

# **Основные понятия и формулы**

по дисциплине  
**“ЭЛЕКТРОТЕХНИКА,  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ  
И АППАРАТЫ”**

## Содержание

### Введение

### Часть 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

#### Глава 1. Электрические цепи постоянного тока

##### 1.1. Линейные электрические цепи постоянного тока

###### 1.1.1. Электрическая цепь и ее элементы

###### 1.1.2. Схема замещения электрической цепи

###### 1.1.3. Параметры и характеристики элементов электрической цепи

###### 1.1.4. Классификация электрических цепей

###### 1.1.5. Топологические понятия в теории электрических цепей

###### 1.1.6. Физические величины, характеризующие процессы в электрических цепях

###### 1.1.7. Энергия и мощность в электрической цепи. Баланс мощности

###### 1.1.8. Мощность потерь и КПД электрической цепи

###### 1.1.9. Режимы работы электрической цепи

###### 1.1.10. Закон Ома и законы Кирхгофа для электрических цепей постоянного тока

1.1.11. Эквивалентные преобразования пассивных участков электрической цепи, не содержащих источники ЭДС

1.1.12. Расчет электрической цепи постоянного тока с одним источником ЭДС

1.1.13. Анализ сложных электрических цепей с несколькими источниками ЭДС

1.1.14. Распределение потенциалов в электрической цепи. Потенциальная диаграмма

1.1.15. Основные свойства и области применения мостовых цепей, потенциометров и делителей напряжения

Вопросы для самоконтроля

1.2. Нелинейные электрические цепи постоянного тока

1.2.1. Параметры и характеристики нелинейных элементов электрической цепи постоянного тока

1.2.2. Графоаналитические методы расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока

Вопросы для самоконтроля

1.3. Нелинейные магнитные цепи при постоянных магнитодвижущих силах

1.3.1. Общие сведения

1.3.2. Основные понятия и величины, характеризующие процессы в магнитных цепях постоянного тока

1.3.3. Классификация материалов по магнитным свойствам. Магнитное поле в ферромагнетиках

1.3.4. Намагничивание и перемагничивание ферромагнитных материалов

1.3.5. Закон Ома и законы Кирхгофа для магнитных цепей

1.3.6. Расчет разветвленных и магнитных цепей по законам Кирхгофа

Вопросы для самоконтроля

Глава 2. Электрические цепи переменного тока

2.1. Линейные электрические цепи однофазного синусоидального тока

2.1.1. Получение синусоидальной ЭДС. Параметры, характеризующие ЭДС

2.1.2. Представление синусоидальных функций в различных формах

2.1.3. Особенности электромагнитных процессов в цепях переменного тока

2.1.4. Идеальные элементы схемы замещения электрической цепи синусоидального тока и их условные обозначения

2.1.5. Закон Ома и законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока

- 2.1.6. Электрическая цепь синусоидального тока с резистивным элементом  
2.1.7. Электрическая цепь синусоидального тока с индуктивным элементом  
2.1.8. Электрическая цепь синусоидального тока с емкостным элементом  
2.1.9. Электрическая цепь синусоидального тока при последовательном соединении RLC-элементов  
2.1.10. Электрическая цепь синусоидального тока при параллельном соединении элементов

Вопросы для самоконтроля

2.1.11. Мощности в цепи синусоидального тока  
2.1.12. Расчет линейных цепей однофазного синусоидального тока в символической форме  
2.1.13. Векторно-топографическая диаграмма напряжений  
2.1.14. Расчет линейных цепей синусоидального тока при наличии в них магнитосвязанных катушек индуктивности

Вопросы для самоконтроля

2.2. Линейные электрические цепи трехфазного синусоидального тока  
2.2.1. Предпосылки возникновения и причины широкого применения трехфазных электрических цепей в современной электроэнергетике  
2.2.2. Элементы трехфазной электрической цепи. Обозначение фаз. Порядок чередования фаз. Способы соединения обмоток трехфазного генератора. Фазные и линейные напряжения  
2.2.3. Способы представления (задания) трехфазной системы ЭДС  
2.2.4. Классификация и способы включения приемников в трехфазную цепь  
2.2.5. Схемы соединения трехфазных цепей. Условно-положительные направления электрических величин  
2.2.6. Векторные диаграммы. Соотношения между линейными и фазными напряжениями  
2.2.7. Режимы работы трехфазной цепи  
2.2.8. Расчет трехфазных цепей  
2.2.9. Мощность трехфазной цепи. Баланс мощности  
2.2.10. Техника безопасности при эксплуатации трехфазных установок

Вопросы для самоконтроля

2.3. Электрические цепи несинусоидального тока  
2.3.1. Общие сведения  
2.3.2. Разложение периодических функций в ряд Фурье  
2.3.3. Представление несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов рядами Фурье

2.3.4. Основные характеристики несинусоидальных периодических токов и напряжений  
2.3.5. Расчет линейных электрических цепей при несинусоидальном токе

Вопросы для самоконтроля

Глава 3. Переходные процессы в электрических цепях

3.1. Общие сведения  
3.2. Законы коммутации. Начальные условия  
3.3. Классический метод расчета переходных процессов  
3.4. Переходные процессы в цепи с емкостным и резисторным элементами  
3.4.1. Подключение цепи  $RC$  к источнику постоянной ЭДС  $e = E = \text{const}$   
3.4.2. Разряд конденсатора через резистор  
3.5. Дифференцирующие и интегрирующие цепи

Вопросы для самоконтроля

Глава 4. Нелинейные магнитные цепи при синусоидальных ЭДС

4.1. Особенности электромагнитных процессов в магнитных цепях переменного потока

4.2. График мгновенных значений магнитного потока и тока при синусоидальном напряжении

4.3. Анализ электромагнитного состояния катушки с магнитопроводом. Схема замещения. Векторная диаграмма

Вопросы для самоконтроля

Глава 5. Электрические измерения

5.1. Преимущества электрических методов измерения

5.2. Основные понятия и определения

5.3. Метрологические характеристики средств измерения. Классификация погрешностей измерений

5.4. Систематические погрешности измерительных приборов

5.5. Классификация измерительных приборов

5.6. Измерительные механизмы аналоговых приборов

5.7. Условные обозначения на лицевых панелях приборов и выбор приборов для измерений

5.8. Измерение силы тока

5.9. Измерение напряжения

5.10. Измерение сопротивления

5.11. Измерение индуктивности, взаимной индуктивности и емкости

5.12. Измерение мощности в цепях постоянного тока и активной мощности в цепях переменного тока

5.12.1. Измерение мощности в цепях постоянного тока

5.12.2. Измерение активной мощности в цепях переменного тока промышленной частоты

5.12.3. Измерение активной мощности в трехфазных цепях

5.13. Измерение электрической энергии

5.14. Измерение неэлектрических величин

Вопросы для самоконтроля

Часть 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И АППАРАТЫ.

ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА И СИСТЕМЫ

ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

Глава 6. Трансформаторы

6.1. Назначение, устройство, конструктивные разновидности силовых трансформаторов, их условное обозначение на схемах и маркировка

6.2. Режимы работы и основные параметры трансформатора.

