наименьшим, а ток, равный:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{R} - \quad (10.9)$$

наибольшим. Это обстоятельство позволяет обнаружить режим резонанса напряжений при изменении L , C или $\omega_{\text{ист}}$.

2. Исходные данные

В работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения.

2. Индуктивная катушка K_{11} , параметры которой (активное сопротивление R_{11} и индуктивность L_{11}) определены в РЛР № 7.
3. Блок переменной емкости БПЕ.
4. Резистор R_6 , фактическое сопротивление которого определено в РЛР № 1.
5. Измерительные приборы и электронный осциллограф, установленные на стенде.

3. Экспериментальная часть

1. Используя условие резонанса напряжений (10.7), индуктивность катушки L_{11} и заданную частоту напряжения источника, предварительно определить резонансную емкость конденсатора $C_{рез}$.

2. Собрать на наборном поле электрическую цепь согласно рис. 10.2, где последовательно с индуктивной катушкой K_{11} следует включить БПЕ. Емкость блока установить равной $C_{рез}$. В схеме предусмотрено включение дополнительного резистора R_6 , необходимого для снятия осциллограммы тока, а также для ограничения последнего в режимах, близких к резонансу напряжений.

Напряжение на входе двухполюсника U_{ab} выбрать таким, чтобы ток в цепи в режиме резонанса напряжений находился в пределах $70 \div 90$ мА.

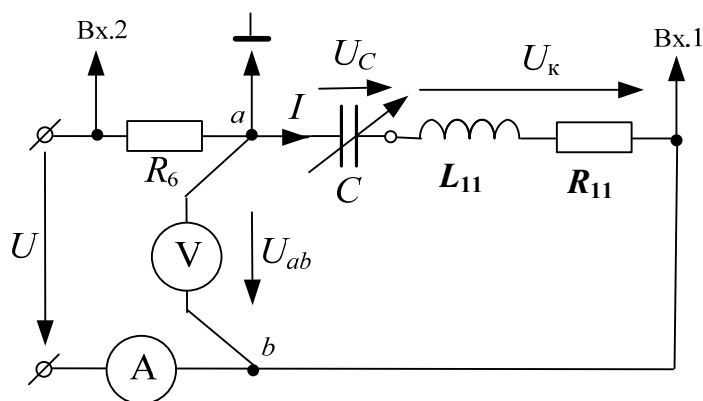


Рис. 10.2

3. Значения напряжения U_{ab} и тока I на входе пассивного двухполюсника, напряжений на катушке индуктивности U_K и на конденсаторе U_C , а также разности фаз φ между напряжением U_{ab} и током I измерить соответствующими приборами и занести в табл. 10.1.

4. Используя закон Ома, рассчитать те же величины, что и в п. 3, и занести их в табл. 10.1. Оценить, насколько измеренные значения отличаются от соответствующих расчетных величин.

В случае их существенного различия установить возможные причины. После их устранения эксперимент при необходимости повторить.

Таблица 10.1

Значение величины	U_{ab}	I	U_{κ}	U_C	φ	$C_{рез}$	P
	В	А	В	В	град	мкФ	Вт
Измеренное							
Расчетное							
Исходные величины	$R_{11} = \dots \text{ Ом}; L_{11} = \dots \text{ мГн}; f = \dots \text{ Гц}$						

5. По расчетным данным табл. 10.1 построить векторную диаграмму тока и напряжений для режима резонанса.

6. Величину напряжения U_{ab} , а также значения $C_{рез}$, I , U_{κ} , U_C и φ , измеренные в п. 3, перенести из табл. 10.1 в табл. 10.2.

Далее, поддерживая неизменной величину напряжения U_{ab} , измерить значения тока I , напряжений U_{κ} и U_C , а также разности фаз φ для шести значений емкости БПЕ (три из них должны быть меньше $C_{рез}$, а остальные три – больше $C_{рез}$). Значения емкостей выбрать так, чтобы после каждого из переключений угол сдвига фаз φ изменялся в пределах $15 \div 20^\circ$. Результаты измерений занести в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Исходные постоянные величины	№ п/п	C	Измерено			
			I	U_{κ}	U_C	φ
		мкФ	А	В	В	град
$U_{ab} = \dots \text{ В}$ $f = \dots \text{ Гц}$ $C_{рез} = \dots \text{ мкФ}$ $R_{11} = \dots \text{ Ом}$ $L_{11} = \dots \text{ мГн}$	1					
	2					
	3					
	4	$C_{рез}$				
	5					
	6					
	7					

7. По данным табл. 10.2 построить резонансные кривые $I(C)$, $U_{\kappa}(C)$ и $U_C(C)$, а также зависимость $\varphi(C)$.

4. Анализ результатов работы. Выводы

1. По данным табл. 10.1 оценить, насколько расчетные значения тока I , напряжений U_k и U_C , а также разности фаз φ отличаются от измеренных величин.

2. Построить векторную диаграмму тока и напряжений для режима резонанса, предварительно выбрав масштабы m_U и m_I .

3. В выводах объяснить:

- почему напряжение на реальной индуктивной катушке в режиме резонанса несколько больше напряжения на конденсаторе;
- характер зависимостей $I(C)$, $U_k(C)$; $U_C(C)$ и $\varphi(C)$, построенных по данным табл. 10.2.

5. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 10 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи; параметры ее элементов);
- 4) основные расчетные формулы с примерами их применения;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) векторную диаграмму тока и напряжений двухполюсника, соответствующую режиму резонанса напряжений;
- 7) зависимости $I(C)$, $U_k(C)$; $U_C(C)$ и $\varphi(C)$;
- 8) выводы.

Контрольные вопросы

1. Объясните, почему в цепи с последовательным соединением R , L и C элементов на резонансной частоте входное сопротивление идеальное активное.

2. От чего зависит резонансная частота в последовательной RLC -цепи?

3. Каковы условия возникновения резонанса напряжений?

4. Изменением каких параметров можно получить резонанс напряжений?

5. С помощью каких приборов и по каким признакам можно судить о наступлении резонанса напряжений?

6. Как рассчитать действующее значение тока в последовательной RLC -цепи при известных ее параметрах и напряжении источника?
7. От каких величин зависит значение угла сдвига фаз между напряжением и током в последовательной RLC -цепи?
8. Как рассчитать активную, реактивную и полную мощности последовательной RLC -цепи?
9. Объяснить соотношение между напряжениями на реальной индуктивной катушке и конденсаторе при резонансе напряжений.
10. При каком условии значения напряжений на индуктивности и емкости могут превышать напряжение источника?
11. Чем может быть опасен резонанс напряжений?
12. Привести пример практического использования явления резонанса напряжений.
13. Как определить напряжение на индуктивной катушке и конденсаторе при резонансе напряжений?
14. Почему последовательное соединение индуктивной катушки и конденсатора называют колебательным контуром?
15. Как определить собственную резонансную частоту последовательного колебательного контура?

Расчетно-лабораторная работа № 11

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ С ИНДУКТИВНОЙ КАТУШКОЙ И КОНДЕНСАТОРОМ. РЕЗОНАНС ТОКОВ

Цель работы: 1) исследовать свойства и особенности цепи с параллельным соединением индуктивной катушки и конденсатора; 2) экспериментально оценить условие резонанса токов и пути получения данного режима.

1. Основные теоретические положения

Схема замещения пассивного двухполюсника с параллельным соединением реальной индуктивной катушки с параметрами R , L и конденсатора емкостью C может быть представлена в виде электрической цепи, изображенной на рис. 11.1, *а*.

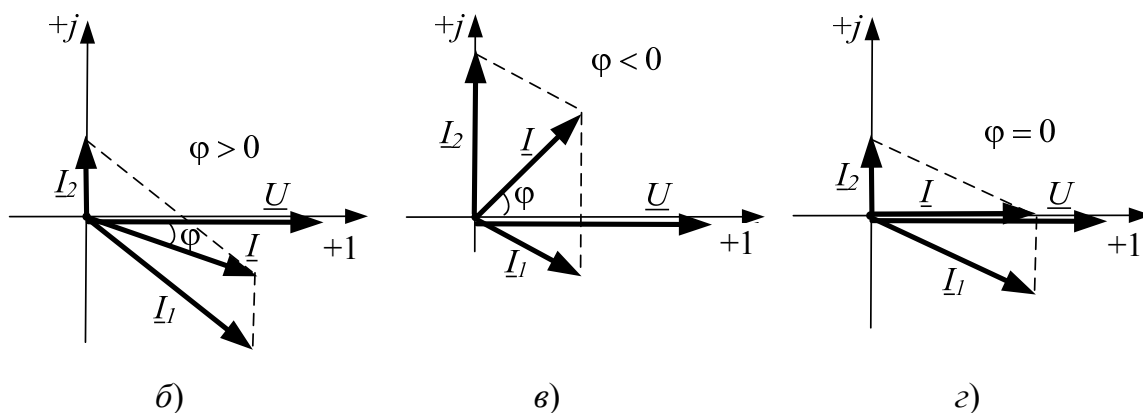
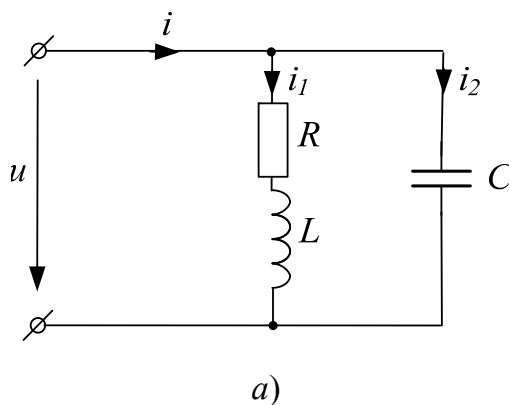


Рис. 11.1

Если напряжение на входе двухполюсника известно и равно:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

то токи в параллельных ветвях можно определить, пользуясь законом Ома в комплексной форме, следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}}{R + jX_L}; \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}}{-jX_C}. \end{aligned} \right\} \quad (11.1)$$

Ток на входе двухполюсника согласно первому закону Кирхгофа будет равен:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \underline{U} \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \right) = \frac{\underline{U}}{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{экв}}}, \quad (11.2)$$

где $\underline{Z}_{\text{экв}}$ – эквивалентное комплексное сопротивление двухполюсника.

Задачу определения токов в схеме рис. 11.1, а можно решить иначе, используя понятие комплексной проводимости.

Как известно [3], [4], под комплексной проводимостью \underline{Y} понимают величину, обратную комплексному сопротивлению \underline{Z} . Учитывая это, комплексные проводимости ветвей рассматриваемого двухполюсника можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R + jX_L} = \frac{R}{R^2 + X_L^2} - j \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} = g - jb_L; \\ \underline{Y}_2 &= \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{-jX_C} = j \frac{1}{X_C} = j\omega C = b_C, \end{aligned} \right\} \quad (11.3)$$

где $g = \frac{R}{R^2 + X_L^2}$ и $b_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}$ – активная и реактивная проводимости ветви с индуктивной катушкой; $b_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$ – реактивная проводимость ветви с конденсатором.

Тогда в соответствии с законом Ома комплексные токи в параллельных ветвях схемы рис. 11.1, а будут равны:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{U}Y_1 = \underline{U}(g - jb_L); \\ \underline{I}_2 &= \underline{U}Y_2 = \underline{U}jb_C, \end{aligned} \right\} \quad (11.4)$$

а ток на входе двухполюсника с учетом (11.2) и (11.4) может быть записан следующим образом:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{U}(g - jb_L) + \underline{U}jb_C = \\ &= \underline{U}[g - j(b_L - b_C)] = \underline{U}(g - jb), \end{aligned} \quad (11.5)$$

где $b = b_L - b_C$ – полная реактивная проводимость параллельных ветвей двухполюсника.

Следует понимать, что индуктивная (b_L) и емкостная (b_C) проводимости – величины арифметические, а полная реактивная проводимость (b) – величина алгебраическая и может быть меньше нуля, больше нуля и равна нулю. В свою очередь рассматриваемый двухполюсник может быть, соответственно, активно-индуктивным, активно-емкостным и идеальным активным.

На рис. 11, б, в и г построены соответствующие векторные диаграммы напряжения и токов для каждого из перечисленных случаев.

В случае положительного значения угла φ реактивная проводимость b имеет индуктивный характер (так как $b_L > b_C$). При этом вектор тока \underline{I} отстает по фазе от вектора напряжения \underline{U} на угол φ (рис. 11.1, б).

Если значение угла φ отрицательно, реактивная проводимость b имеет емкостный характер (так как $b_L < b_C$). При этом вектор тока \underline{I} опережает по фазе вектор напряжения \underline{U} на угол φ (рис. 11.1, в).

Наконец, когда $\varphi = 0$, реактивная проводимость $b = 0$, поскольку $b_L = b_C$. При этом векторы напряжения и тока на входе двухполюсника совпадают по фазе (рис. 11.1, г).

Явление, при котором напряжение и ток на входе цепи, образованной двумя параллельными ветвями с разнохарактерными реактивными сопротивлениями (рис. 11.1, а), совпадают по фазе, называется резонансом токов [3].

Из данного определения следует, что при резонансе токов

$$b_L = b_C, \quad \text{или} \quad \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \omega C. \quad (11.6)$$

Равенство (11.6) называют условием резонанса токов для двухполюсника, изображенного на рис. 11.1, *а*. Из него следует, что данный режим можно получить, изменяя индуктивность и активное сопротивление катушки, емкость конденсатора и частоту напряжения источника энергии.

Решая уравнение (11.6) относительно ω , можно получить значение собственной резонансной частоты двухполюсника ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R^2}{\frac{L}{C}}}. \quad (11.7)$$

Так как при резонансе полная реактивная проводимость двухполюсника $b = 0$, то его проводимость будет идеальной активной и наименьшей. Следовательно, ток на входе двухполюсника, равный:

$$I = Ug,$$

также будет наименьшим.

Это обстоятельство позволяет обнаружить режим резонанса токов при изменении L , R , C или $\omega_{\text{ист}}$. При этом должно выполняться условие $\frac{L}{C} > R^2$, что следует из (11.7).

2. Исходные данные

В работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения.
2. Индуктивная катушка K_{11} , параметры которой (активное сопротивление R_{11} и индуктивность L_{11}) определены в РЛР № 7.
3. Блок переменной емкости БПЕ.
4. Блок переменного сопротивления БПС.
5. Измерительные приборы и электронный осциллограф, установленные на стенде.

3. Экспериментальная часть

1. Используя условие резонанса токов (11.6), параметры катушки индуктивности K_{11} и заданную частоту напряжения источника, предварительно определить резонансную емкость конденсатора $C_{\text{рез}}$.

2. Собрать на наборном поле электрическую цепь согласно рис. 11.2, где параллельно с индуктивной катушкой следует включить БПЕ, емкость которого установить равной $C_{рез}$. Кроме того, предусмотреть включение дополнительного сопротивления $R_{доб}$ (в качестве $R_{доб}$ использовать БПС), необходимого для снятия осциллограммы тока I , протекающего на входе двухполюсника. Величину сопротивления $R_{БПС}$ следует задать равной $10 \div 50$ Ом.

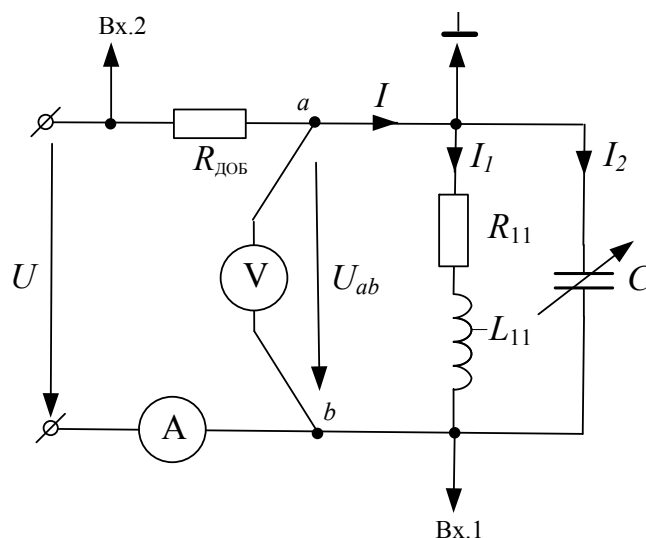


Рис. 11.2

3. Напряжение на входных зажимах двухполюсника U_{ab} , измеряемое вольтметром, выбрать таким, чтобы ток I_1 в индуктивной катушке K_{11} не превышал 100 мА.

4. Значения напряжения U_{ab} и тока I на входе двухполюсника, токов I_1 и I_2 , а также разность фаз φ между напряжением U_{ab} и током I измерить соответствующими приборами и занести в табл. 11.1.