Понятие идеального трансформатора

6.3. Паспортные данные трансформатора. Определение параметров трансформаторов в опытах холостого хода и короткого замыкания. Рабочие характеристики трансформатора

6.4. Потери энергии и КПД трансформатора. Внешняя характеристика трансформатора

6.5. Назначение, устройство, схемы соединения обмоток и группы соединения трехфазных трансформаторов

6.6. Устройство, принцип работы и применение автотрансформаторов

Вопросы для самоконтроля

## Глава 7. Электрические машины

7.1. Классификация электрических машин. Свойство обратимости. Физические явления в электрических машинах. Преобразование энергии в генераторе и в двигателе

7.2. Асинхронные электрические машины

7.2.1. Назначение, устройство, конструктивные разновидности трехфазных асинхронных двигателей, их маркировка и обозначение выводов обмоток

7.2.2. Принцип работы ТАД. Формирование двухполюсного вращающегося магнитного поля статора. Частота вращения ротора

7.2.3. Работа ТАД под нагрузкой. Скольжение, номинальные параметры и рабочие характеристики

7.2.4. Схемы включения трехфазного асинхронного двигателя в электрическую сеть. Способы пуска, торможения и реверсирования. Регулирование частоты вращения ротора

7.3. Однофазные асинхронные двигатели

Вопросы для самоконтроля

7.4. Машины постоянного тока

7.4.1. Назначение, устройство, классификация и маркировка. Обозначение выводов

7.4.2. Работа машины постоянного тока в режиме двигателя

7.4.3. Работа машины постоянного тока в режиме генератора

Вопросы для самоконтроля

7.5. Синхронные электрические машины

7.5.1. Устройство, принцип работы и применение синхронных машин

7.5.2. Работа синхронной машины в режиме двигателя

7.5.3. Векторная диаграмма и угловая характеристика синхронного двигателя

7.5.4. Регулирование коэффициента мощности синхронного двигателя,  $U$ -образная характеристика

7.5.5. Синхронные машины малой мощности

7.5.6. Номинальные параметры, рабочие характеристики синхронных машин и обозначение выводов

Вопросы для самоконтроля

## Глава 8. Электрические аппараты

8.1. Классификация электрических аппаратов

8.2. Коммутационные электрические аппараты ручного управления

8.3. Коммутационные электрические аппараты дистанционного управления

8.3.1. Электромагнитные реле

8.3.2. Электромагнитные контакторы

8.3.3. Электромагнитные пускатели

8.4. Электрические аппараты защиты электрических цепей

8.4.1. Плавкие предохранители

8.4.2. Термовые реле

8.4.3. Автоматические выключатели

8.5. Контролирующие электрические аппараты

8.6. Условные графические обозначения электрических машин, аппаратов и их элементов

Вопросы для самоконтроля

## Глава 9. Элементы электропривода

9.1. Определение электропривода и его состав. Задачи выбора электродвигателей

9.2. Нагрев и охлаждение электрических двигателей и температура перегрева.

Номинальные режимы работы электродвигателя и нагрузочные диаграммы

9.3. Расчет мощности и выбор электродвигателей по каталогу для различных режимов работы привода

9.3.1. Выбор электродвигателя для длительно-переменного режима

9.3.2. Выбор электродвигателя для повторно-кратковременного режима

9.3.3. Выбор электродвигателя для кратковременного режима

Вопросы для самоконтроля

Глава 10. Элементы системы электроснабжения

10.1. Виды станций, вырабатывающих электрическую энергию, и их краткая характеристика

10.2. Общие сведения о линиях электропередач

10.3. Общие сведения о трансформаторных подстанциях и распределительных устройствах

10.4. Высоковольтные электрические аппараты

10.5. Принципиальная схема электроснабжения

Вопросы для самоконтроля

Литература

Приложения

## ВВЕДЕНИЕ

Электротехника – это наука о применении электрической энергии в практических целях. Электротехника рассматривает вопросы производства электрической энергии, ее распределения и преобразования в другие виды энергии.

Электрическая энергия широко используется в быту, в промышленности, в сельском хозяйстве, во всех сферах человеческой деятельности, что обусловлено следующими ее свойствами.

Она относительно просто производится путем преобразования из других видов энергии (механической, химической, световой, ядерной), весьма быстро и с малыми потерями передается на большие расстояния к местам потребления. В пунктах потребления электрическая энергия просто распределяется (дробится) и преобразуется в нужный вид энергии (механической, тепловой, химической).

Начало развития электротехники относится ко второй половине XVIII и первой половине XIX веков. Многие ученые разных стран внесли свой вклад в развитие этой науки. Так, в 1800 году итальянский физик Вольта изобрел гальванический источник постоянного тока. В 1802 году русский академик А.В. Петров открыл дуговой разряд и установил возможность применения дуги для электрического освещения, плавки и сварки металлов. Немецкий физик Ом в 1827 году установил закон, носящий его имя. В 1831 году английский физик К.М. Фарадей открыл явление электромагнитной индукции. В 1845 году немецкий физик Г.Кирхгоф открыл законы для разветвленных электрических цепей (законы Кирхгофа). В 1873 году Дж.Максвелл опубликовал трактат об электричестве и магнетизме, в котором дал теоретическую разработку электромагнитных явлений.

Непрерывное расширение практических применений электрической энергии требовало изыскания экономичных и эффективных способов ее производства и распределения. Комплексное решение этих проблем оказалось возможным лишь на базе трехфазных систем. Разработка и применение в 1891 году трехфазных генератора, трансформатора и электродвигателя явилась началом современного периода развития электротехники. В разработку трехфазных систем внесли большой вклад серб Н.Тесла, русский М.О.Доливо-Добровольский, француз М.Денре, американец Ч.Бредли.

Широкое применение электрической энергии сопровождается внедрением в производство передовой техники, механизации и автоматизации производственных процессов, с применением электроники, микропроцессорных средств и микро ЭВМ. В связи с этим современный инженер должен владеть основами электротехнических знаний, позволяющих ему эффективно применять разнообразные электротехнические устройства и приборы в различных отраслях.

# **ЧАСТЬ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ**

---

---

## **ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА**

### **1.1. Линейные электрические цепи постоянного тока**

#### ***1.1.1. Электрическая цепь и ее элементы***

**Электрической цепью** называют совокупность устройств, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об электродвижущей силе (ЭДС), токе, напряжении и сопротивлении.

Отдельное устройство, входящее в состав электрической цепи и выполняющее в ней определенную функцию, называется **элементом электрической цепи**. К основным элементам относятся источники электрической энергии и приемники этой энергии. В источниках (активные элементы) неэлектрические виды энергии преобразуются в электрическую. К ним относятся гальванические батареи, аккумуляторы, солнечные батареи, термопары, электромашинные генераторы.

В приемниках (пассивные элементы) происходит обратное преобразование электрической энергии в иные виды энергии. К приемникам относятся электрические двигатели, гальванические ванны, нагревательные приборы и элементы, осветительные приборы и др.

Электрическая цепь содержит вспомогательные элементы, предназначенные для регулирования величины тока (реостаты), для регулирования напряжения (делители и потенциометры), для защиты цепи от перегрузок (предохранители), для коммутации (выключатели), для контроля режимов работы цепи (измерительные приборы) и др.

На схеме электрической цепи ее элементы изображают с помощью условных графических обозначений (рис. 2.9, Приложение 1).

#### ***1.1.2. Схема замещения электрической цепи***

Электрические цепи принято изображать в виде различных схем. Чаще всего пользуются тремя видами схем: монтажными, принципиальными и замещения.

Монтажными схемами пользуются при изготовлении, монтаже и ремонте электрических устройств и цепей.

Принципиальными схемами пользуются при изучении принципа работы устройства, а также при монтаже и ремонте устройств и цепей.

Схемами замещения пользуются при расчете режима работы электрической цепи. **Схема замещения** – графическое изображение электрической цепи, содержащее условные обозначения ее основных элементов и способы их соединения. На данной схеме реальные элементы замещаются расчетными моделями (идеализированными элементами). При этом все вспомогательные элементы, не влияющие на результаты расчета, на схеме замещения отсутствуют. На рис. 1.1 приведена схема замещения разветвленной электрической цепи с двумя источниками электрической энергии (источниками ЭДС) и пятью приемниками (резисторами).

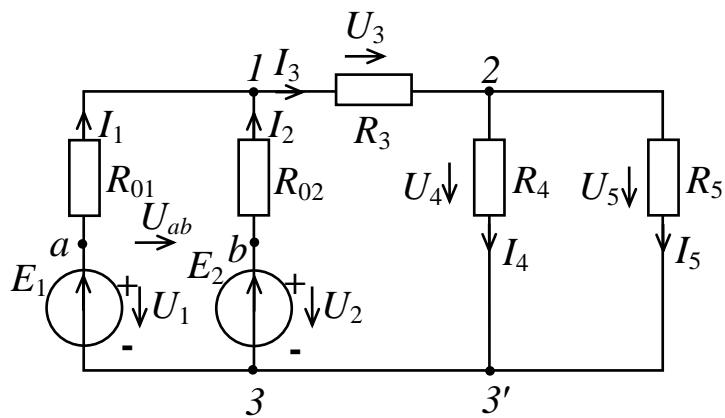


Рис. 1.1. Схема замещения разветвленной электрической цепи с двумя источниками ЭДС

### 1.1.3. Параметры и характеристики элементов электрической цепи

При расчете режима работы электрической цепи по схеме замещения, каждый элемент цепи учитывается его основными электрическими параметрами.

Источник электрической энергии задается величиной ЭДС  $E$  и внутренним сопротивлением  $R_0$ .

Напряжение на зажимах реального источника ЭДС зависит от величины тока. Эта зависимость  $U(I)$  называется **вольт-амперной характеристикой** (ВАХ).

В цепях постоянного тока приемник на схеме замещения обозначается резистором и учитывается электрическим сопротивлением  $R$ . Зависимость величины тока через резистор от величины приложенного напряжения является его основной характеристикой.

Если параметры элемента цепи не зависят от величины тока (напряжения), то такой элемент имеет линейную вольт-амперную (ампер-вольтную) характеристику, а сам элемент называется **линейным**.

Если элемент имеет нелинейную характеристику, то его называют **нелинейным**.

#### 1.1.4. Классификация электрических цепей

Электрические цепи классифицируют по различным признакам.

По *роду тока* цепи подразделяются на цепи постоянного и переменного (изменяющегося) тока.

При этом под *постоянным током* понимают не изменяющийся во времени ток (ни по величине, ни по направлению). Все остальные токи – изменяющиеся во времени или **переменные**. На рис. 1.2 приведены графики для постоянного тока, синусоидального тока, несинусоидального (пилообразного) тока.

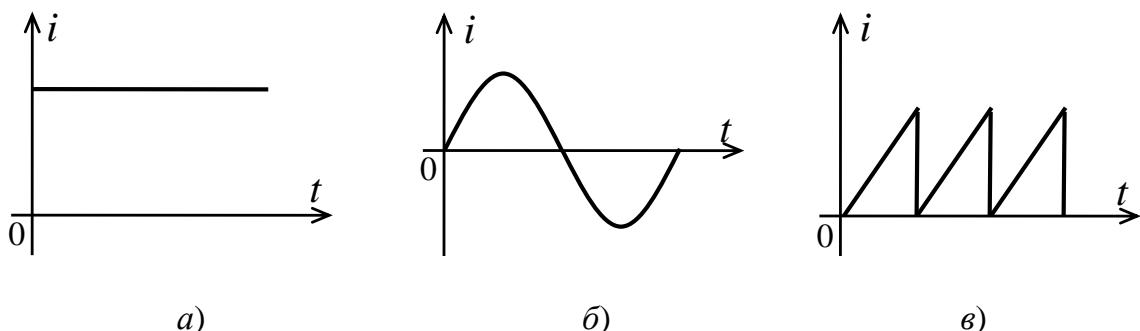


Рис. 1.2. Зависимость тока от времени:

*а* – для постоянного тока; *б* – для синусоидального тока;  
*в* – для пилообразного тока

По *характеру параметров элементов* цепи подразделяются на линейные и нелинейные.

Если все элементы цепи имеют линейные характеристики, то вся цепь относится к линейным цепям. Если хотя бы один элемент цепи является нелинейным, то и вся цепь относится к нелинейным цепям.

По *наличию или отсутствию* в цепи источника электрической энергии цепи делятся на активные (А) и пассивные (П).

По *степени сложности* цепи бывают простые (неразветвленные) и сложные (разветвленные). Разветвленные цепи, в свою очередь, делятся на цепи с одним источником электрической энергии и цепи с несколькими источниками электрической энергии.

### **1.1.5. Топологические понятия в теории электрических цепей**

В теории электрических цепей применяются такие топологические понятия, как ветвь, узел, контур, независимый контур и др.

**Ветвь электрической цепи** – участок цепи, через все элементы которого протекает один и тот же ток. Ветвь может содержать только один пассивный или активный элемент, а также может быть образована **последовательным** соединением нескольких элементов. Ветви, присоединенные к одной паре узлов, называют *параллельными*.

**Узел электрической цепи** – место соединения (гальванической связи) трех и более ветвей. Различают понятия геометрического и потенциального узла. На рис. 1.1 имеется четыре геометрических и три потенциальных узла. Точки 3 и 3', имеющие одинаковые потенциалы, могут быть объединены в один потенциальный узел.