5. Рассчитать те же величины, что и в п. 4, занести их в табл. 11.1 и сравнить с соответствующими экспериментальными значениями.

Таблица 11.1

Значение величины	U_{ab}	I	I_1	I_2	$C_{рез}$	φ
	В	мА	мА	мА	мкФ	град
Измеренное						
Расчетное						
Исходные величины	$R_{11} = \dots$ Ом; $L_{11} = \dots$ мГн; $f = \dots$ Гц					

6. По расчетным данным табл. 11.1 построить векторную диаграмму напряжения и токов двухполюсника, соответствующую режиму резонанса токов.

7. Измеренные значения токов I , I_1 и I_2 , а также угла φ , соответствующие режиму резонанса, перенести из табл. 11.1 в табл. 11.2.

Таблица 11.2

Исходные постоянные величины	№ п/п	C мкФ	Измерено			
			I мА	I_1 мА	I_2 мА	φ град
$U = \dots \text{В};$ $f = \dots \text{Гц};$ $C_{\text{рез}} = \dots \text{мкФ};$ $R_{11} = \dots \text{Ом};$ $L_{11} = \dots \text{мГн}.$	1					
	2					
	3					
	4	$C_{\text{рез}}$				
	5					
	6					
	7					

8. Поддерживая неизменной величину напряжения U_{ab} , измерить значения токов I , I_1 и I_2 , а также разность фаз φ для шести значений емкости БПЕ (три из них должны быть меньше $C_{\text{рез}}$, а остальные три – больше $C_{\text{рез}}$). Значения емкостей следует выбирать так, чтобы после каждого из переключений угол сдвига фаз φ изменялся в пределах $15\text{--}20^\circ$. Результаты измерений занести в табл. 11.2.

9. По данным табл. 11.2 построить зависимости $I(C)$, $I_1(C)$; $I_2(C)$ и $\varphi(C)$.

4. Анализ результатов работы. Выводы

1. По данным табл. 11.1 оценить, насколько расчетные значения тока I , а также разности фаз φ отличаются от измеренных величин; объяснить причины этих различий.

2. Объяснить характер зависимостей $I(C)$, $I_1(C)$; $I_2(C)$ и $\varphi(C)$, построенных по данным табл. 11.2.

3. Объяснить, почему ток I на входе двухполюсника в режиме резонанса минимален.

5. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 11 должен содержать:

1) титульный лист по стандартной форме;

- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи; параметры ее элементов);
- 4) основные расчетные формулы с примерами их применения;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) зависимости $I(C)$, $I_1(C)$; $I_2(C)$ и $\varphi(C)$;
- 7) выводы.

Контрольные вопросы

1. Объясните, почему в цепи с параллельным соединением катушки индуктивности и конденсатора на резонансной частоте входное сопротивление является идеальным активным.
2. Почему параллельное соединение катушки индуктивности и конденсатора называют колебательным контуром?
3. От чего зависит резонансная частота в параллельном колебательном контуре?
4. Каковы условия возникновения резонанса токов?
5. Изменением каких параметров можно получить резонанс токов? Ответ объяснить.
6. С помощью каких приборов и по каким признакам можно судить о наступлении резонанса токов?
7. Как рассчитать величину тока в неразветвленной части цепи параллельного колебательного контура при известных его параметрах и напряжении источника?
8. От каких величин зависит значение угла сдвига фаз между напряжением и током в параллельном колебательном контуре?
9. Привести пример практического использования явления резонанса токов.
10. Как определить токи в ветвях параллельного колебательного контура при резонансе токов?
11. Как определить собственную резонансную частоту параллельного колебательного контура?

Расчетно-лабораторная работа № 12

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

Цель работы: 1) изучение особенностей расчета разветвленных цепей синусоидального тока символическим методом и применение его на практике; 2) приобретение навыков экспериментального исследования таких цепей.

1. Основные теоретические положения

Широкое распространение на практике получил символический метод расчета цепей синусоидального тока.

Сущность символического метода состоит в том, что для расчета установившегося режима в цепях синусоидального тока можно перейти от уравнений для мгновенных значений и являющихся по сути дела дифференциальными уравнениями к алгебраическим уравнениям, составленным относительно комплексов токов, напряжений и ЭДС. Этот переход основан на том, что в любом уравнении, составленном по законам Кирхгофа, мгновенное значение тока i заменяют комплексной амплитудой тока \underline{I}_m ; мгновенное значение напряжения на активном сопротивлении $u_R = Ri$ — комплексом $R\underline{I}_m$, совпадающим по фазе с током \underline{I}_m ; мгновенное значение напряжения на индуктивности $u_L = L \frac{di}{dt}$ — комплексом $j\omega L \underline{I}_m$, опережающим ток \underline{I}_m на 90° ; мгновенное значение напряжения на емкости $u_c = \frac{1}{C} \int i dt$ — комплексом $-j \frac{1}{\omega C} \underline{I}_m$, отстающим от тока \underline{I}_m на угол 90° ; мгновенное значение ЭДС $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ — комплексом \underline{E}_m .

Например, для цепи с последовательным соединением e, R, L и C уравнению, записанному по второму закону Кирхгофа:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = e, \quad (12.1)$$

при синусоидальном законе изменения ЭДС и тока соответствует алгебраическое уравнение

$$R\underline{I}_m + j\omega L \underline{I}_m - j \frac{1}{\omega C} \underline{I}_m = \underline{E}_m, \quad (12.2)$$

откуда комплексное изображение тока

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{E}_m}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\underline{E}_m}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}}. \quad (12.3)$$

Далее, от комплексного изображения \underline{I}_m можно сделать переход к оригиналу – мгновенному значению тока $i(t)$.

Метод называют *символическим* потому, что токи и напряжения заменяют их комплексными изображениями (символами).

Выражение (12.3) можно рассматривать как закон Ома в символической форме.

Очевидно, алгебраическая форма законов Кирхгофа и закона Ома для комплексных ЭДС, напряжений, токов и сопротивлений такая же, как и для соответствующих величин в цепях постоянного тока. Следовательно, для расчета цепей синусоидального тока можно применять все методы расчета цепей постоянного тока, вытекающие из законов Ома и Кирхгофа: метод уравнений Кирхгофа, методы контурных токов и узловых потенциалов, метод наложения, метод эквивалентного генератора. При этом, как отмечалось ранее, необходимо оперировать комплексными ЭДС, напряжениями, токами, сопротивлениями и проводимостями.

Из закона сохранения энергии следует, что для электрической цепи синусоидального тока, как и для любой линейной электрической цепи, соблюдается **закон баланса активных и реактивных мощностей**, согласно которому **сумма всех отдаваемых источниками (активных и реактивных) мощностей равна сумме всех потребляемых приемниками (активных и реактивных) мощностей**, т. е. если комплексная мощность источников

$$\sum \underline{S}_{\text{ист}} = \sum \underline{E}_{\text{ист}} \underline{I}_{\text{ист}}^* = \sum P_{\text{ист}} + j \sum Q_{\text{ист}}, \quad (12.4)$$

то уравнения баланса мощностей выглядят следующим образом:

$$\sum P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{пр}}; \quad \sum Q_{\text{ист}} = \sum Q_{\text{пр}}, \quad (12.5)$$

где

$$\sum P_{\text{пр}} = \sum R_{\text{пр}} I_{\text{пр}}^2 \quad \text{и} \quad \sum Q_{\text{пр}} = \sum X_L I_L^2 - \sum X_C I_C^2. \quad (12.6)$$

Отметим, что выражение (12.6) позволяет определять реактивную мощность приемников в цепях, не содержащих индуктивных связей между элементами.

При расчете реактивной мощности приемников в цепях с индуктивно связанными катушками кроме реактивных мощностей отдельных катушек и конденсаторов необходимо учитывать реактивные мощности, переносимые магнитными потоками из одних ветвей в другие вследствие явления взаимной индукции. При этом

$$\sum Q_{\text{пр}} = \sum X_L I_L^2 - \sum X_C I_C^2 \pm \sum 2X_M I_1 I_2 \cos(\angle \underline{I}_1, \underline{I}_2), \quad (12.7)$$

где I_1 и I_2 – модули токов в индуктивно связанных катушках; X_M – сопротивление взаимной индукции; $\cos(\angle \underline{I}_1, \underline{I}_2)$ – косинус угла между векторами токов \underline{I}_1 и \underline{I}_2 .

Знак «+» соответствует согласному, а «–» – встречному включению связанных катушек.

Баланс активных и реактивных мощностей составляют, как правило, для того, чтобы убедиться в правильности вычислений.

Каждая точка электрической схемы, в которой соединяются друг с другом элементы, имеет свое значение комплексного потенциала. **Совокупность точек комплексной плоскости, изображающих комплексные потенциалы одноименных точек электрической схемы, называют топографической диаграммой.** Термин «топографическая» объясняется тем, что диаграмма напоминает топографическую карту местности, где каждой точке местности соответствует определенная точка карты.

При построении топографической диаграммы потенциал одной (любой) точки схемы принимают равным нулю. На комплексной плоскости эту точку помещают в начало координат. Тогда положение остальных точек схемы на диаграмме будет вполне определенным.

Часто для качественного контроля аналитических расчетов их сопровождают построением векторной лучевой диаграммы токов и совмещенной с ней (расположенной на одной комплексной плоскости) топографической векторной диаграммы напряжений. Контроль заключается в сравнении направлений векторов напряжений и токов на каждом элементе цепи. Например, вектор напряжения на резисторе \underline{U}_R должен совпадать по направлению с вектором тока \underline{I}_R в нем; вектор напряжения на конденсаторе \underline{U}_C должен отставать от вектора тока \underline{I}_C в нем на 90° и т. д.

2. Исходные данные

Перед выполнением РЛР № 12 каждая бригада получает задание, вариант которого состоит из двух цифр: первая из них соответствует номеру схемы, приведенной на рис. 12.1, а вторая цифра – номеру столбца в табл. 12.1, где содержатся сведения о величине и частоте напряжения стабилизированного источника.

В лабораторной работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения.
2. Пассивные элементы:
 - 2 резистора (элементы 1 и 6);
 - 2 конденсатора (элементы 16 и 17);
 - 2 катушки индуктивности (элементы 11 и 12).
3. Измерительные приборы, установленные на стенде.

Примечание. Фактические значения сопротивлений резисторов R_1 и R_6 определены ранее в РЛР № 1; емкости конденсаторов C_{16} и C_{17} , а также активные сопротивления и индуктивности катушек K_{11} и K_{12} – в РЛР № 7.

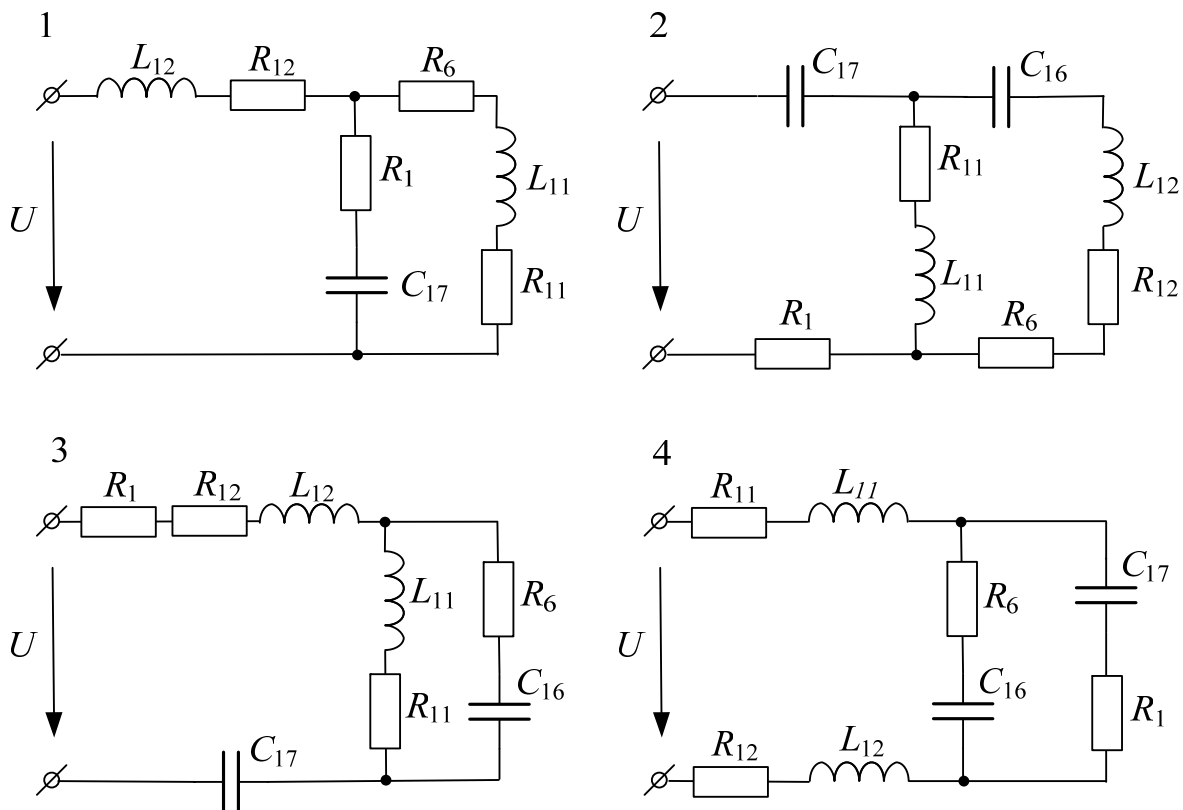


Рис. 12.1 (окончание см. на с. 92)

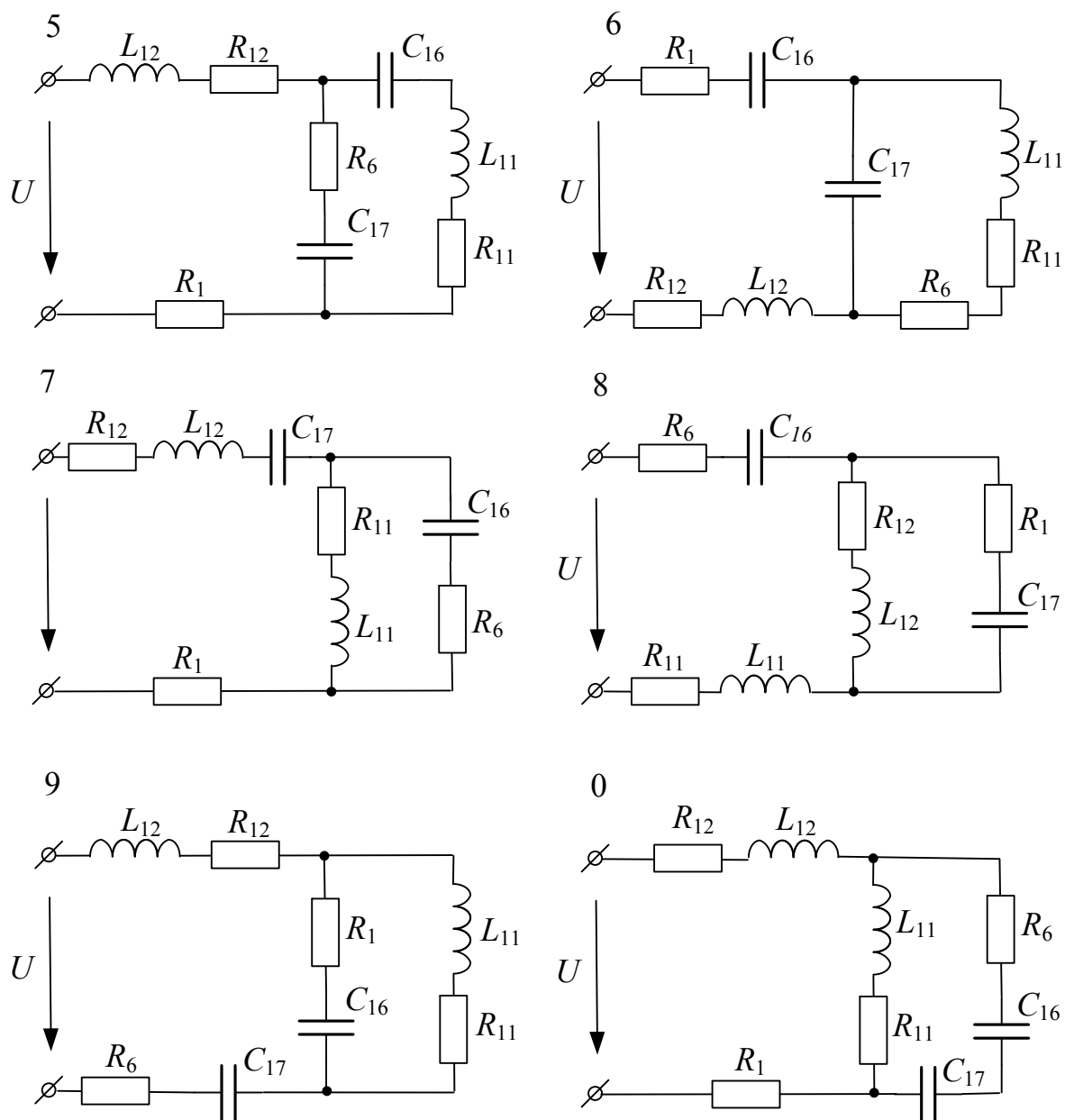


Рис. 12.1. Окончание (начало см. на с. 91)

Таблица 12.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U, \text{В}$	17	18	19	17	18	19	17	18	19	20
$f, \text{Гц}$	550	650	750	850	900	500	600	700	800	900

3. Расчетная часть

1. В соответствии с вариантом задания начертить схему замещения исследуемой цепи. Выбрав условные положительные направле-

ния токов в ветвях, рассчитать их действующие значения символическим методом (пример расчета приведен в Приложении 6). Результаты расчета (в комплексной форме) занести в табл. 12.2.