**Контур** – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям без их повторного обхода.

**Независимый контур** – контур, в состав которого входит хотя бы одна ветвь, не принадлежащая другим контурам.

Число ветвей в цепи принято обозначать буквой «в», либо « $N_{\hat{a}}$ », число узлов – буквой «у», либо « $N_0$ ». При этом число независимых контуров  $\hat{e} = \hat{a} - (\hat{b} - 1)$  или  $N_{\hat{e}} = N_{\hat{a}} - (N_0 - 1)$ . В электрической цепи на рис. 1.1 три узла ( $b = 3$ ), пять ветвей ( $a = 5$ ) и три независимых контура ( $\hat{e} = 3$ ). Между узлами 1 и 3 включены параллельно две ветви, как и между узлами 2 и 3'. Между точками 3 и 3' расположен проводник, являющийся продолжением ветви, содержащей  $R_3$ .

### **1.1.6. Физические величины, характеризующие процессы в электрических цепях**

В источниках электрической энергии в результате действия сил неэлектрической природы (химических, механических, тепловых и др.), называемых сторонними силами, создается электрическое поле, которое характеризуется напряженностью.

**Напряженность электрического поля**  $\vec{E}$  – векторная величина, определяющая силу, с которой электрическое поле действует на единичный заряд  $\vec{F} = \vec{E} / Q$ . Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы  $\vec{F}$ , действующей на положительный заряд. В Международной системе единиц СИ  $\vec{E}$  измеряется в вольтах на метр (В/м).

Разделенные под действием сил стороннего поля заряды создают свое поле, которое при отключенной нагрузке уравновешивает стороннее поле.

Основной величиной, характеризующей источники электрической энергии, является электродвижущая сила.

**Электродвижущая сила** характеризует способность стороннего поля (или индуцированного поля) вызывать электрический ток, т. е. совершать работу по перемещению свободных зарядов. Электродвижущая сила численно равна работе  $A$ , совершаемой сторонними силами (полями) при переносе единицы заряда  $Q$ ,  $E = A/Q$ .

В системе СИ ЭДС  $E$  измеряется в вольтах (В).

**Электрический ток** – направленное движение свободных носителей электрического заряда.

В металлах – это электроны, а в электролитах и плазме – ионы.

При переменном токе

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}, \quad (1.1)$$

а при постоянном токе  $I = Q/t$ .

В системе СИ величина тока измеряется в амперах (А),  $[I] = [Q]/[t] = \text{Кл}/\text{с} = \text{А}$ .

Во внешней цепи за положительное направление тока принято направление от положительного вывода источника ЭДС к отрицательному, а внутри источника – от отрицательного к положительному.

При расчете токов в электрической цепи с несколькими источниками ЭДС положительным направлением его в каждой ветви задаются произвольно (указывают стрелками). Если в результате расчета получается отрицательное значение тока, то это означает, что действительное положительное направление обратно указанному стрелкой.

**Электрическое напряжение.** При протекании тока через элементы цепи электрическая энергия преобразуется в другие виды энергии и силами электрического поля выполняется работа по переносу электрических зарядов, которая характеризуется электрическим напряжением.

Напряжение  $U$  численно равно работе по перемещению заряда в один кулон (Кл) вдоль пути  $l$ :

$$U = \int_l \vec{E} d\vec{l}. \quad (1.2)$$

Под знаком интеграла берется скалярное произведение векторов. За положительное направление напряжения на пассивном элементе цепи принимают направление, совпадающее с положительным направлением тока на этом элементе, а на активном – противоположное току (рис. 1.1). Измеряется напряжение в вольтах (В).

**Электрический потенциал и разность потенциалов.** Электрическое напряжение вдоль электрической цепи вне источника между точками  $a$  и  $b$  называют также **разностью потенциалов**  $U_{ab} = \Phi_a - \Phi_b$  между этими точками.

При этом под *потенциалом любой точки электрической цепи* понимается электрическое напряжение между этой точкой и точкой цепи, потенциал которой выбран равным нулю.

Таким образом, потенциал, напряжение, разность потенциалов являются электрическими величинами, отнесенными к единице электрического заряда, и все они измеряются в вольтах.

**Электрическое сопротивление.** Среда (материал проводника) противодействует движению зарядов. На преодоление этого противодействия затрачивается электрическая энергия, которая преобразуется в тепло.

Величина, характеризующая противодействие проводящей среды движению электрических зарядов, т. е. электрическому току, называется **электрическим сопротивлением**. Определяется оно как отношение напряжения на участке электрической цепи к току в этом участке цепи  $R = U / I$ .

Элемент электрической цепи, предназначенный для ограничения тока в цепи, параметром которого является электрическое сопротивление, называется **резистором**. В системе СИ электрическое сопротивление  $R$  измеряется в омах (Ом),  $[R] = [U]/[I] = \text{В/А} = \text{Ом}$ .

Для однородных проводов постоянного сечения:

$$R = \rho l / S, \quad (1.3)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление,  $\text{Ом} \cdot \text{м}$ ;  $S$  – площадь поперечного сечения провода,  $\text{м}^2$ ;  $l$  – длина провода, м.

Сопротивление проводов, резисторов и других проводников электрическому току зависит от температуры окружающей среды.

**Электрическая проводимость** – это величина, обратная сопротивлению, т. е.

$$G = 1/R, \quad (1.4)$$

$[G] = [1/R] = 1/\text{Ом} = \text{А/В} = \text{См}$  (сименс).

### 1.1.7. Энергия и мощность в электрической цепи. Баланс мощности

В источнике электрической энергии, так же как и в нагрузке (в резисторах), происходит необратимое преобразование электрической энергии в тепло. Это учитывается внутренним сопротивлением  $R_0$  источника ЭДС, показываемым на схеме замещения отдельным резистором, включенным последовательно с ЭДС  $E$ .

Работа, совершаяя источником электрической энергии за время  $t$ , т. е. работа по разделению зарядов сторонними силами в источнике, равна  $W_{\text{ен}} = E Q = E I t$ .

В приемнике электрической энергии при напряжении  $U$  и токе  $I$  расходуется энергия  $W_{\text{ид}} = U Q = U I t = I^2 R t = U^2 t / R$ .

Мощность  $P$  характеризует интенсивность преобразования энергии из одного вида в другой за единицу времени.

Для цепей постоянного тока мощность источника

$$P_{\text{ен}} = W_{\text{ен}} / t = E I, \quad (1.5)$$

а мощность приемника

$$P_{\text{ид}} = W_{\text{ид}} / t = U I = R I^2 = U^2 / R. \quad (1.6)$$

В системе СИ энергия и мощность измеряются в джоулях (Дж) и ваттах (Вт) соответственно.

Для всех величин, введенных выше, применяются кратные и дольные единицы измерения (Приложение 2).

Энергия часто выражается в киловатт-часах,  $1 \text{кВт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ .

На основании закона сохранения энергии мощность, развивающая всеми источниками электрической энергии, входящими в электрическую цепь, должна быть равна мощности преобразования электрической энергии в другие виды энергии всеми приемниками, входящими в эту цепь:

$$\sum_{i=1}^n E_i I_i = \sum_{j=1}^m I_j^2 R_j, \quad (1.7)$$

где  $\sum E_i I_i$  – алгебраическая сумма мощностей, развиваемых источниками. Если положительное направление тока через источник ЭДС совпадает с направлением ЭДС  $E$ , то источник ЭДС работает в режиме генератора и произведение  $E I > 0$ . Если же направления  $I$  и  $E$  противоположны, то источник ЭДС потребляет энергию, т. е. работает в режиме приемника, и произведение  $E I < 0$ ;  $\sum I_i^2 R_i$  – сумма мощностей всех приемников.

Уравнение (1.7) называется уравнением баланса мощности для цепей постоянного тока.

### 1.1.8. Мощность потерь и КПД электрической цепи

В реальной электрической цепи источник электрической энергии имеет внутреннее сопротивление  $R_0$ , а приемник соединяется с источником ЭДС линией передачи и изготавливается из проводов, имеющих сопротивление  $R_\ell$ .

Схема замещения такой цепи приведена на рис. 1.3.

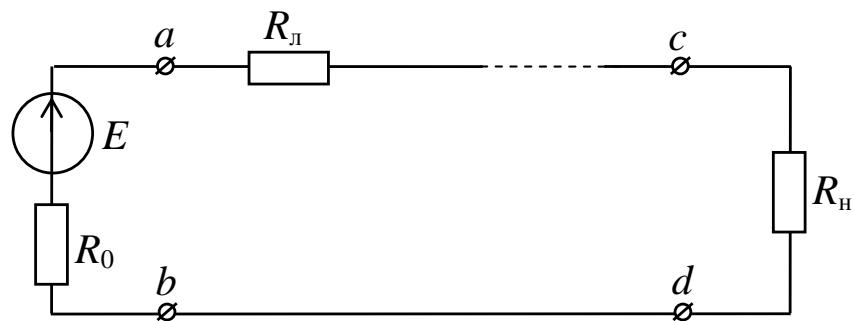


Рис. 1.3. Схема замещения реальной электрической цепи с одним источником ЭДС

По закону Ома для полной цепи ток  $I$  в цепи равен

$$I = \frac{E}{R_0 + R_\ell + R_h}, \text{ или } R_0 I + R_\ell I + R_h I = E.$$

Умножив все члены этого уравнения на  $I$ , получим уравнение баланса мощности

$$R_0 I^2 + R_\ell I^2 + R_h I^2 = EI,$$

где  $E I$  – мощность, развивающаяся источником ЭДС;  $R_0 I^2$ ,  $R_{\text{e}} I^2$  – мощность потерь в источнике и в линии передачи;  $R_{\text{i}} I^2 = U_{cd} I$  – мощность в приемнике, т. е. полезная мощность.

Технико-экономические параметры цепи показывают, что для передачи электрической энергии на большие расстояния выгодно использовать линию электропередачи (ЛЭП) высокого напряжения, что увеличивает один из важнейших параметров электрической цепи – коэффициент полезного действия (КПД) этой цепи.

**Коэффициент полезного действия** – это отношение мощности приемника (полезной мощности) к мощности, развивающейся источником.

$$\eta = \frac{R_{\text{i}} I^2}{R_0 I^2 + R_{\text{e}} I^2 + R_{\text{i}} I^2} = \frac{R_{\text{i}}}{R_0 + R_{\text{e}} + R_{\text{i}}}. \quad (1.8)$$

Коэффициент полезного действия линии передачи большой протяженности достигает 95 %.

### 1.1.9. Режимы работы электрической цепи

Электрическая цепь, в зависимости от значения  $R_{\text{i}}$ , может работать в различных режимах: номинальном, согласованном, холостого хода и короткого замыкания.

**Номинальный режим** – это расчетный режим, при котором элементы цепи (источники, приемники, линии передачи) работают в условиях, соответствующих проектным данным и параметрам.

Номинальные напряжения стандартизированы по ГОСТ 21128–83 и для сетей до 1000 В равны 27, 110, 220, 440 В при постоянном токе и 42, 220, 380, 660 В при однофазном переменном токе.

Превышение этих напряжений приводит к пробою изоляции, увеличению токов в цепи и другим аварийным последствиям.

Под **номинальным током** понимается ток, рассчитанный по тепловому режиму работы цепи.

ГОСТ 6827–76 устанавливает, что предпочтительно выбирать номинальные токи, равные 1,00 А; 1,60 А; 2,50 А; 4,00 А; 6,30 А, а также десятичные дольные и кратные значения этих токов. Таким образом, получается шкала от 0,1 мА до 25 кА.

Номинальное значение мощности для источника электрической энергии – это наибольшая мощность, которую источник может отдать

во внешнюю цепь без пробоя изоляции и без превышения допустимой температуры нагрева.

Номинальные значения напряжений, токов и мощностей указаны в паспортах изделий.

**Согласованный режим** – соответствует случаю, когда  $R_i = R'_0$ , где  $R'_0 = R_0 + R_{\text{e}}$ . При таком режиме мощность приемника максимальна. Ток в цепи и мощность представляются выражениями:

$$I = \frac{E}{R'_0 + R_i}, \quad P = R_i I^2 = R_i \frac{E^2}{(R'_0 + R_i)^2}. \quad (1.9)$$

Приравняв нулю производную ( $dP/dR_i = 0$ ), получим, что действительно  $R_i = R'_0$ .

Однако КПД при согласованном режиме низкий:

$$\eta = \frac{R_i}{R'_0 + R_i} = \frac{R_i}{2R_i} = 0,5. \quad (1.10)$$

По этой причине работа мощных цепей в согласованном режиме невыгодна. В электрических цепях большой мощности  $R'_0 \ll R_i$  и КПД достаточно высокий.

Режимы **холостого хода** (ХХ) и **короткого замыкания** (КЗ) являются предельными режимами работы электрической цепи.

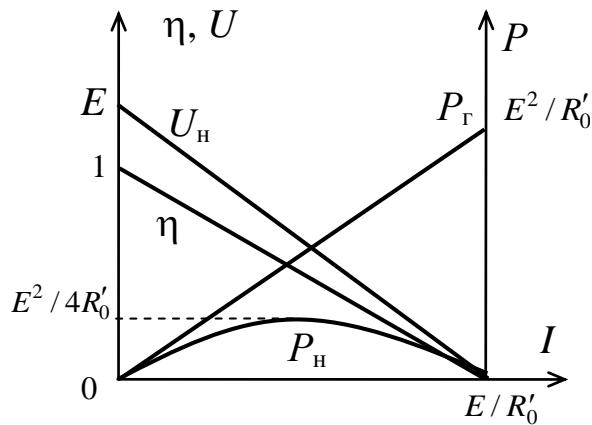
В режиме холостого хода ток  $I = 0$  (внешняя цепь разомкнута, т. е.  $R_i = \infty$ ). Так как падение напряжения на внутреннем сопротивлении  $R_0$  источника равно нулю ( $R_0 I = 0$ ), то напряжение на выводах источника электрической энергии  $U_{\text{oo}} = E$ . Этот режим применяется для измерения ЭДС  $E$  источника **высокоомным** вольтметром.