Таблица 12.2

Значение тока	I_1	I_2	I_3
	А		
Расчетное (в к. ф.)			
Измеренное			

В том случае когда расчетное значение любого из токов окажется больше 0,1 А, изменить по согласованию с преподавателем величину напряжения источника U и расчет повторить.

2. Составить баланс активных и реактивных мощностей. Если относительная погрешность (δ_P или δ_Q) окажется более 5 %, установить причину большой погрешности и при необходимости расчет уточнить.

3. Ввести буквенные обозначения узлов и промежуточных точек (в ветвях с двумя и более элементами). Рассчитать их комплексные потенциалы, предварительно задав потенциал одной из точек (любой) равным нулю. Результаты расчета (в комплексной форме) занести в табл. 12.3.

Таблица 12.3

Значение потенциала	Φ_a	Φ_b	Φ_c	Φ_d	Φ_f	Φ_g
	В					
Расчетное (в к. ф.)						
Измеренное						

4. Выбрав масштабы тока m_I и напряжения m_U , построить (в одних осях) векторную лучевую диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений (пример построения приведен в Приложении 6).

4. Экспериментальная часть

1. Собрать заданную электрическую цепь на лабораторном стенде. Используя перемычки, предусмотреть место включения амперметра в каждой из ветвей цепи.

2. Используя электронный вольтметр В7-58/2 или мультиметр МУ-68, установить заданные величины напряжения и частоты стабилизированного источника.

3. Ампервольтметром Ц-4311 (или мультиметром МУ-68) измерить величины токов в ветвях и занести их в табл. 12.2.

4. Электронным вольтметром В7-58/2 измерить потенциалы узлов (точек) цепи относительно точки, потенциал которой в расчетах был выбран равным нулю. Результаты измерений занести в табл. 12.3.

5. Анализ полученных результатов. Выводы

Измеренные значения токов и потенциалов сопоставить с соответствующими данными расчета. В случае их существенного различия установить возможные причины. После их устранения эксперимент повторить.

В выводе сделать заключение о степени соответствия результатов расчета и эксперимента.

6. Содержание отчета

Отчет по данной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) расчет действующих значений токов в ветвях цепи символическим методом; баланс активных и реактивных мощностей; расчет потенциалов узлов и промежуточных точек цепи;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) векторную лучевую диаграмму токов и векторную топографическую диаграмму напряжений (построенные в масштабах тока и напряжения на одной комплексной плоскости);
- 7) вывод.

Контрольные вопросы

1. В чем сущность символического метода расчета?
2. Почему метод расчета цепей синусоидального тока в комплексной форме записи называют символическим?
3. На каком основании все методы расчета цепей постоянного тока применимы к расчету цепей синусоидального тока?

4. Как записать комплексную амплитуду (комплекс действующего значения) тока, если известно его мгновенное значение?
5. Как выглядит комплексная амплитуда (комплекс действующего значения) напряжения на реальной индуктивной катушке с параметрами R_k и L , если по ней протекает ток $i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i)$ А?
6. Как выглядит комплексная амплитуда (комплекс действующего значения) напряжения на конденсаторе емкостью C , если по нему протекает ток $i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i)$ А?
7. Объяснить особенности составления баланса мощностей в цепях синусоидального тока.
8. Что физически представляют собой понятия *активная мощность* P и *реактивная мощность* Q ?
9. Как определяют полную мощность источника энергии в цепи синусоидального тока?
10. С какой целью строят векторные диаграммы токов и напряжений?
11. Что представляет собой топографическая диаграмма напряжений? Объяснить порядок ее построения на примере простейшей цепи, содержащей последовательное соединение R , L и C элементов.

Расчетно-лабораторная работа № 13

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ С ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫМИ КАТУШКАМИ

Цель работы: 1) изучение особенностей расчета цепи синусоидального тока с индуктивно связанными катушками; 2) приобретение навыков экспериментального определения одноименных зажимов и взаимной индуктивности двух индуктивно связанных катушек.

1. Основные теоретические положения

Известно [3], [4], что при протекании переменного тока по катушке индуктивности в последней в соответствии с законом электромагнитной индукции возникает ЭДС самоиндукции $e = -dw\Phi/dt$, где w – число витков катушки; Φ – магнитный поток, возбуждаемый катушкой.

При наличии тока в одной из двух катушек, расположенных на некотором достаточно близком расстоянии друг от друга, часть потока, возбуждаемого этой катушкой, пронизывает витки второй катушки и наводит в них ЭДС $e_2 = -dw_2\Phi_{12}/dt$, где w_2 – число витков второй катушки, а Φ_{12} – часть потока, возбуждаемого первой катушкой и пронизывающего витки второй катушки. ЭДС e_2 при этом называют *ЭДС взаимной индукции*, а катушки – *индуктивно связанными* между собой.

Степень индуктивной связи двух катушек принято характеризовать *коэффициентом связи* k , который равен:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad (13.1)$$

где L_1 и L_2 – собственные индуктивности катушек; M – взаимная индуктивность между ними.

Всегда коэффициент связи $k < 1$, поскольку витки двух катушек, так же как и различные витки одной и той же катушки, пронизываются неодинаковыми магнитными потоками. Изменения величины коэффициента k можно достигнуть путем перемещения одной катушки относительно другой.

Итак, в цепях с индуктивно связанными катушками при анализе и в расчетах необходимо учитывать ЭДС взаимной индукции, наводимых катушками друг в друга за счет индуктивной связи между ними.

Для уточнения знака этих ЭДС и соответствующих напряжений прибегают к понятию *согласного* и *встречного* включений индуктивно связанных катушек независимо от принадлежности их к той или иной ветви или цепи. При согласном включении магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции совпадают по направлению, а при встречном включении их направления противоположны.

Зажимы, относительно которых положительные направления токов катушек ориентированы таким образом, что магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции в них совпадают по направлению, называют *одноименными* и обозначают одинаковыми метками (точками, звездочками и т. п.). Два других зажима катушек составляют другую пару одноименных зажимов.

Таким образом, в случае согласного включения положительные направления токов в индуктивно связанных катушках должны быть ориентированы одинаково относительно одноименных зажимов.

При последовательном соединении двух индуктивно связанных катушек, обладающих активными сопротивлениями R_1 и R_2 , собственными индуктивностями L_1 и L_2 и взаимной индуктивностью M , уравнение равновесия напряжений, записанное по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений, имеет вид:

$$u = R_1 i + L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + R_2 i + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}, \quad (13.2)$$

где верхние знаки перед напряжениями взаимной индукции соответствуют согласному, а нижние – встречному включению обмоток.

То же уравнение в комплексной форме записи:

$$\begin{aligned} \underline{U} &= R_1 \underline{I} + j\omega L_1 \underline{I} \pm j\omega M \underline{I} + R_2 \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} \pm j\omega M \underline{I} = \\ &= [(R_1 + R_2) + j(\omega L_1 + \omega L_2 \pm j2\omega M)] \underline{I}. \end{aligned} \quad (13.3)$$

Величина ωM носит название сопротивления взаимной индукции и измеряется в Омах. Выражение (13.3) свидетельствует о том, что реактивное и полное сопротивления цепи при согласном включении больше, чем при встречном. Это обстоятельство может быть использовано для опытного определения одноименных зажимов катушек, а также взаимной индуктивности M .

Величина M на практике может быть определена двумя способами.

Первый способ. Предварительно измеряют активное сопротивление и собственную индуктивность каждой из катушек в отдельности. Далее, соединяют их последовательно и согласно, а затем – последовательно и встречно. Для каждого из режимов измеряют ток и напряжение на входе цепи; по закону Ома рассчитывают сопротивления $Z_{\text{согл}}$ и $Z_{\text{встр}}$, а затем – реактивные сопротивления:

$$\left. \begin{aligned} X_{\text{согл}} &= \omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M; \\ X_{\text{встр}} &= \omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M. \end{aligned} \right\} \quad (13.4)$$

Вычитая нижнее выражение (13.4) из верхнего, получают:

$$X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}} = 4\omega M,$$

откуда следует, что взаимная индуктивность M может быть определена в виде:

$$M = \frac{X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}}}{4\omega}. \quad (13.5)$$

Второй способ. Одну из связанных катушек подключают к источнику синусоидального напряжения через амперметр, а к зажимам второй катушки подключают вольтметр с большим внутренним сопротивлением и измеряют ток I_1 и напряжение U_2 .

Ток $I_2 = 0$ поскольку $Z_{\text{н}} = \infty$. Следовательно, $U_2 = \omega M I_1$, откуда

$$M = \frac{U_2}{\omega I_1}. \quad (13.6)$$

Расчет разветвленных цепей с индуктивно связанными катушками обычно выполняют методом уравнений Кирхгофа или методом контурных токов. Метод узловых потенциалов непосредственно непригоден, так как искомые токи зависят не только от ЭДС источников и потенциалов узлов цепи, но и от токов в других ветвях, с которыми имеется индуктивная связь. Метод эквивалентного генератора применим лишь тогда, когда выделенная ветвь не связана индуктивно с остальной частью цепи.

Чтобы обойти отмеченные выше ограничения, в ряде случаев целесообразно исключить индуктивные связи, перейдя к эквивалент-

ным схемам без них. Этот прием называют **развязкой индуктивных связей**.

Правило развязки двух индуктивно связанных катушек, подключенных к одному общему узлу электрической цепи, можно сформулировать следующим образом.

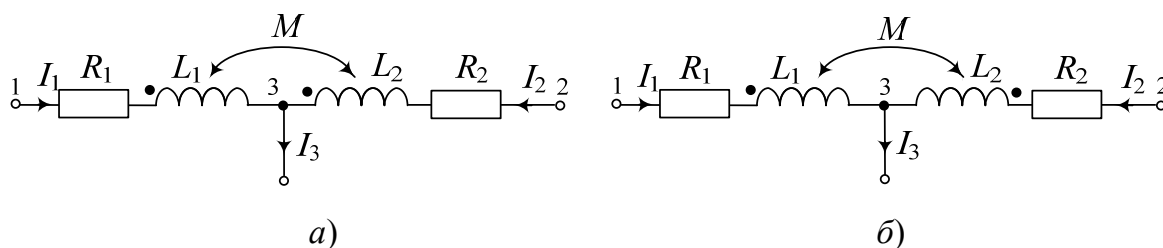


Рис. 13.1

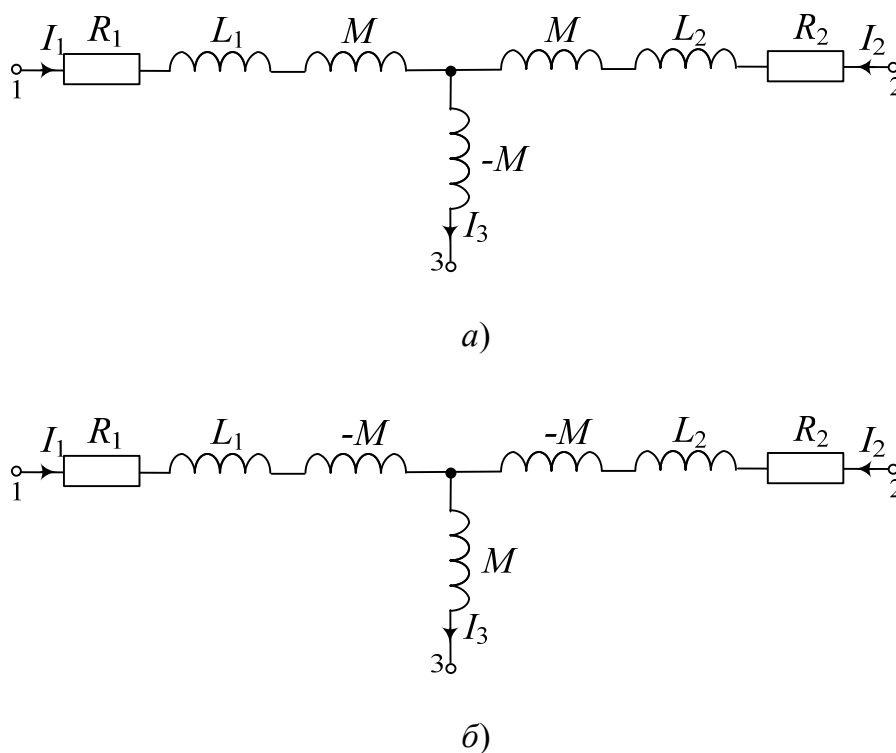


Рис. 13.2

В случае, когда катушки подключены к общему узлу 3 **разноименными зажимами** (рис. 13.1, а), индуктивную связь между ними можно заменить включением дополнительной индуктивности M в ветви с катушками и индуктивности « $-M$ » – в ветвь без катушки (рис. 13.2, а). Если же катушки подключены к узлу 3 **одноименными зажимами**

мами (рис. 13.1, б), в процессе развязки в ветви с катушками добавляется дополнительная индуктивность « $-M$ », а в ветвь без катушки – индуктивность M (рис. 13.2, б).

Следует отметить, что в случае встречного включения катушек может оказаться, что индуктивность одной из них меньше взаимной индуктивности (например, $L_2 < M$). При этом наблюдается своеобразный «емкостной» эффект, т. е. напряжение на второй катушке, равное

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I} + j\omega(L_2 - M)\underline{I},$$

отстает от тока \underline{I} , как в случае активно-емкостного сопротивления.

2. Исходные данные

Вариант задания по-прежнему состоит из двух цифр: первая из них соответствует номеру схемы, приведенной на рис. 13.3, а вторая цифра – номеру столбца в табл. 13.1, где содержатся сведения о величине напряжения стабилизированного источника и емкости конденсатора, используемого в схемах рис. 13.3.

В работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения, частота которого такая же, как и в РЛР № 12.
2. Индуктивно связанные катушки K_1 и K_2 .
3. Резисторы R_1 , R_2 и R_6 (находятся в ящике для элементов).
4. Блок переменной емкости БПЕ.
5. Измерительные приборы, установленные на стенде.

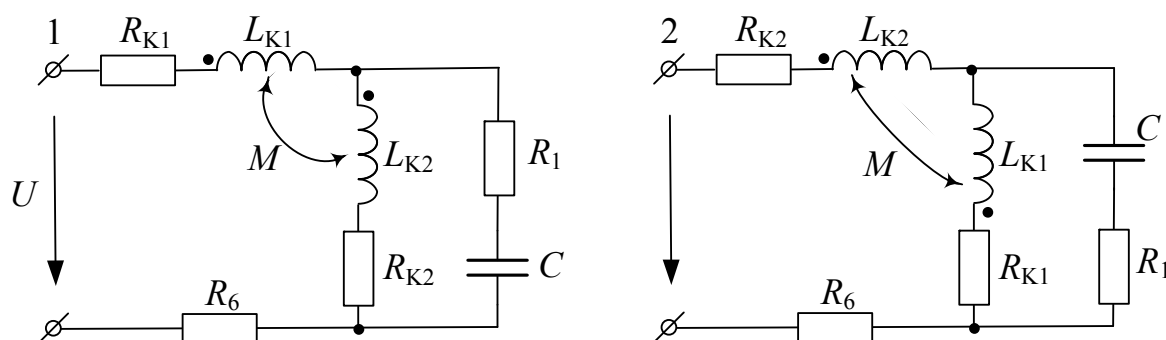


Рис. 13.3 (окончание см. на с. 101)

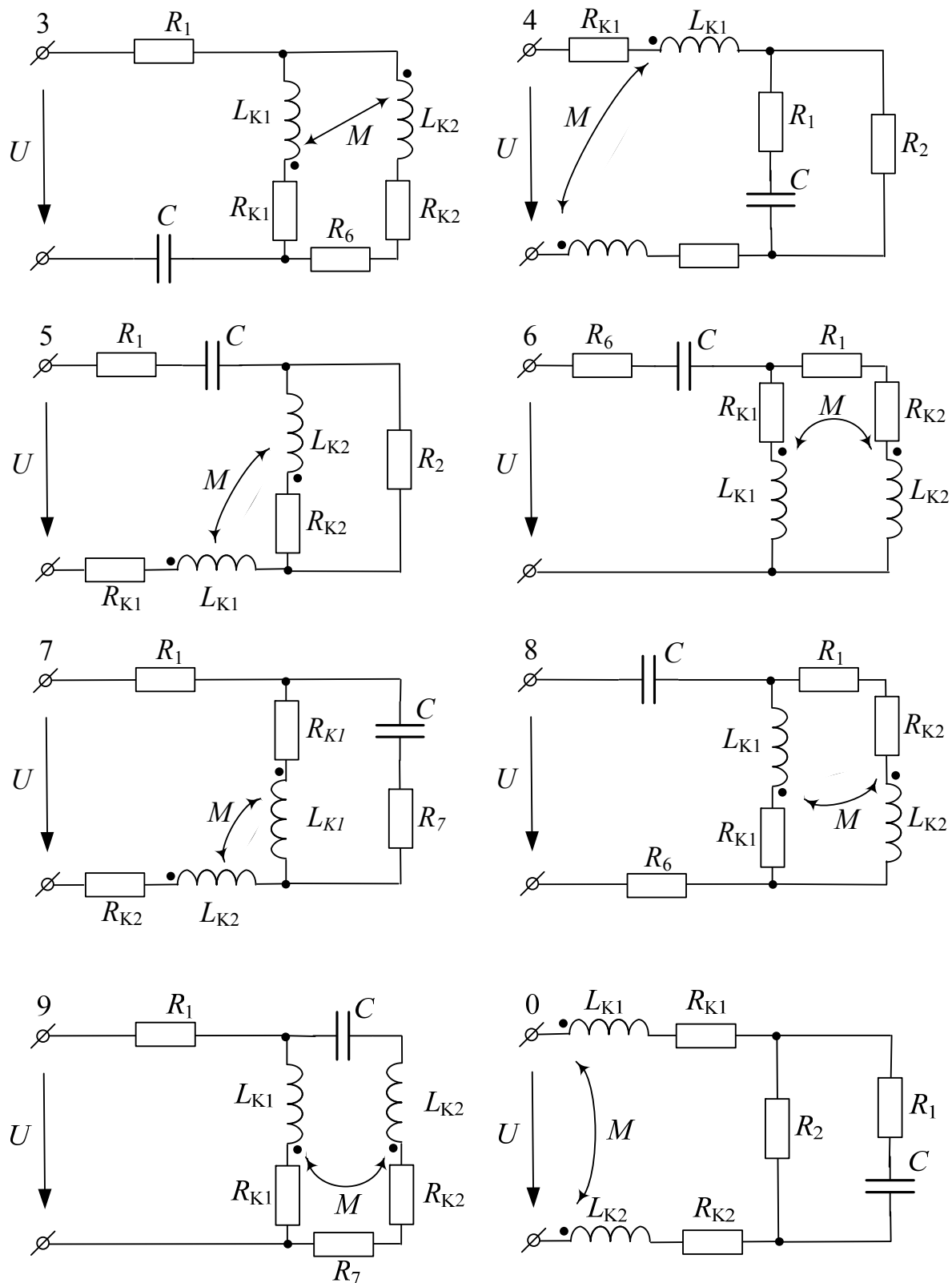


Рис. 13.3. Окончание (начало см. на с. 100)

Таблица 13.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U , В	16	17	18	19	16	17	18	19	20	17
C , мкФ	3,5	3,25	3	2,75	2,5	3,5	3,25	3	2,75	2,5

Примечание. Перед выполнением данной работы необходимо определить параметры R_k и L каждой из индуктивно связанных катушек по методике, изложенной в РЛР № 7. Результаты измерений и расчетов занести в табл. 13.2.

Таблица 13.2

Катушка	R_k	U	I	Z	X	L
	Ом	В	мА	Ом	Ом	мГн
K_1						
K_2						

Кроме того, следует определить взаимную индуктивность M и коэффициент связи k двумя рассмотренными выше способами.

Согласно *первому способу* катушки вначале необходимо соединить последовательно и согласно, а затем – последовательно и встречно. Напряжение источника задавать таким, чтобы величина тока в катушках была не более 100 мА. Для каждого из режимов измерить ток и напряжение на входе цепи; по закону Ома рассчитать полные сопротивления $Z_{\text{согл}}$ и $Z_{\text{встр}}$; затем – реактивные сопротивления $X_{\text{согл}}$ и $X_{\text{встр}}$ по формулам:

$$X_{\text{согл}} = \sqrt{Z_{\text{согл}}^2 - (R_{K_1} + R_{K_2})^2} \quad \text{и} \quad X_{\text{встр}} = \sqrt{Z_{\text{встр}}^2 - (R_{K_1} + R_{K_2})^2}.$$

Наконец, по соотношению (13.5) определить взаимную индуктивность M , а по (13.1) – коэффициент связи k . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 13.3.

Таблица 13.3

Включение катушек	U	I	Z	X	M	k
	В	мА	Ом	Ом	мГн	о.е.
Согласное						
Встречное						

При определении M *вторым способом* одну из связанных катушек с большим сопротивлением Z необходимо подключить к источнику синусоидального напряжения через амперметр (рис. 13.4), а к

зажимаю второй катушки – электронный вольтметр и измерить ток I_1 и напряжение U_2 . (Напряжение источника должно быть таким, чтобы показание амперметра не превышало 100 мА).

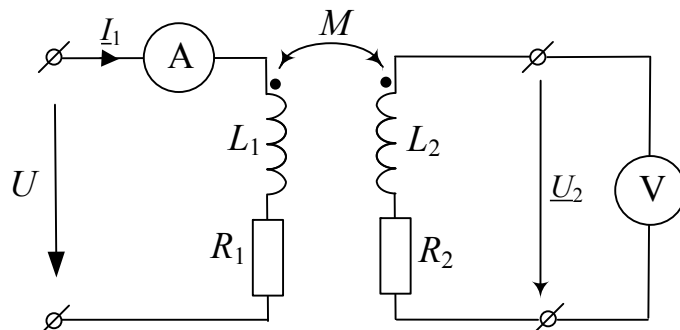


Рис. 13.4

Согласно (13.6) взаимная индуктивность:

$$M = \frac{U_2}{\omega I_1} = \frac{U_2}{2\pi f I_1}.$$

Коэффициент связи, как и в предыдущем случае, определяется по соотношению (13.1). Результаты измерений и вычислений занести в табл. 13.4.

Таблица 13.4

I_1	U_2	M	k
мА	В	мГн	о.е.

Величины M и k , определенные двумя способами, сравнить и сделать вывод.

3. Расчетная часть

1. В соответствии с вариантом задания начертить схему замещения исследуемой цепи. Выбрав условные положительные направления токов в ветвях, рассчитать их действующие значения символическим методом (пример расчета приведен в Приложении 7). Результаты расчета (в комплексной форме) занести в табл. 13.5.

Таблица 13.5

Значение тока	I_1	I_2	I_3
	А		
Расчетное (в к. ф.)			
Измеренное			

В том случае когда расчетное значение любого из токов окажется больше 0,1 А, изменить по согласованию с преподавателем величину напряжения источника U и расчет повторить.

2. Составить баланс активных и реактивных мощностей. Если относительная погрешность (δ_P или δ_Q) окажется более 5 %, установить причину большой погрешности и при необходимости расчет уточнить.

4. Анализ полученных результатов. Выводы

Измеренные значения токов сопоставить с соответствующими данными расчета. В случае их существенного различия установить возможные причины. После их устранения эксперимент повторить.

В выводе сделать заключение о степени соответствия результатов расчета и эксперимента.

5. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 13 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) расчет действующих значений токов в ветвях цепи символическим методом; баланс активных и реактивных мощностей;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) вывод.

Контрольные вопросы

1. Когда в цепях синусоидального тока возникают индуктивные связи между элементами?
2. Что представляют собой индуктивно связанные элементы?
3. Когда между двумя элементами цепи синусоидального тока возникает взаимная индуктивность M ? В каких единицах она измеряется?

4. Каким коэффициентом характеризуют степень индуктивной связи двух катушек? Как он определяется?

5. В каких пределах может изменяться коэффициент связи k ? От чего зависит его величина?

6. Как опытным путем определяют одноименные зажимы двух индуктивно связанных катушек?

7. Какое соединение двух индуктивно связанных катушек называют согласным (встречным)?

8. Как опытным путем определяют взаимную индуктивность M двух индуктивно связанных катушек?

9. Какими методами рассчитывают цепи с индуктивно связанными катушками без дополнительных преобразований?

10. Как в расчете учитывают наличие индуктивной связи между катушками?

11. Что понимают под термином «сопротивление взаимной индукции»? Как определяется это сопротивление?

12. Почему метод узловых потенциалов для расчета цепей с индуктивными связями непосредственно неприменим?

13. В каком случае для расчета цепей с индуктивными связями нельзя использовать метод эквивалентного генератора? Объяснить почему.

14. Что понимают под *развязыванием индуктивных связей*? С какой целью его осуществляют?

15. Объяснить правило развязывания индуктивной связи при последовательном включении индуктивно связанных катушек.

16. Объяснить правило развязывания индуктивной связи при параллельном включении индуктивно связанных катушек.

Расчетно-лабораторная работа № 14

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ С ВОЗДУШНЫМ ТРАНСФОРМАТОРОМ

Цель работы: 1) изучение устройства и принципа действия воздушного трансформатора; 2) приобретение навыков расчета цепей синусоидального тока с воздушным трансформатором; 3) изучение особенностей построения векторных диаграмм таких цепей.

1. Основные теоретические положения

Практическое использование индуктивно связанных цепей позволило создать ряд принципиально новых устройств, и в частности, трансформатор.

Трансформатор представляет собой статический электромагнитный аппарат, предназначенный чаще всего для преобразования напряжения одной величины в напряжение другой величины той же частоты.

Трансформатор состоит из двух или нескольких индуктивно связанных обмоток, как правило, изолированных друг от друга и находящихся на общем сердечнике. Если сердечник ферромагнитный, то свойства трансформатора будут нелинейными [2], [3] (рассматриваются в разделе «Нелинейные электрические цепи переменного тока» курса ТОЭ). Ниже ограничимся рассмотрением трансформатора без ферромагнитного сердечника (рис. 14.1). Такой трансформатор носит название *воздушного* или *линейного*, так как его характеристики линейны.

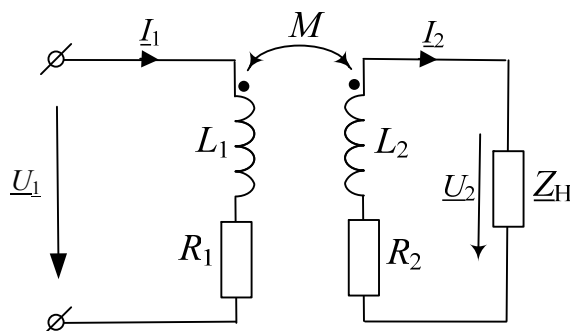


Рис. 14.1

Обмотка трансформатора, к которой подводится питание, называется *первичной*, а обмотка, к которой присоединяют приемник энергии, – *вторичной*. Соответственно, цепи, в которые входят первичная

и вторичная обмотки, а также напряжения и токи, относящиеся к этим обмоткам, называют первичными и вторичными. Очевидно, с первичной стороны трансформатор функционирует как приемник, а со вторичной – как источник (генератор).

При выбранных положительных направлениях токов на схеме рис. 14.1 (что в данном случае не имеет принципиального значения) уравнения равновесия напряжений для первичной и вторичной цепей трансформатора в дифференциальной форме имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} &= u_1 ; \\ R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} &= -u_2 . \end{aligned} \right\} \quad (14.1)$$

Соответствующие уравнения в комплексной форме выглядят следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} (\underline{R}_1 + j\omega L_1) \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 &= \underline{U}_1 ; \\ (R_2 + j\omega L_2) \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 &= -\underline{U}_2 . \end{aligned} \right\} \quad (14.2)$$

Система уравнений (14.2) позволяет рассчитать комплексы токов \underline{I}_1 и \underline{I}_2 в обмотках трансформатора при любой нагрузке.

2. Исходные данные

Вариант задания по-прежнему состоит из двух цифр: первая из них соответствует номеру схемы, приведенной на рис. 14.2, а вторая цифра – номеру столбца в табл. 14.1, где содержатся сведения о величине напряжения стабилизированного источника и емкости конденсатора, используемого в схемах рис. 14.2.

В работе используются:

1. Стабилизированный источник синусоидального напряжения, частота которого такая же, как и в РЛР № 13.
2. Индуктивно связанные катушки K_1 и K_2 .
3. Резисторы R_1 и R_6 .
4. Блок переменной емкости БПЕ.
5. Индуктивные катушки (элементы 11 и 12).
6. Измерительные приборы, установленные на стенде.

Примечание. Фактические значения сопротивлений резисторов R_1 и R_6 определены в РЛР № 1; параметры индуктивных катушек K_{11}

и K_{12} – в РЛР № 7, а параметры индуктивно связанных катушек K_1 и K_2 – в РЛР № 13.

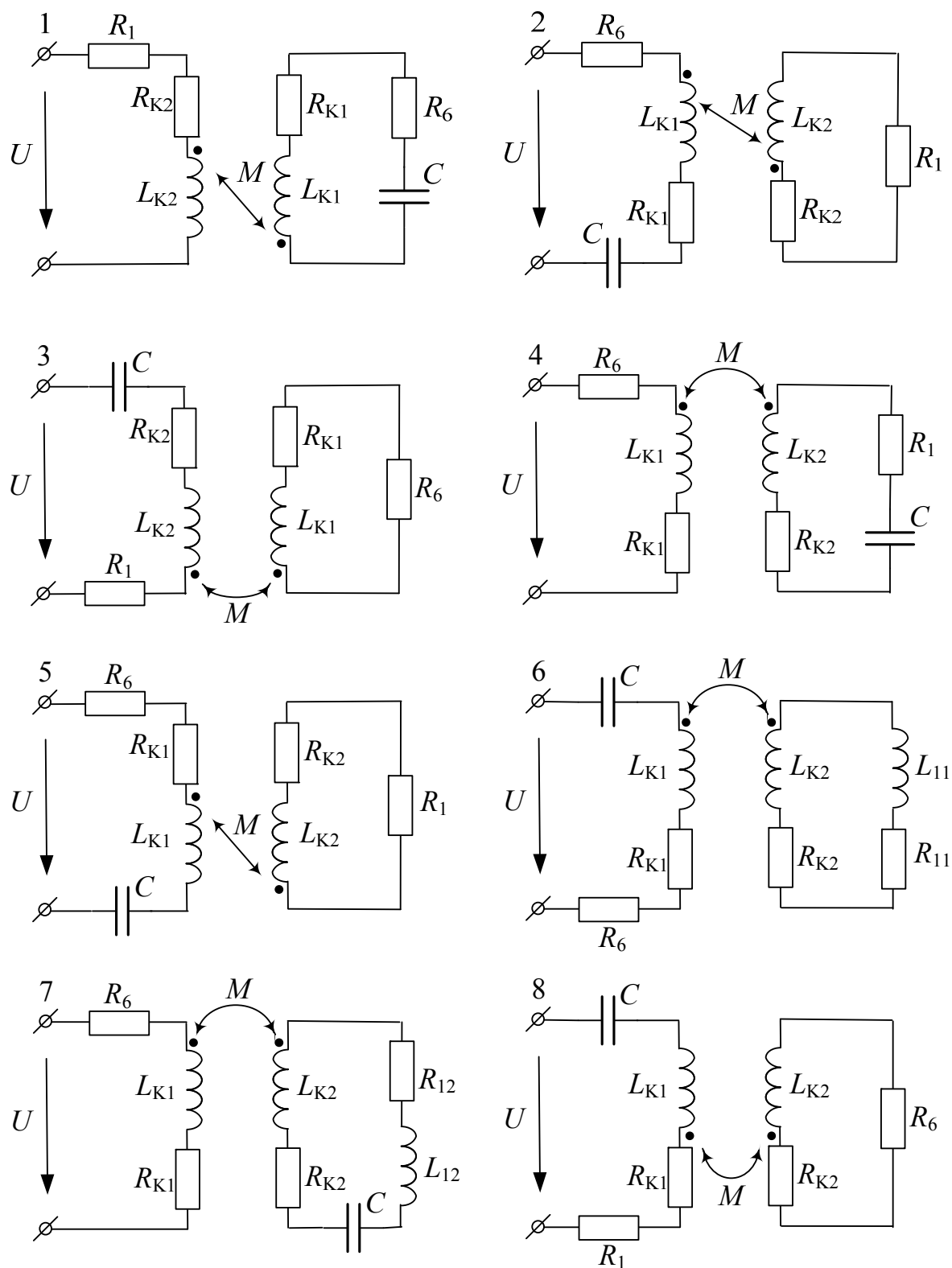


Рис. 14.2 (окончание см. на с. 109)