В режиме короткого замыкания выводы источника соединены между собой накоротко ( $R_i = 0$ ). Напряжение на приемнике при этом равно нулю. Сопротивление всей цепи равно сумме внутреннего сопротивления источника ( $R_0$ ) и сопротивления линии ( $R_{\text{e}}$ ), а ток в цепи достигает максимального значения:

$$I_{\hat{\epsilon}_{\text{c}}} = \frac{E}{R_0 + R_{\text{e}}}. \quad (1.11)$$

Этот ток может вызвать перегрев источника или даже его повреждение (т. е. режим короткого замыкания электрической цепи является аварийным). Для защиты источников и питающих цепей от токов короткого замыкания применяются плавкие предохранители, автоматические выключатели и другие защитные аппараты.

На рис. 1.4 приведены зависимости мощности генератора (источника)  $D_{\tilde{a}}$ , напряжения на нагрузке  $U_1$ , мощности в нагрузке  $D_1$  и КПД цепи  $\eta$  от величины тока в нагрузке.



*Рис. 1.4. Зависимость мощности генератора  $P_{\tilde{a}}$ , напряжения на нагрузке  $U_1$ , мощности в нагрузке  $P_h$  и коэффициента полезного действия  $\eta$  от величины тока  $I$  в нагрузке*

Эти зависимости соответствуют следующим выражениям:

$$\begin{aligned} U_1 &= E - R'_0 I; \\ D_1 &= R'_1 I^2 = EI - R'_0 I^2; \\ P_{\tilde{a}} &= EI = I^2(R'_0 + R'_1); \\ \eta &= \frac{D_1}{D_{\tilde{a}}} = \frac{R'_1}{R'_1 + R'_0}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

### 1.1.10. Закон Ома и законы Кирхгофа для электрических цепей постоянного тока

#### Закон Ома

Закон Ома устанавливает связь между электрическим током  $I$ , протекающим в цепи, электрическим сопротивлением  $R$  цепи и приложенным электрическим напряжением  $U$ .

При анализе работы электрических цепей применяются три формулировки этого закона.

### Закон Ома для участка цепи

Для пассивного участка цепи по закону Ома:

$$I = \frac{U}{R}; \quad (U = RI, \quad R = \frac{U}{I}). \quad (1.13)$$

### Закон Ома для полной цепи

Если пренебречь сопротивлением проводов в схеме замещения простой неразветвленной цепи, представленной на рис. 1.3 ( $R_{\text{e}} = 0$ ), то ток в цепи

$$I = \frac{E}{R_0 + R_{\text{f}}}. \quad (1.14)$$

### Закон Ома в обобщенной форме

Закон Ома может быть записан и для участка цепи (например, ее любой ветви), содержащей источник ЭДС, с учетом известной разности потенциалов на концах этого участка (рис. 1.5).

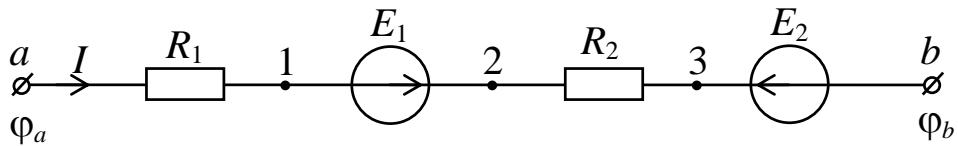


Рис. 1.5. Схема замещения ветви электрической цепи постоянного тока

Для этого примера величина тока определяется выражением

$$I = \frac{\Phi_a - \Phi_b + E_1 - E_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.15)$$

В общем случае произвольного числа источников ЭДС и резисторов это выражение имеет вид

$$I_{ab} = \frac{U_{ab} + \sum E}{\sum R}, \quad (1.16)$$

где  $\sum E$  – алгебраическая сумма ЭДС источников (со знаком «+» берутся ЭДС  $E$ , совпадающие по направлению с током, а со знаком «-» – не совпадающие);  $\sum R$  – суммарное электрическое сопротивление цепи.

### Первый Закон Кирхгофа

Первый и второй законы сформулированы Кирхгофом в 1845 г. Первый закон Кирхгофа применяется к узлам электрической цепи. Он гласит: алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (1.17)$$

При суммировании токов знаки «+» присваиваются токам одного направления, а знаки «-» – токам противоположного направления.

Для узла электрической цепи (рис. 1.6) этот закон дает выражение

$$-I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0.$$

Первый закон является следствием того факта, что заряды не могут накапливаться в узле.

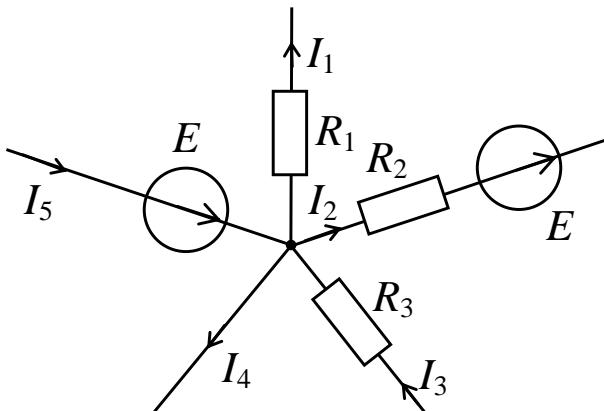


Рис. 1.6. Схема фрагмента электрической цепи постоянного тока, содержащего узел электрической цепи

### Второй закон Кирхгофа

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрической цепи. Он формулируется следующим образом: алгебраическая сумма падения напряжения на всех сопротивлениях замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС  $E$ , входящих (включенных) в этот контур

$$\sum_{k=1}^n U_k = \sum_{k=1}^m E_k, \quad (1.18)$$

где  $n$  – число резисторов в контуре;  $m$  – число источников ЭДС в контуре.

При записи выражения (1.18) задаются произвольно направлением обхода контура и все слагаемые  $U_k$ ,  $E_k$ , совпадающие с направлением обхода, берутся со знаком плюс, а не совпадающие – со знаком минус.

Для контура (рис 1.7) это выражение будет иметь вид

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4 = E_1 - E_2 - E_4.$$

Второй закон Кирхгофа описывает тот факт, что при обходе контура и возвращении в конечную точку, потенциал этой точки не может измениться, так как иначе не соблюдался бы закон сохранения энергии.

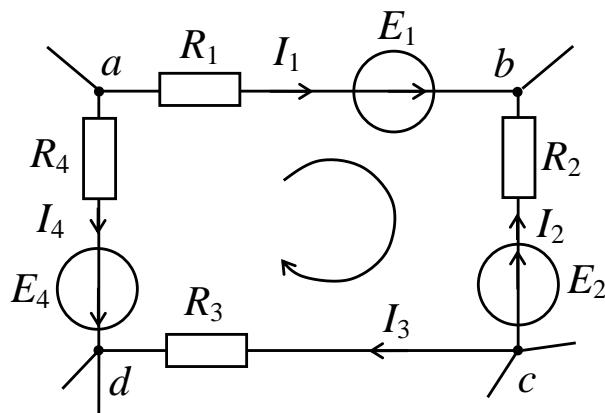


Рис. 1.7. Схема фрагмента электрической цепи постоянного тока, содержащая замкнутый контур

### 1.1.11. Эквивалентные преобразования пассивных участков электрической цепи, не содержащих источники ЭДС

В зависимости от назначения электрической цепи ее элементы могут соединяться между собой последовательно, параллельно, последовательно-параллельно (по смешанной схеме), треугольником или звездой.

**Последовательным** называют соединение, при котором ток в каждом элементе один и тот же. При таком соединении «n» резисторов (рис. 1.8, *a*) могут быть заменены одним резистором (рис. 1.8, *б*) с эквивалентным сопротивлением  $R_y$ , при котором ток  $I$  в обеих схемах будет одинаков (при равенстве напряжения  $U$  на входах схем).

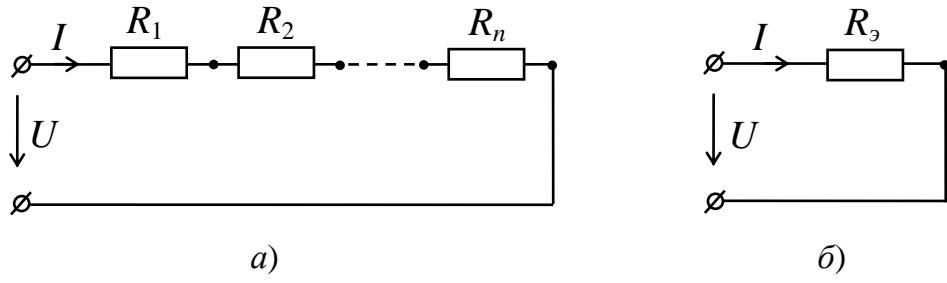


Рис. 1.8. Последовательное соединение резисторов:  
а – исходная схема; б – эквивалентная схема с одним резистором

Для схемы на рис. 1.8, а

$$U = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n = (R_1 + R_2 + \dots + R_n)I,$$

а для схемы на рис. 1.8, б

$$U = IR_y.$$

Таким образом, из равенства напряжений на вводах получаем, что

$$R_y = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (1.19)$$

Эквивалентное сопротивление последовательного соединения резисторов равно сумме сопротивлений этих резисторов.

**Параллельным** называют соединение, при котором все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, т. е. находятся под воздействием одного и того же напряжения. При таком соединении (рис. 1.9, а) «n» параллельных резисторов можно заменить одним эквивалентным (рис. 1.9, б), сопротивление  $R_y$  которого обеспечивает равенство токов  $I$  в неразветвленном участке обеих цепей.

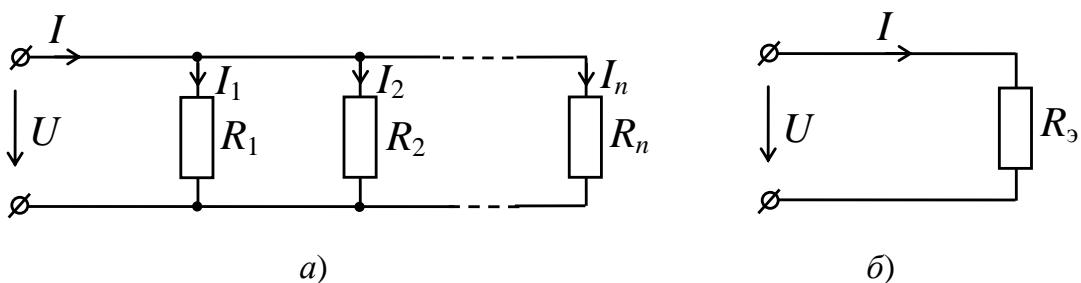


Рис. 1.9. Параллельное соединение резисторов:  
а – исходная схема; б – эквивалентная схема с одним резистором

Для схемы на рис. 1.9, *a* по первому закону Кирхгофа можно записать

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

Так как для каждой ветви по закону Ома  $I_k = \frac{U}{R_k}$ , то

$$\frac{U}{R_y} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n},$$

или

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (1.20)$$

Поскольку  $\frac{1}{R_y} = G_y$ ;  $\frac{1}{R_1} = G_1$ ;  $\frac{1}{R_2} = G_2$ , ...  $\frac{1}{R_n} = G_n$ , то окончательно получаем

$$G_y = \sum_{k=1}^n G_k. \quad (1.21)$$

Эквивалентная проводимость параллельно соединенных резистивных элементов равна сумме проводимостей этих элементов.

Из (1.20) следует, что при параллельном соединении двух резисторов  $R_1$  и  $R_2$  их общее (эквивалентное) сопротивление равно

$$R_y = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.22)$$

Токи  $I_1$  и  $I_2$  двух параллельных ветвей выражаются через ток  $I$  в неразветвленном участке цепи (рис. 1.10) следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{R_1} = \frac{I R_y}{R_1} = I \frac{R_1 R_2}{R_1(R_1 + R_2)} = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \\ I_2 &= \frac{U}{R_2} = \frac{I R_y}{R_2} = I \frac{R_1 R_2}{R_2(R_1 + R_2)} = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

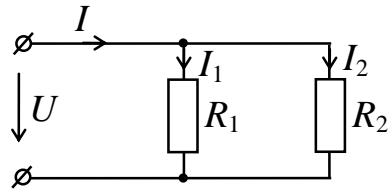


Рис. 1.10. Параллельное соединение двух резисторов

Соотношения (1.23) называют формулами «разброса» токов. Они могут быть получены также из системы уравнений

$$\left. \begin{array}{l} I_1 R_1 = I_2 R_2; \\ I_1 + I_2 = I. \end{array} \right\} \quad (1.24)$$

**Смешанное** (последовательно-параллельное) соединение резистивных элементов приведено на рис. 1.11.

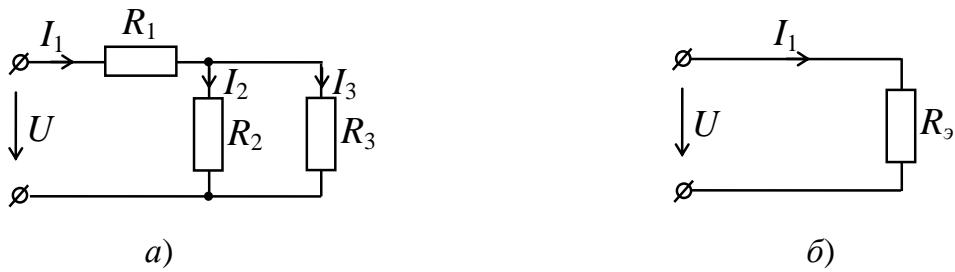


Рис. 1.11. Смешанное соединение резисторов:  
а – исходная схема; б – эквивалентная схема с одним резистором

Из рис. 1.11 следует, что величина электрического сопротивления  $R_y$ , при котором ток  $I_1$  в обеих схемах одинаков, равна

$$R_y = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}. \quad (1.25)$$

**Соединение треугольником и звездой.** В некоторых электрических цепях встречаются соединения элементов, которые нельзя отнести ни к одному из рассмотренных выше. Пример такой цепи приведен на рис. 1.12, а.