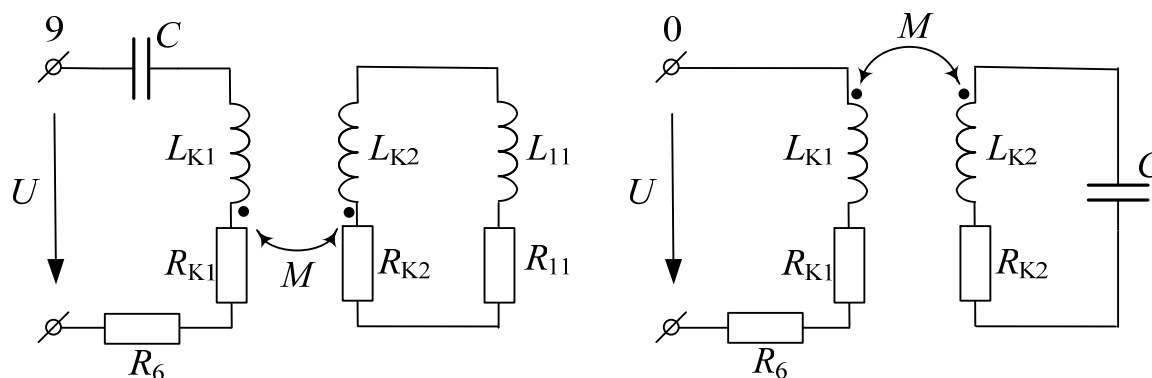


Рис. 14.2. Окончание (начало см. на с. 108)

Таблица 14.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U , В	16	17	18	19	16	17	18	19	20	17
C , мкФ	3,25	2,75	2,25	2	3,5	3	2,5	2	2,25	3,5

3. Расчетная часть

1. В соответствии с вариантом задания начертить схему замещения исследуемой цепи. Выбрав условные положительные направления токов в ветвях, рассчитать их действующие значения символическим методом. Результаты расчета (в комплексной форме) занести в табл. 14.2.

Таблица 14.2

Значение тока	I_1	I_2
	мА	
Расчетное (в к. ф.)		
Измеренное		

В том случае когда расчетное значение любого из токов окажется больше 0,1 А, изменить по согласованию с преподавателем величину напряжения источника U и расчет повторить.

2. Составить баланс активных и реактивных мощностей. Если относительная погрешность (δ_P или δ_Q) окажется более 5 %, установить причину большой погрешности и при необходимости расчет уточнить.

3. Рассчитать комплексы падений напряжения на каждом элементе цепи. Результаты расчета (в комплексной форме) занести в табл. 14.3.

Таблица 14.3

Значение напряжения	U_1	U_6	U_C	U_{K_1}	U_{K_2}
	В				
Расчетное (в к. ф.)					
Измеренное					

4. Ввести буквенные обозначения узлов и промежуточных точек (в ветвях с двумя и более элементами).

5. Выбрав масштабы тока m_I и напряжения m_U , построить (в одних осях) векторную лучевую диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений.

4. Экспериментальная часть

1. Собрать заданную электрическую цепь на лабораторном стенде. Используя переключки, предусмотреть место включения амперметра последовательно с каждой из обмоток трансформатора.

2. Используя электронный вольтметр В7-58/2 и мультиметр МУ-68, установить заданные величины напряжения и частоты стабилизированного источника.

3. Ампервольтметром Ц-4311 (или мультиметром МУ-68) измерить величины токов в обмотках трансформатора и занести их в табл. 14.2.

4. Электронным вольтметром В7-58/2 измерить напряжения на элементах цепи. Результаты измерений занести в табл. 14.3.

5. Анализ полученных результатов. Выводы

Измеренные значения токов и напряжений сопоставить с соответствующими данными расчета. В случае их существенного различия установить возможные причины. После их устранения эксперимент повторить.

В выводе сделать заключение о степени соответствия результатов расчета и эксперимента.

6. Содержание отчета

Отчет по РЛР № 14 должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;

3) исходные данные (схему замещения исследуемой цепи и параметры ее элементов);

4) расчет действующих значений токов в обмотках трансформатора и напряжений на элементах цепи символическим методом; баланс активных и реактивных мощностей;

5) таблицы с результатами вычислений и измерений;

6) векторную лучевую диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений (построенные в масштабах тока и напряжения на одной комплексной плоскости);

7) вывод.

Контрольные вопросы

1. Как выглядит схема замещения однофазного двухобмоточного трансформатора?

2. Какой трансформатор называют *воздушным*? Объяснить почему.

3. Привести схему замещения и уравнения равновесия напряжений для первичного и вторичного контуров воздушного трансформатора.

4. Объяснить процедуру развязывания индуктивной связи между первичным и вторичным контурами воздушного трансформатора.

5. Привести схему замещения воздушного трансформатора после развязывания индуктивной связи между его обмотками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники / Г. И. Атабеков. – М. : Энергия, 1978. – Ч. 1. – 592 с.
2. Нейман, Л. Р. Теоретические основы электротехники / Л. Р. Нейман, К. С. Демирчян. – Л. : Энергоиздат, 1981. – Т. 1. – 536 с.
3. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М. : Высш. шк., 1996. – 638 с.
4. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 527 с.
5. Прянишников, В. А. Теоретические основы электротехники : курс лекций / В. А. Прянишников. – СПб. : КОРОНА, 2004. – 366 с.
6. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Л. А. Бессонова. – М. : Высш. шк., 1988. – 543 с.
7. Шебес, М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей / М. Р. Шебес, М. В. Каблукова. – М. : Высш. шк., 1990. – 543 с.
8. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / под ред. П. А. Ионкина. – М. : Энергоиздат, 1982. – 768 с.
9. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. П. А. Бутырина. – М. : Издат. дом МЭИ, 2012. – Т. 1. – 595 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Рассчитать методом эквивалентных преобразований электрическую цепь, изображенную на рис. П.1.1. если $E = 24$ В; $R_1 = 100$ Ом; $R_2 = 120$ Ом; $R_3 = 270$ Ом; $R_4 = 330$ Ом; $R_5 = 470$ Ом; $R_6 = 100$ Ом.

Составить баланс мощностей.

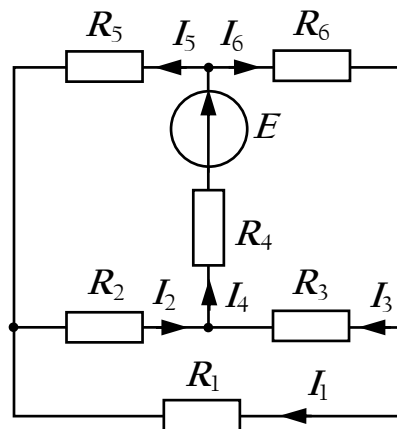


Рис. П.1.1

Решение. Произвольно выберем положительные направления токов в ветвях цепи. Анализ цепи показывает, что в ней отсутствуют последовательные и параллельные соединения элементов. В то же время резисторы R_2 , R_3 и R_4 соединены «звездой», а резисторы R_2 , R_3 и R_1 – «треугольником».

Преобразуем «треугольник» сопротивлений в R_2 , R_3 и R_1 в эквивалентную «звезду», используя известные соотношения:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{100 \cdot 120}{100 + 120 + 270} = 24,5 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{100 \cdot 270}{100 + 120 + 270} = 55 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{120 \cdot 270}{100 + 120 + 270} = 66 \text{ Ом}.$$

В результате исходная схема примет вид рис. П.1.2.

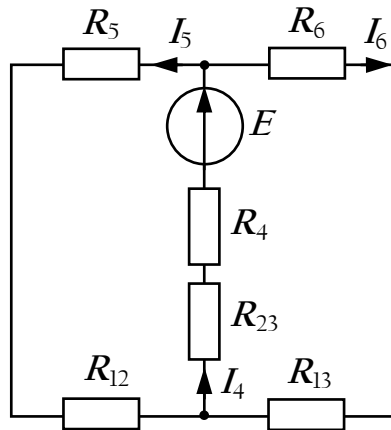


Рис. П.1.2

Отметим, что токи I_4 , I_5 и I_6 в схемах на рис. П.1.1 и П.1.2 останутся неизменными, так как протекают по непреобразованным частям цепи.

Далее, заменяя последовательно соединенные сопротивления на эквивалентные, получим:

$$R_{125} = R_{12} + R_5 = 24,5 + 470 = 494,5 \text{ Ом};$$

$$R_{136} = R_{13} + R_6 = 55 + 100 = 155 \text{ Ом};$$

$$R_{234} = R_{23} + R_4 = 66 + 330 = 396 \text{ Ом}.$$

Схема рис. П.1.2 примет вид рис. П.1.3.

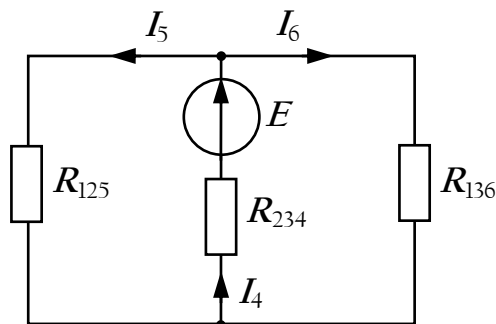


Рис. П.1.3

Здесь ток I_4 будет равен:

$$I_4 = \frac{E}{R_{\text{эКВ}}} = \frac{E}{R_{234} + \frac{R_{125}R_{136}}{R_{125} + R_{136}}} = \frac{24}{396 + \frac{494,5 \cdot 155}{494,5 + 155}} = 0,047 \text{ А};$$

$$I_5 = I_4 \frac{R_{136}}{R_{136} + R_{125}} = 0,047 \cdot \frac{155}{155 + 494,5} = 0,011 \text{ А};$$

$$I_6 = I_4 - I_5 = 0,047 - 0,011 = 0,036 \text{ А}.$$

Для определения токов I_1 , I_2 и I_3 вернемся к схеме рис. П.1.1. По второму закону Кирхгофа:

$$R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_2 I_2 = E,$$

откуда

$$I_2 = \frac{E - R_4 I_4 - R_5 I_5}{R_2} = \frac{24 - 330 \cdot 0,047 - 470 \cdot 0,011}{120} = 0,028 \text{ А}.$$

Наконец, по закону Ома:

$$I_3 = I_4 - I_2 = 0,047 - 0,028 = 0,019 \text{ А};$$

$$I_1 = I_2 - I_5 = 0,028 - 0,011 = 0,017 \text{ А}.$$

Баланс мощностей

Мощность источника:

$$P_{\text{ист}} = EI_4 = 24 \cdot 0,047 = 1,128 \text{ Вт}.$$

Мощность приемников:

$$\begin{aligned} P_{\text{пр}} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = \\ &= 100 \cdot 0,017^2 + 120 \cdot 0,028^2 + 270 \cdot 0,019^2 + 330 \cdot 0,047^2 + 470 \cdot 0,011^2 + \\ &\quad + 100 \cdot 0,036^2 = 1,136 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Относительную погрешность определим в виде:

$$\delta_{\%} = \frac{\left| \frac{P_{\text{ист}} - P_{\text{пр}}}{\frac{P_{\text{ист}} + P_{\text{пр}}}{2}} \right|}{2} 100 \% = \frac{|1,128 - 1,136|}{\frac{1,128 + 1,136}{2}} 100 \% \approx 0,71 \%.$$

Приложение 2

Рассчитать методом узловых потенциалов электрическую цепь, изображенную на рис. П.2.1, если $E_1 = 23 \text{ В}$; $E_2 = 19,6 \text{ В}$; $R_1 = 120 \text{ Ом}$; $R_2 = 203 \text{ Ом}$; $R_3 = 259 \text{ Ом}$; $R_4 = 310 \text{ Ом}$; $R_5 = 430 \text{ Ом}$; $R_6 = 100 \text{ Ом}$.

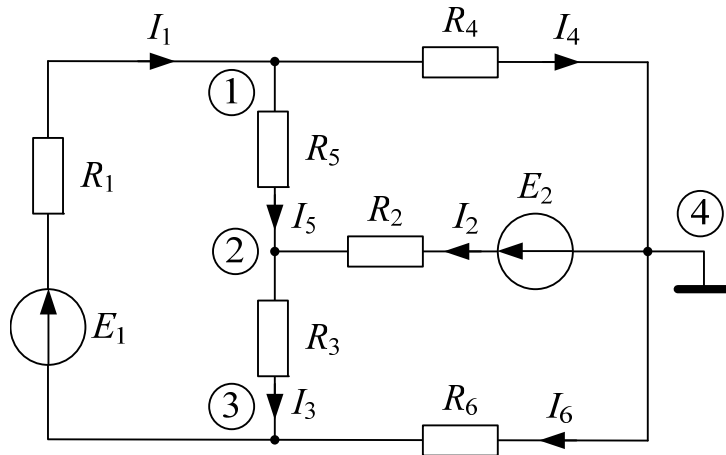


Рис. П.2.1

Решение. Суть метода узловых потенциалов заключается в том, что, используя первый закон Кирхгофа и закон Ома, можно определить потенциалы узлов цепи, а затем и токи ветвей. Число решаемых уравнений при этом сокращается до величины $(n - 1)$, где n – число узлов цепи. При этом потенциал одного из узлов (базового) принимают равным нулю.

В цепи на рис. П.2.1 в качестве базового будем считать узел 4.

Для остальных узлов запишем уравнения по первому закону Кирхгофа в виде:

$$I_4 + I_5 - I_1 = 0; \quad I_3 - I_2 - I_5 = 0; \quad I_1 - I_3 - I_6 = 0.$$

Далее, используя закон Ома, выразим токи через потенциалы узлов и параметры ветвей:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_4} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_5} - \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_1}{R_1} &= 0; \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_3} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_5} - \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_2}{R_2} &= 0; \\ \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_1}{R_1} - \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_3} - \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{R_6} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

После несложных математических преобразований и учитывая, что $\varphi_4 = 0$, получим:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) \varphi_1 - \frac{1}{R_5} \varphi_2 - \frac{1}{R_1} \varphi_3 &= \frac{E_1}{R_1}; \\ -\frac{1}{R_5} \varphi_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) \varphi_2 - \frac{1}{R_3} \varphi_3 &= \frac{E_2}{R_2}; \\ -\frac{1}{R_1} \varphi_1 - \frac{1}{R_3} \varphi_2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \right) \varphi_3 &= -\frac{E_1}{R_1}. \end{aligned} \right\}$$

После подстановки числовых значений параметров элементов цепи получим:

$$\left. \begin{aligned} 0,0139\varphi_1 - 0,00233\varphi_2 - 0,00833\varphi_3 &= 0,1917; \\ -0,00233\varphi_1 + 0,01111\varphi_2 - 0,00386\varphi_3 &= 0,0966; \\ -0,00833\varphi_1 - 0,00386\varphi_2 + 0,0222\varphi_3 &= -0,1917. \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему, определим потенциалы узлов 1÷3:

$$\varphi_1 = 15,2 \text{ В}; \quad \varphi_2 = 11,6 \text{ В}; \quad \varphi_3 = -0,94 \text{ В}.$$

Наконец, по закону Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{-0,94 - 15,2 + 23}{120} = 0,057 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_2}{R_2} = \frac{-11,6 + 19,6}{203} = 0,039 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_3} = \frac{11,6 - (-0,94)}{259} = 0,048 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_4} = \frac{15,2}{310} = 0,049 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_5} = \frac{15,2 - 11,6}{430} = 0,008 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{R_6} = \frac{-(-0,94)}{100} = 0,009 \text{ А}.$$

Приложение 3

Рассчитать методом контурных токов электрическую цепь, изображенную на рис. П.3.1, если $E_1 = 23 \text{ В}$; $E_2 = 19,6 \text{ В}$; $R_1 = 120 \text{ Ом}$; $R_2 = 203 \text{ Ом}$; $R_3 = 259 \text{ Ом}$; $R_4 = 310 \text{ Ом}$; $R_5 = 430 \text{ Ом}$; $R_6 = 100 \text{ Ом}$.

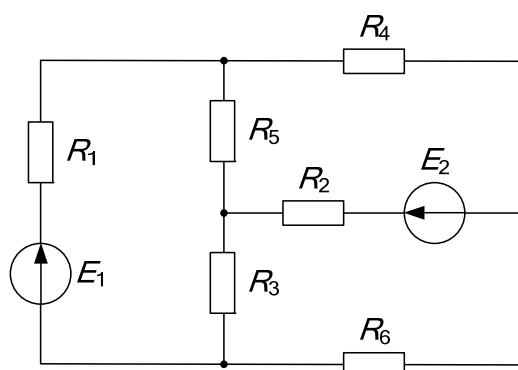


Рис. П.3.1

Составить баланс мощностей.

Построить потенциальную диаграмму для контура, включающего обе ЭДС.

Решение. Метод контурных токов заключается в том, что вместо действительных токов в ветвях вначале определяются на основании второго закона Кирхгофа так называемые контурные токи, замыкающиеся в независимых контурах (рис. П.3.2).

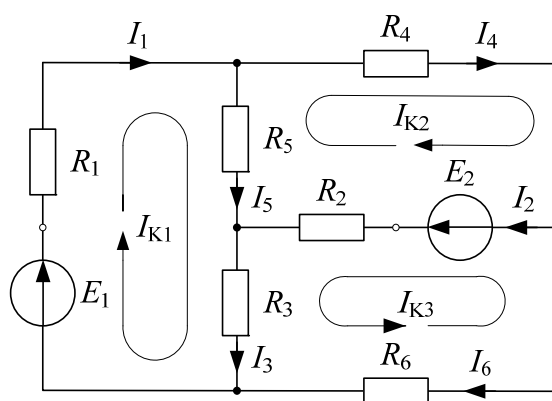


Рис. П.3.2

Очевидно, число уравнений, записываемых относительно неизвестных контурных токов, равно числу независимых контуров. В рассматриваемом примере таких уравнений три:

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3 + R_5)I_{K_1} - R_5I_{K_2} + R_3I_{K_3} &= E_1; \\ -R_5I_{K_1} + (R_2 + R_4 + R_5)I_{K_2} + R_3I_{K_3} &= E_2; \\ R_3I_{K_1} + R_2I_{K_2} + (R_2 + R_3 + R_6)I_{K_3} &= E_2. \end{aligned} \right\}$$

После подстановки числовых значений получим:

$$\left. \begin{aligned} 809I_{K_1} - 430I_{K_2} + 259I_{K_3} &= 23; \\ -430I_{K_1} + 943I_{K_2} + 203I_{K_3} &= 19,6; \\ 259I_{K_1} + 203I_{K_2} + 562I_{K_3} &= 19,6. \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему уравнений, определим контурные токи:

$$I_{K_1} = 0,057 \text{ А}; \quad I_{K_2} = 0,049 \text{ А}; \quad I_{K_3} = -0,009 \text{ А}.$$

Направления действительных токов I_1 и I_4 совпадают с направлениями контурных токов I_{K_1} и I_{K_2} . Следовательно:

$$I_1 = I_{K_1} = 0,057 \text{ А}; \quad I_4 = I_{K_2} = 0,049 \text{ А}.$$

Ток I_6 противоположен контурному току I_{K_3} . Поэтому

$$I_6 = -I_{K_3} = -(-0,009) = 0,009 \text{ А}.$$

Токи в ветвях, принадлежащих одновременно двум или нескольким контурам, равны алгебраической сумме соответствующих контурных токов:

$$I_2 = I_{K_2} + I_{K_3} = 0,049 + (-0,009) = 0,040 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{K_1} + I_{K_3} = 0,057 + (-0,009) = 0,048 \text{ А};$$

$$I_5 = I_{K_1} - I_{K_2} = 0,057 - 0,049 = 0,008 \text{ А}.$$

Баланс мощностей

Мощность источников ЭДС:

$$P_{\text{ист}} = E_1I_1 + E_2I_2 = 23 \cdot 0,057 + 19,6 \cdot 0,040 = 2,1 \text{ Вт}.$$

Мощность, потребляемая резисторами $R_1 \div R_6$:

$$\begin{aligned} P_{\text{пр}} &= R_1I_1^2 + R_2I_2^2 + R_3I_3^2 + R_4I_4^2 + R_5I_5^2 + R_6I_6^2 = \\ &= 120 \cdot 0,057^2 + 203 \cdot 0,040^2 + 259 \cdot 0,048^2 + 310 \cdot 0,049^2 + 430 \cdot 0,008^2 + \end{aligned}$$

$$+ 100 \cdot 0,009^2 = 2,1 \text{ Вт.}$$

Равенство $P_{\text{ист}} = P_{\text{пр}}$ свидетельствует о том, что расчет токов в ветвях цепи выполнен правильно.

Потенциальная диаграмма

Под потенциальной диаграммой понимают график изменения потенциала вдоль какого-либо участка цепи или замкнутого контура. По оси абсцисс откладывают сопротивления вдоль контура, а по оси ординат – потенциалы соответствующих узлов и точек контура.

Для построения потенциальной диаграммы следует обозначить узлы и промежуточные точки (в ветвях с ЭДС) буквами (или цифрами), как показано на рис. П.3.3.

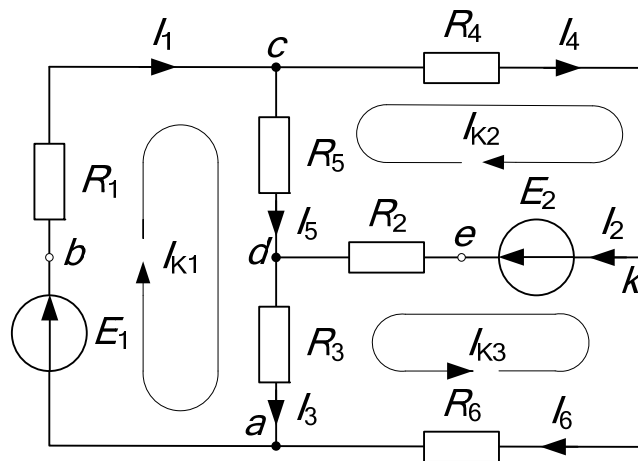


Рис. П.3.3

Произвольно принимаем потенциал точки a равным нулю. На диаграмме (рис. П.3.4) поместим эту точку в начало координат.

Далее определим потенциалы остальных точек контура:

$$\varphi_a = 0;$$

$$\varphi_b = \varphi_a + E_1 = 23 \text{ В};$$

$$\varphi_c = \varphi_b - R_1 I_1 = 23 - 120 \cdot 0,057 = 16,1 \text{ В};$$

$$\varphi_d = \varphi_c - R_5 I_5 = 16,1 - 430 \cdot 0,008 = 12,5 \text{ В};$$

$$\varphi_e = \varphi_d + R_2 I_2 = 12,5 + 203 \cdot 0,040 = 20,6 \text{ В};$$

$$\varphi_k = \varphi_e - E_2 = 20,6 - 19,6 = 1 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_k - R_6 I_6 = 1 - 100 \cdot 0,009 = 0,1 \text{ В} \approx 0.$$

Задаем масштабы m_φ и m_R и строим зависимость $\varphi = f(R)$, которая приведена на рис. П.3.4.

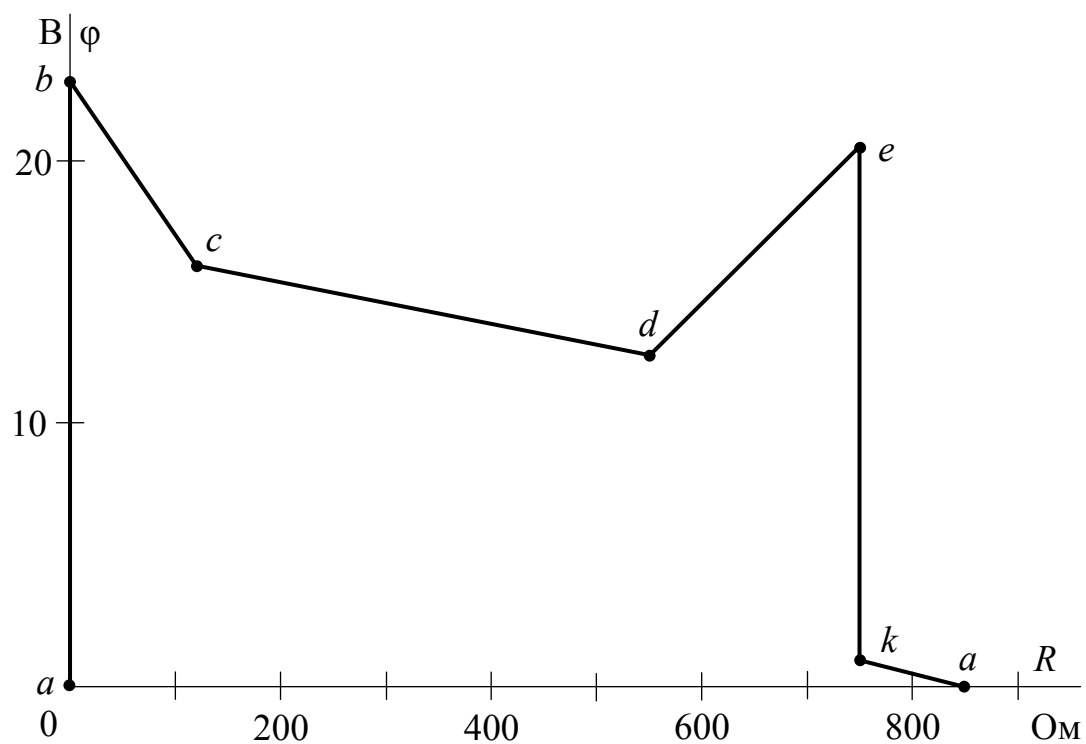


Рис. П.3.4

Приложение 4

Рассчитать методом наложения токи электрической цепи, изображенной на рис. П.4.1, если $E_1 = 24$ В; $E_2 = 19,5$ В; $R_1 = 120$ Ом; $R_2 = 203$ Ом; $R_3 = 259$ Ом; $R_4 = 310$ Ом; $R_5 = 430$ Ом; $R_6 = 100$ Ом.

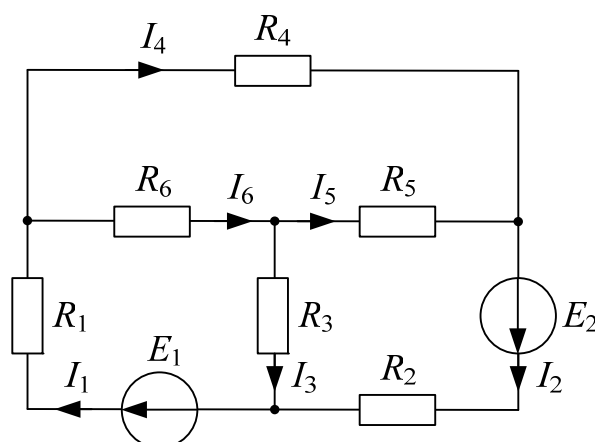


Рис. П.4.1

Решение. Согласно методу наложения, рассмотрим отдельно схемы с источником ЭДС E_1 (рис. П.4.2) и источником ЭДС E_2 (рис. П.4.4).

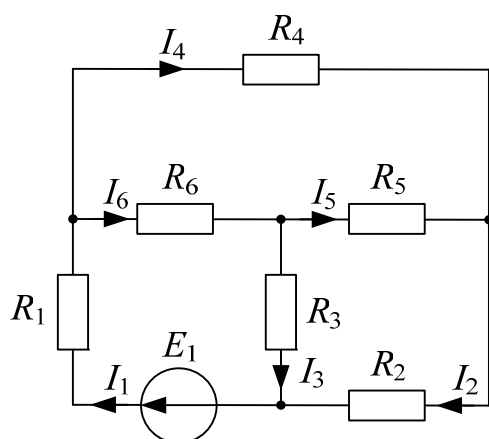


Рис. П.4.2

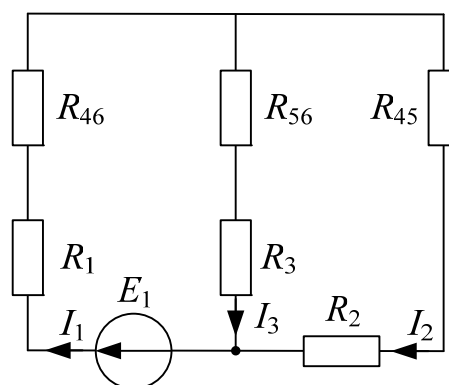


Рис. П.4.3

Предварительно преобразуем «треугольник» сопротивлений R_4 , R_5 и R_6 в эквивалентную «звезду», поскольку при расчете каждой из частичных схем (рис. П.4.2 и П.4.4) удобно пользоваться таким преобразованием.

$$R_{46} = \frac{R_4 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{310 \cdot 100}{310 + 430 + 100} = 37 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{430 \cdot 100}{310 + 430 + 100} = 51 \text{ Ом};$$

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{310 \cdot 430}{310 + 430 + 100} = 159 \text{ Ом}.$$

После подобных преобразований схеме рис. П.4.2 будет эквивалентна схема рис. П.4.3, а схеме рис. П.4.4 – схема рис. П.4.5.

Вначале определим частичные токи в схемах рис. П.4.2 и П.4.3.

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + R_{46} + \frac{(R_3 + R_{56})(R_2 + R_{45})}{R_3 + R_{56} + R_2 + R_{45}}} = \dots = 0,074 \text{ А};$$

$$I_3' = I_1' \frac{R_2 + R_{45}}{R_2 + R_{45} + R_3 + R_{56}} = \dots = 0,040 \text{ А};$$

$$I_2' = I_1' - I_3' = \dots = 0,034 \text{ А};$$

$$I_6' = \frac{E - R_1 I_1' - R_3 I_3'}{R_6} = \dots = 0,0476 \text{ А};$$

$$I_4' = I_1' - I_6' = \dots = 0,0264 \text{ А};$$

$$I_5' = I_6' - I_3' = \dots = 0,0076 \text{ А}.$$

По аналогии определяем токи в схемах рис. П.4.4 и П.4.5:

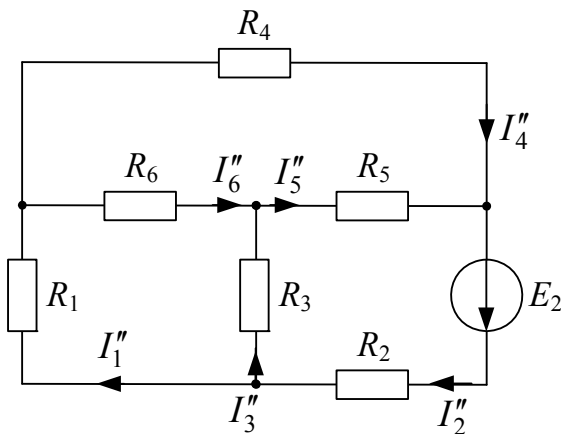


Рис. П.4.4

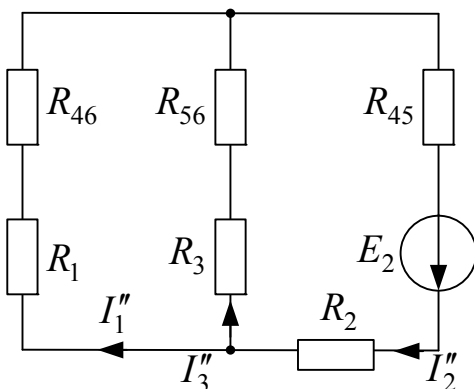


Рис. П.4.5

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + R_{45} + \frac{(R_1 + R_{46})(R_3 + R_{56})}{R_1 + R_{46} + R_3 + R_{56}}} = \dots = 0,042 \text{ A};$$

$$I_3'' = I_2'' \frac{R_1 + R_{46}}{R_1 + R_{46} + R_3 + R_{56}} = \dots = 0,014 \text{ A};$$

$$I_1'' = I_2'' - I_3'' = \dots = 0,028 \text{ A};$$

$$I_5'' = \frac{E_2 - R_2 I_2'' - R_3 I_3''}{R_5} = \dots = 0,017 \text{ A};$$

$$I_6'' = I_5'' - I_3'' = \dots = 0,003 \text{ A};$$

$$I_4'' = I_2'' - I_5'' = \dots = 0,025 \text{ A}.$$

Наконец, действительные токи определим путем алгебраического суммирования частичных токов в соответствующих ветвях цепи:

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 0,074 + 0,028 = 0,102 \text{ A};$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 0,034 + 0,042 = 0,076 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3' - I_3'' = 0,040 - 0,014 = 0,026 \text{ A};$$

$$I_4 = I_4' + I_4'' = 0,0264 + 0,025 = 0,0514 \text{ A};$$

$$I_5 = I_5' + I_5'' = 0,0076 + 0,017 = 0,0246 \text{ A};$$

$$I_6 = I_6' + I_6'' = 0,0476 + 0,003 = 0,0506 \text{ A}.$$

Приложение 5

Рассчитать ток I_6 в цепи, изображенной на рис. П.5.1, методом эквивалентного генератора, если $E_1 = 24$ В; $E_2 = 19,5$ В; $R_1 = 120$ Ом; $R_2 = 203$ Ом; $R_3 = 259$ Ом; $R_4 = 310$ Ом; $R_5 = 430$ Ом; $R_6 = 100$ Ом.

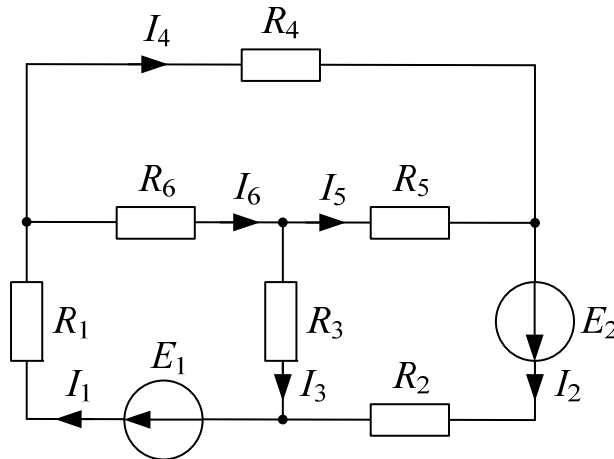


Рис. П.5.1

Решение. Разомкнем ветвь с резистором R_6 (рис. П.5.2) и найдем напряжение U_{xx} между точками a и b .

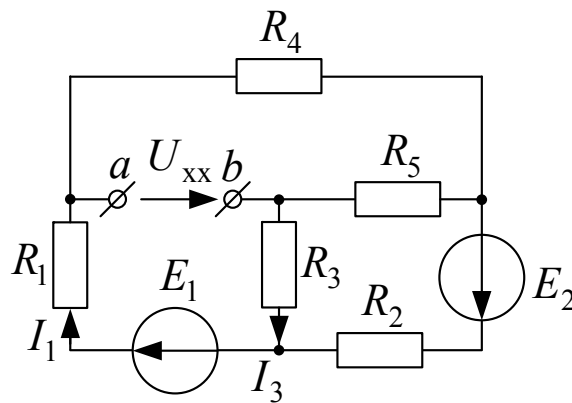


Рис. П.5.2

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{xx} = E_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3.$$

Токи в схеме рис. П.5.2 определяются любым известным методом. В данном случае они равны:

$$I_1 = 0,067 \text{ А}; \quad I_3 = -0,0067 \text{ А}.$$

Следовательно:

$$U_{xx} = 24 - 120 \cdot 0,067 - 259 \cdot 0,0067 = 17,74 \text{ В.}$$

Входное сопротивление между точками a и b при отключенном резисторе с сопротивлением R_6 равно:

$$R_{\text{вх}} = R_{35} + \frac{(R_4 + R_{25})(R_1 + R_{23})}{R_4 + R_{25} + R_1 + R_{23}} = \dots = 249 \text{ Ом,}$$

где R_{23} , R_{25} и R_{35} – сопротивления «звезды» (рис. П.5.3, б), эквивалентной «треугольнику» R_2 , R_3 и R_5 (рис. П.5.3, а).

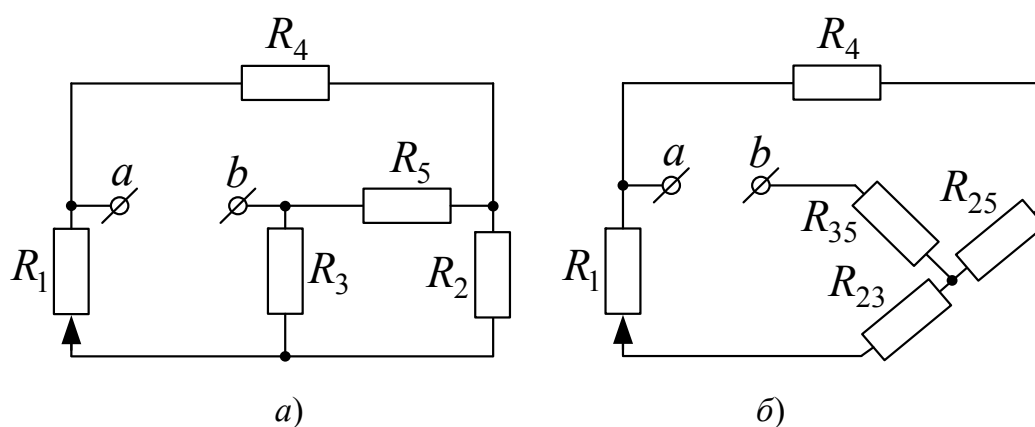


Рис. П.5.3

Искомый ток:

$$I_6 = \frac{U_{xx}}{R_{\text{вх}} + R_6} = \frac{17,74}{249 + 100} = 0,051 \text{ А.}$$

Приложение 6

В качестве иллюстрации применения символического метода рассмотрим пример расчета разветвленной электрической цепи синусоидального тока с одним источником энергии (рис. П.6.1, а).

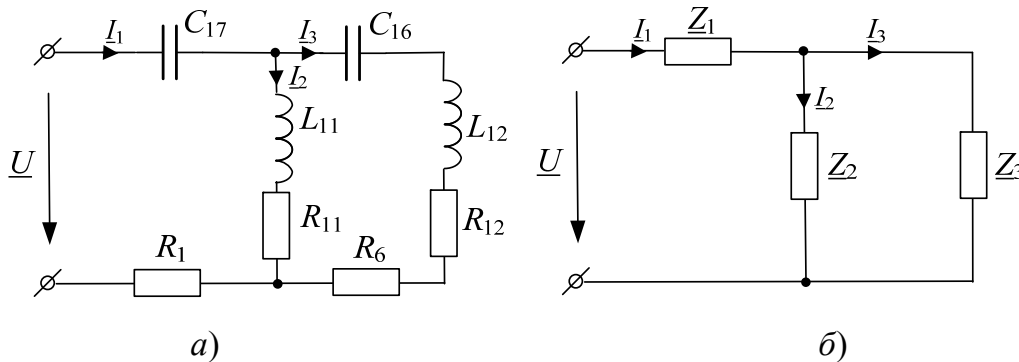


Рис. П.6.1

Исходные данные:

Напряжение источника $U = 19$ В; частота $f = 500$ Гц.

Параметры пассивных элементов цепи: резисторов – $R_1 = 120$ Ом, $R_6 = 100$ Ом; индуктивных катушек – $R_{11} = 38,5$ Ом, $L_{11} = 31,2$ мГн и $R_{12} = 23$ Ом, $L_{12} = 33,2$ мГн; конденсаторов – $C_{16} = 1,55$ мкФ и $C_{17} = 2,25$ мкФ.

Необходимо:

- 1) рассчитать действующие значения токов в ветвях;
- 2) составить баланс активных и реактивных мощностей;
- 3) рассчитать комплексные потенциалы узлов и промежуточных точек цепи;
- 4) построить векторную лучевую диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений.

Решение. Для расчета подобных цепей удобно использовать *метод эквивалентных преобразований*, согласно которому участки заданной цепи с параллельным и последовательным соединениями элементов заменяют одним эквивалентным пассивным элементом, последовательно соединенным с источником напряжения.

Вначале следует определить угловую частоту напряжения источника ω :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 500 = 3142 \text{ с}^{-1},$$

затем – реактивные сопротивления индуктивных катушек и конденсаторов:

$$\left. \begin{aligned} X_{11} &= \omega L_{11} = 3142 \cdot 31,2 \cdot 10^{-3} = 98 \text{ Ом}; \\ X_{12} &= \omega L_{12} = 3142 \cdot 33,2 \cdot 10^{-3} = 104 \text{ Ом}; \\ X_{16} &= \frac{1}{\omega C_{16}} = \frac{1}{3142 \cdot 1,55 \cdot 10^{-6}} = 205 \text{ Ом}; \\ X_{17} &= \frac{1}{\omega C_{17}} = \frac{1}{3142 \cdot 2,25 \cdot 10^{-6}} = 141,5 \text{ Ом}. \end{aligned} \right\}$$

Комплексные сопротивления ветвей цепи будут равны:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_1 &= R_1 - jX_{17} = 120 - j141,5 = 185,5e^{-j49,7^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_2 &= \underline{Z}_{11} = R_{11} + jX_{11} = 38,5 + j98 = 105e^{j68,6^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_3 &= R_6 + \underline{Z}_{12} - jX_{16} = (R_6 + R_{12}) + j(X_{12} - X_{16}) = \\ &= (100 + 23) + j(104 - 205) = 123 - j101 = 159e^{-j39,4^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned} \right\}$$

Далее расчетную схему замещения можно представить в виде смешанного соединения комплексных сопротивлений \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 и \underline{Z}_3 (рис. П.6.1, б). Входное комплексное сопротивление, очевидно, будет равно:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{вх}} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 120 - j141,5 + \frac{(38,5 + j98)(123 - j101)}{38,5 + j98 + 123 - j101} = \\ &= 209,6 - j89 = 228e^{-j23^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Задавшись произвольным значением начальной фазы напряжения (в данном примере $\psi_u = 0$), по закону Ома не представляет особого труда определить ток \underline{I}_1 в неразветвленной части цепи:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{19}{209,6 - j89} = 0,077 + j0,033 = 0,0834e^{j23^\circ} \text{ А}$$

и токи \underline{I}_2 и \underline{I}_3 в параллельных ветвях:

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = (0,077 + j0,033) \frac{123 - j101}{38,5 + j98 + 123 - j101} = \\ &= 0,079 - j0,0216 = 0,0822e^{-j15,3^\circ} \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = (0,077 + j0,033) \frac{38,5 + j98}{38,5 + j98 + 123 - j101} =$$

$$= -0,0026 + j0,0545 = 0,0544e^{j92,7^\circ} \text{ А.}$$

Баланс активных и реактивных мощностей

Комплексная мощность, развиваемая источником, определяется в виде:

$$\underline{S}_{\text{ист}} = \underline{U} \underline{I}_1^* = 19 \cdot 0,0834 e^{-j23^\circ} = 1,577 e^{-j23^\circ} = (1,459 - j0,619) \text{ ВА,}$$

где $P_{\text{ист}} = \text{Re} \underline{S} = 1,459 \text{ Вт}$ – активная мощность источника;
 $Q_{\text{ист}} = \text{Im} \underline{S} = -0,619 \text{ ВАр}$ – реактивная мощность источника.

Мощность, потребляемая приемниками:

– активная:

$$P_{\text{пр}} = R_1 I_1^2 + (R_6 + R_{12}) I_2^2 + R_{11} I_3^2 =$$

$$= 120 \cdot 0,0834^2 + (100 + 23) \cdot 0,0544^2 + 38,5 \cdot 0,0822^2 = 1,459 \text{ Вт;}$$

– реактивная:

$$Q_{\text{пр}} = -X_{17} I_1^2 + X_{11} I_2^2 + (X_{12} - X_{16}) I_3^2 =$$

$$= -141,5 \cdot 0,0834^2 + 98 \cdot 0,0822^2 + (104 - 205) \cdot 0,0544^2 = -0,617 \text{ ВАр.}$$

Относительная ошибка вычислений:

$$\delta_P \% = \frac{P_{\text{ист}} - P_{\text{пр}}}{0,5(P_{\text{ист}} + P_{\text{пр}})} 100 \% = \frac{1,459 - 1,459}{0,5(1,459 + 1,459)} 100 \% = 0;$$

$$\delta_Q \% = \frac{Q - Q}{0,5(Q + Q)} 100 \% = \frac{0,619 - 0,617}{0,5(0,619 + 0,617)} 100 \% = 0,3 \%$$

Далее, для построения топографической векторной диаграммы напряжений узлы и промежуточные точки (в ветви с тремя элементами) обозначим буквами a, b, c, d, f и g (рис. П.6.2), предварительно считая комплексный потенциал точки g равным нулю. На диаграмме (рис. П.6.3) поместим эту точку в начало координат комплексной плоскости.

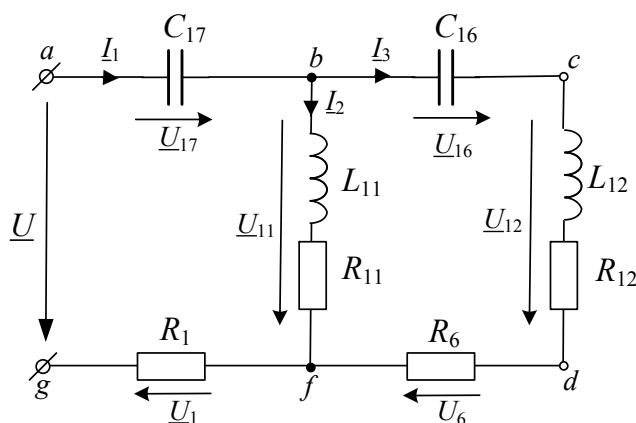


Рис. П.6.2

Комплексные потенциалы остальных точек цепи будут равны:

$$\underline{\varphi}_g = 0.$$

$$\underline{\varphi}_f = \underline{\varphi}_g + R_1 \underline{I}_1 = 120 \cdot 0,0834 e^{j23^\circ} = 10 e^{j23^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_d = \underline{\varphi}_f + R_6 \underline{I}_3 = 10 e^{j23^\circ} + 100 \cdot 0,0544 e^{j92,7^\circ} = 12,94 e^{j46,2^\circ} \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_c &= \underline{\varphi}_d + (R_{12} + jX_{12}) \underline{I}_3 = 12,94 e^{j46,2^\circ} + (23 + j104,3) 0,0544 e^{j92,7^\circ} = \\ &= 10,8 e^{j72,6^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_b &= \underline{\varphi}_c + (-jX_{16}) \underline{I}_3 = 10,8 e^{j72,6^\circ} + (-j205,4) 0,0544 e^{j92,7^\circ} = \\ &= 18 e^{j37^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_a &= \underline{\varphi}_b + (-jX_{17}) \underline{I}_1 = 18 e^{j37^\circ} + (-j141,5) 0,0834 e^{j23^\circ} = \\ &= 18,99 + j0,03 \approx 19 e^{j0^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_b &= \underline{\varphi}_f + (R_{11} + jX_{11}) \underline{I}_2 = 10 e^{j23^\circ} + (38,5 + j98) 0,0822 e^{-j15,3^\circ} = \\ &= 18 e^{j37^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Выбрав масштабы тока m_I и напряжения m_U , строим векторную лучевую диаграмму токов и топографическую диаграмму комплексных потенциалов (рис. П.6.3). При этом каждая точка на комплексной плоскости соответствует каждой точке схемы.

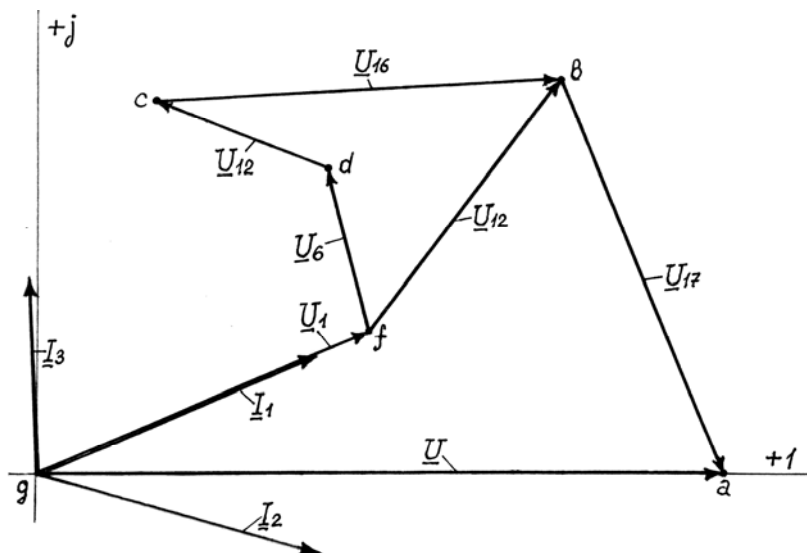


Рис. П.6.3

1. Согласно первому закону Кирхгофа выполняется равенство $\underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_1$, в чем нетрудно убедиться, построив параллелограмм, сторонами которого являются векторы \underline{I}_2 и \underline{I}_3 .

2. Точка a в результате построений оказалась на оси $+1$. Следовательно, напряжение \underline{U}_{ag} имеет фазу, равную 0, как было принято в расчете. Кроме того, напряжение между точками a и g оказалось равным $U_{ag} = I_{ag} m_U = 19$ В, что также соответствует условию задачи.

По топографической диаграмме легко определить вектор напряжения между любыми двумя произвольными точками цепи. Например, разность потенциалов между точками b и f может быть представлена вектором $\underline{U}_{11} = \underline{U}_{bf} = \varphi_b - \varphi_f$, направленным от точки f к точке b в полном соответствии с правилом вычитания векторов. То же подтверждает равенство $\varphi_b = \varphi_f + U_{bf}$.

3. При наличии векторов на топографической диаграмме становится очевидным, что векторы напряжений \underline{U}_1 и \underline{U}_6 на активных сопротивлениях совпадают по фазе с векторами соответствующих токов \underline{I}_1 и \underline{I}_3 ; векторы напряжений \underline{U}_{16} и \underline{U}_{17} на конденсаторах отстают от векторов токов \underline{I}_3 и \underline{I}_1 на угол 90° ; наконец, векторы \underline{U}_{11} и \underline{U}_{12} опережают векторы токов \underline{I}_2 и \underline{I}_3 , соответственно, на $68,6$ и $77,6^\circ$, что легко определить с помощью линейки и транспортира.

Приведенный анализ показывает, что расчет заданной цепи выполнен правильно.

Приложение 7

В электрической цепи синусоидального тока, изображенной на рис. П.7.1, напряжение источника $U = 33$ В; частота $f = 500$ Гц.

Параметры пассивных элементов $R_{K1} = 35,3$ Ом; $L_{K1} = 22,8$ мГн; $R_{K2} = 8,5$ Ом; $L_{K2} = 5$ мГн; $R_1 = 120$ Ом; $R_2 = 204$ Ом; $C = 2,5$ мкФ.

Необходимо:

1. Рассчитать токи в ветвях цепи.
2. Составить баланс активных и реактивных мощностей.

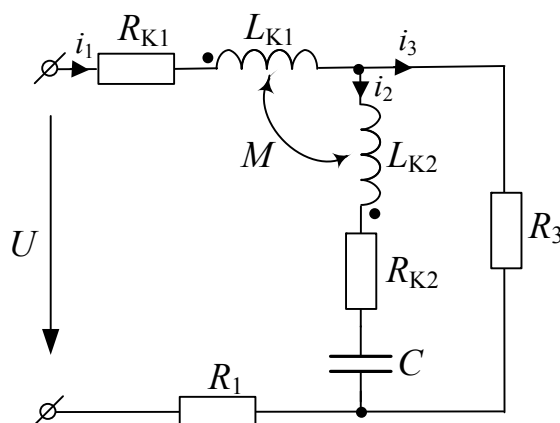


Рис. П.7.1

Решение. С учетом произвольно выбранных условных положительных направлений токов i_1 , i_2 и i_3 (рис. П.7.1) систему уравнений для их расчета в соответствии с методом уравнений Кирхгофа можно записать в дифференциальной форме:

$$\left. \begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 &= 0; \\ (R_1 + R_{K1})i_1 + L_{K1} \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + R_3 i_3 &= u; \\ -M \frac{di_1}{dt} + R_{K2} i_2 + L_{K2} \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C} \int i_2 dt - R_3 i_3 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

и в комплексной форме:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 &= 0 ; \\ (R_1 + R_{K_1} + j\omega L_{K_1}) \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 + R_3 \underline{I}_3 &= \underline{U} ; \\ -j\omega M \underline{I}_1 + \left(R_{K_2} + j\omega L_{K_2} - j\frac{1}{\omega C} \right) \underline{I}_2 - R_3 \underline{I}_3 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Используя то обстоятельство, что $\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2$, последнюю систему несложно преобразовать к виду:

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_{K_1} + R_3 + j\omega L_{K_1}) \underline{I}_1 - (R_3 + j\omega M) \underline{I}_2 &= \underline{U}; \\ -(\underline{R}_3 + j\omega M) \underline{I}_1 + \left(R_{K_2} + R_3 + j\omega L_{K_2} - j\frac{1}{\omega C} \right) \underline{I}_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

После подстановки числовых данных получим:

$$\left. \begin{aligned} (359 + j71,6) \underline{I}_1 - (204 + j22,6) \underline{I}_2 &= 33 ; \\ -(204 + j22,6) \underline{I}_1 + (212,5 - j111,6) \underline{I}_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Наконец, решая эту систему уравнений, находим комплексные значения токов в ветвях цепи:

$$\underline{I}_1 = 0,144e^{j10,6^\circ} \text{ А} ; \quad \underline{I}_2 = 0,123e^{j44,6^\circ} \text{ А} ;$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = 0,081e^{-j48,1^\circ} \text{ А}.$$

Баланс мощностей

Полная мощность источника в комплексной форме:

$$\underline{S}_{\text{ист}} = \underline{U} \underline{I}_1^* = 33 \cdot 0,144e^{-j10,6^\circ} = 4,752e^{-j10,6^\circ} \text{ ВА} = (4,67 - j0,874) \text{ ВА},$$

откуда

$$S_{\text{ист}} = 4,752 \text{ ВА}; \quad P_{\text{ист}} = 4,67 \text{ Вт}; \quad Q_u = -0,874 \text{ ВАр}.$$

Активная мощность, потребляемая приемниками:

$$\begin{aligned} P_{\text{пр}} &= (R_1 + R_{K_1}) I_1^2 + R_{K_2} I_2^2 + R_3 I_3^2 = \\ &= (120 + 35,3) 0,144^2 + 8,5 \cdot 0,123^2 + 204 \cdot 0,0805^2 = 4,68 \text{ Вт}; \end{aligned}$$

Реактивная мощность приемников:

$$\begin{aligned} Q_{\text{пр}} &= X_{K_1} I_1^2 + (X_{K_2} - X_C) I_2^2 - 2X_M I_1 I_2 \cos(\psi_1 - \psi_2) = \\ &= 71,6 \cdot 0,144^2 + (-111,6) 0,123^2 - 2 \cdot 22,6 \cdot 0,144 \cdot 0,123 \cos(-34,6^\circ) = \\ &= -0,867 \text{ ВАр.} \end{aligned}$$

Сравнивая активные и реактивные мощности источника и приемников, можно сделать вывод, что расчет цепи выполнен с достаточной степенью точности.

Решим ту же задачу, предварительно развязав индуктивно связанные катушки K_1 и K_2 . Преобразованная схема приведена на рис. П.7.2, где в соответствии с правилом развязывания:

$$L_{1\text{Э}} = L_{K_1} - M = (22,8 - 7,2) 10^{-3} = 15,6 \cdot 10^{-3} \text{ Гн};$$

$$L_{2\text{Э}} = L_{K_2} - M = (5 - 7,2) 10^{-3} = -2,2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

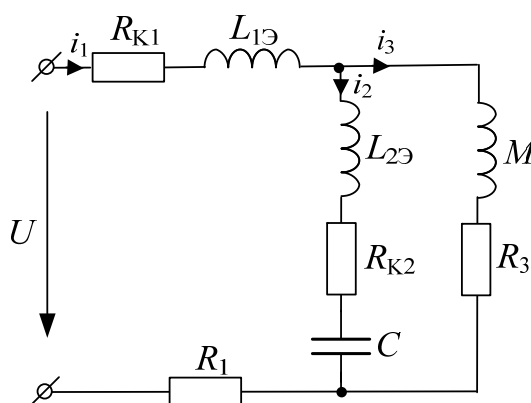


Рис. П.7.2

Комплексные сопротивления ветвей в преобразованной цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= R_1 + R_{K_1} + j\omega L_{1\text{Э}} = 120 + 35,3 + j2\pi \cdot 500 \cdot 15,6 \cdot 10^{-3} = \\ &= (155,3 + j49) \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_2 &= R_{K_2} + j\left(\omega L_{2\text{Э}} - \frac{1}{\omega C}\right) = \\ &= 8,5 + j\left(2\pi \cdot 500 \cdot 15,6 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{2\pi \cdot 500 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}}\right) = (8,5 - j134,2) \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j\omega M = 204 + j2\pi \cdot 500 \cdot 7,2 \cdot 10^{-3} = (204 + j22,6) \text{ Ом.}$$

Эквивалентное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\text{экв}} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 155,3 + j49 + \frac{(8,5 - j134,2) \cdot (204 + j22,6)}{8,5 - j134,2 + 204 + j22,6} = \\ &= 225,5 - j42 = 229,4e^{-j10,6^\circ} \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{экв}}} = \frac{33}{225,5 - j42} = 0,141 + j0,026 = 0,144e^{j10,6^\circ} \text{ А ;}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_2 &= \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = (0,141 + j0,026) \frac{204 + j22,6}{8,5 - j134,2 + 204 + j22,6} = \\ &= 0,0876 + j0,0863 = 0,123e^{j44,6^\circ} \text{ А;}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_3 &= \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = (0,141 + j0,026) \frac{8,5 - j134,2}{8,5 - j134,2 + 204 + j22,6} = \\ &= 0,0538 - j0,06 = 0,0806e^{-j48,1^\circ} \text{ А.}\end{aligned}$$

Баланс мощностей

Поскольку напряжение на зажимах источника и ток в нем в результате расчета не изменились, прежней останется и полная комплексная мощность источника.

Следовательно:

$$S_{\text{ист}} = 4,752 \text{ ВА; } P_{\text{ист}} = 4,67 \text{ Вт; } Q_{\text{ист}} = -0,874 \text{ ВАр.}$$

Активная мощность, потребляемая приемниками, будет иметь практически то же значение.

Наконец, реактивная мощность, потребляемая преобразованной цепью, будет равна:

$$\begin{aligned}Q_{\text{пр}} &= \omega L_{13} I_1^2 + (\omega L_{23} - \frac{1}{\omega C}) I_2^2 + \omega M I_3^2 = \\ &= 49 \cdot 0,144^2 + (-134,2) 0,123^2 + 22,6 \cdot 0,0806^2 = -0,867 \text{ ВАр.}\end{aligned}$$

Из приведенных расчетов видно, что режим работы цепи не зависит от выбранного метода.

Приложение 8

В электрической цепи синусоидального тока, изображенной на рис. П.8.1, напряжение источника $U = 140$ В; частота $f = 500$ Гц.

Параметры обмоток трансформатора $R_{K_1} = 35,3$ Ом; $L_{K_1} = 22,8$ мГн; $R_{K_2} = 8,5$ Ом; $L_{K_2} = 5$ мГн и остальных элементов: $R_1 = 100$ Ом; $R_6 = 120$ Ом; $C = 3$ мкФ.

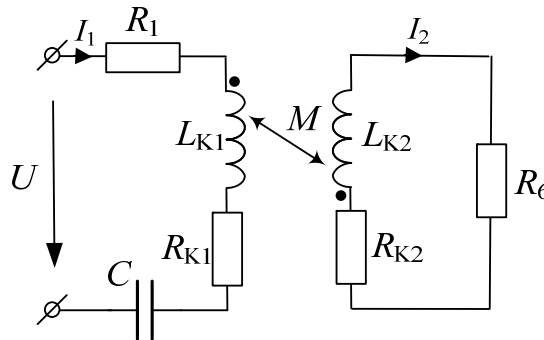


Рис. П.8.1

Необходимо:

1. Рассчитать токи в первичной и вторичной цепях трансформатора.
2. Составить баланс активных и реактивных мощностей.

Решение. При синусоидальном напряжении U_1 токи I_1 и I_2 , а также напряжение U_2 будут синусоидальными. Следовательно, для первичной и вторичной цепей трансформатора можно записать уравнения в комплексной форме:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[R_1 + R_{K_1} + j \left(\omega L_{K_1} - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_1; \\ j\omega M \underline{I}_1 + (R_6 + R_{K_2} + j\omega L_{K_2}) \underline{I}_2 = 0. \end{array} \right.$$

Угловая частота напряжения источника:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 500 = 3141,6 \text{ с}^{-1},$$

а реактивные сопротивления катушек и конденсатора:

$$\omega L_{K_1} = 3141,6 \cdot 22,8 \cdot 10^{-3} = 71,6 \text{ Ом};$$

$$\omega L_{K_2} = 3141,6 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 15,7 \text{ Ом};$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{3141,6 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} = 106,1 \text{ Ом.}$$

После подстановки числовых данных в исходные уравнения получим:

$$\left. \begin{aligned} (135,3 - j34,5)\underline{I}_1 + j22,6\underline{I}_2 &= 140 ; \\ j22,6\underline{I}_1 + (128,5 + j15,7)\underline{I}_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему уравнений, находим искомые токи:

$$\underline{I}_1 = 0,946 + j0,237 = 0,976e^{j14^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_2 = 0,021 - j0,169 = 0,170e^{-j82,9^\circ} \text{ А.}$$

Баланс мощностей

Комплексная мощность, развиваемая источником, равна:

$$\underline{S}_{\text{ист}} = \underline{U} \underline{I}_1^* = 140 \cdot 0,976e^{-j14^\circ} = 136,64e^{-j14^\circ} = (132,58 - j33,06) \text{ ВА,}$$

где $P_{\text{ист}} = \text{Re} \underline{S} = 132,58 \text{ Вт}$ – активная мощность источника;
 $Q_{\text{ист}} = \text{Im} \underline{S} = -33,06 \text{ ВАр}$ – реактивная мощность источника.

Активная и реактивная мощности, выделяющиеся в обмотках трансформатора, резисторах R_1 , R_6 и конденсаторе C , соответственно, будут равны:

$$P_{\text{пр}} = (R_{K_1} + R_1)I_1^2 + (R_{K_2} + R_6)I_2^2 =$$

$$= (35,3 + 100)0,976^2 + (8,5 + 120)0,17^2 = 132,6 \text{ Вт;}$$

$$Q_{\text{пр}} = (\omega L_{K_1} - \frac{1}{\omega C})I_1^2 + \omega L_{K_2}I_2^2 + 2\omega M I_1 I_2 \cos(\psi_1 - \psi_2) =$$

$$= -34,5 \cdot 0,976^2 + 15,7 \cdot 0,17^2 + 2 \cdot 22,6 \cdot 0,976 \cdot 0,17 \cdot \cos[14^\circ - (-82,9^\circ)] =$$

$$= -33,3 \text{ ВАр.}$$

Сравнительная оценка активных и реактивных мощностей источника и пассивных элементов показывает, что расчет цепи выполнен с достаточной степенью точности.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
Правила техники безопасности и работы в лабораториях кафедры ТОЭ.....	4
Ознакомительное занятие.....	7
<i>Расчетно-лабораторная работа № 1</i>	
Электрическая цепь постоянного тока и ее элементы	9
<i>Расчетно-лабораторная работа № 2</i>	
Экспериментальная проверка выполнения законов Кирхгофа в линейных электрических цепях	20
<i>Расчетно-лабораторная работа № 3</i>	
Исследование электрической цепи постоянного тока с одним источником энергии	25
<i>Расчетно-лабораторная работа № 4</i>	
Исследование электрической цепи постоянного тока с двумя источниками энергии.....	31
<i>Расчетно-лабораторная работа № 5</i>	
Активный двухполюсник в цепи постоянного тока	40
<i>Расчетно-лабораторная работа № 6</i>	
Передача энергии по линии передачи постоянного тока.....	46
<i>Расчетно-лабораторная работа № 7</i>	
Электрическая цепь синусоидального тока и ее элементы	51
<i>Расчетно-лабораторная работа № 8</i>	
Исследование цепи с резистором и конденсатором	59
<i>Расчетно-лабораторная работа № 9</i>	
Исследование цепи с резистором и индуктивной катушкой	67
<i>Расчетно-лабораторная работа № 10</i>	
Исследование цепи с индуктивной катушкой и конденсатором. Резонанс напряжений.....	74
<i>Расчетно-лабораторная работа № 11</i>	
Исследование цепи с индуктивной катушкой и конденсатором. Резонанс токов	81
<i>Расчетно-лабораторная работа № 12</i>	
Исследование разветвленной цепи с одним источником энергии.....	88
<i>Расчетно-лабораторная работа № 13</i>	
Исследование цепи с индуктивно связанными катушками	96
<i>Расчетно-лабораторная работа № 14</i>	
Исследование цепи с воздушным трансформатором	106
Литература	112
Приложения	113