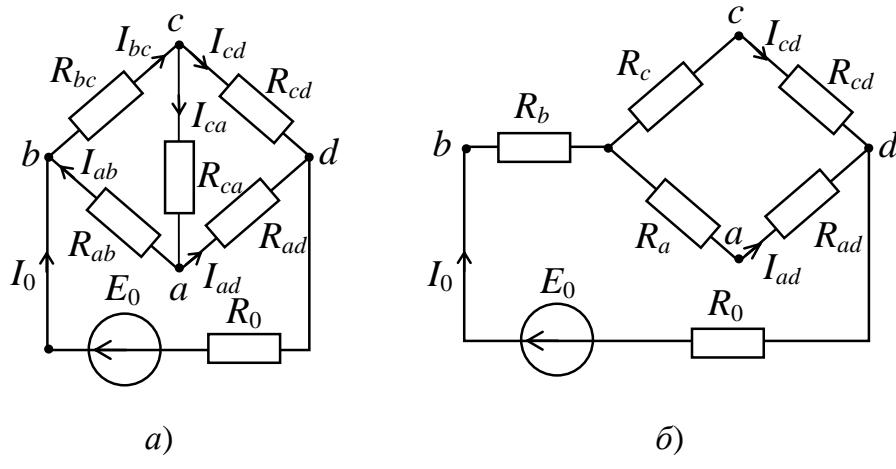


Рис. 1.12. Схема цепи мостового типа:  
а – исходная схема; б – эквивалентная схема

Резисторы  $R_{ab}$ ,  $R_{bc}$  и  $R_{cd}$  на рис. 1.12, а соединены треугольником, а на рис. 1.12, б резисторы  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  соединены звездой. Схема на рис. 1.12, б, проще для расчета, чем схема на рис. 1.12, а, поэтому следует получить выражения  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  через  $R_{ab}$ ,  $R_{bc}$ ,  $R_{ca}$ , и наоборот.

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для треугольника  $abc$  (рис. 1.12, а):

$$-R_{ab}I_{ab} + R_{bc}I_{bc} + R_{ca}I_{ca} = 0. \quad (1.26)$$

Для узлов  $a$  и  $b$  в треугольнике по первому закону Кирхгофа

$$I_{ca} = -I_{ab} + I_{ad}, \quad I_{bc} = -I_{ab} + I_0. \quad (1.27)$$

Подставив (1.27) в (1.26), получим

$$U_{ab} = I_{ab}R_{ab} = \frac{+R_{ab}R_{bc}I_0 + R_{ab}R_{ca}I_{ad}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (1.28)$$

Для звезды (рис. 1.12, б)

$$U_{ab} = +I_0R_b + I_{ad}R_a. \quad (1.29)$$

Из сравнения (1.28) с (1.29) следует, что

$$R_a = \frac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \quad R_b = \frac{R_{ab}R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (1.30)$$

По аналогии для узлов  $b$  и  $c$  можно получить

$$R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (1.31)$$

Формулы (1.30) и (1.31) позволяют преобразовать треугольник сопротивлений в эквивалентную звезду сопротивлений.

Формулы обратного перехода звезды сопротивлений в треугольник сопротивлений можно получить, заменив в формулах (1.30) и (1.31) все сопротивления проводимостями. При этом получаем:

$$G_{ab} = \frac{G_a G_b}{G_a + G_b + G_c}; \quad G_{bc} = \frac{G_b G_c}{G_a + G_b + G_c}; \quad G_{ca} = \frac{G_c G_a}{G_a + G_b + G_c}. \quad (1.32)$$

Переходя к сопротивлениям, получаем:

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}; \quad R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}; \quad R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}. \quad (1.33)$$

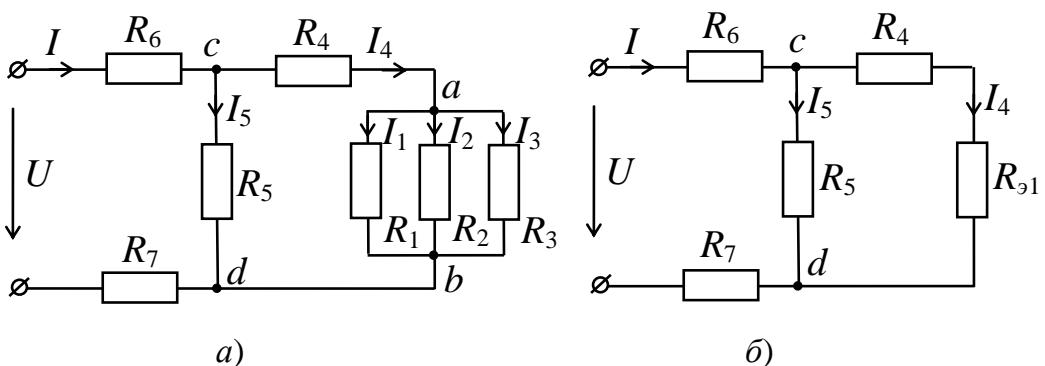
### 1.1.12. Расчет электрической цепи постоянного тока с одним источником ЭДС

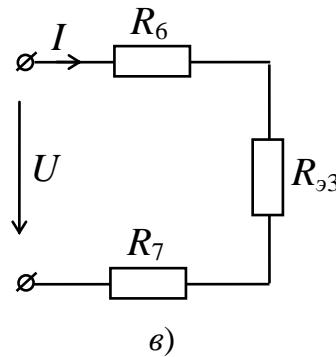
#### Метод эквивалентных преобразований

Рассмотрим электрическую цепь, представленную на рис. 1.13, а.

Электрические сопротивления  $R$  всех резисторов и ЭДС  $E$  источника известны. Требуется определить токи во всех ветвях. Такие задачи решаются методом эквивалентных преобразований.

На первом этапе в данном методе исходную схему (рис. 1.13, а) сворачивают к эквивалентной (рис. 1.13, б), заменяя параллельно соединенные ветви одной эквивалентной ветвью  $R_{\text{y1}} = 1/G_{\text{y1}}$ , где  $G_{\text{y1}} = G_1 + G_2 + G_3 = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$ .





*Рис. 1.13.* Пример схемы к методу эквивалентных преобразований:  
а – исходная схема; б, в – эквивалентные схемы

Из сравнения схем (рис. 1.13, б, в) следует, что

$$R_{\bar{y}3} = \frac{R_5 R_{\bar{y}2}}{R_5 + R_{\bar{y}2}},$$

где  $R_{\bar{y}2} = R_4 + R_{\bar{y}1}$ .

На втором этапе определяют токи в ветвях переходом от схемы на рис. 1.13, в к схеме на рис. 1.13, б и далее к исходной схеме на рис. 1.13, а.

Из рис. 1.13, в следует, что  $I = \frac{U}{R_6 + R_7 + R_{\bar{y}3}}$ .

Из схемы на рис. 1.13, б следует, что  $U_{cd} = IR_{\bar{y}3}$ . Тогда  $I_4 = U_{cd} / R_{\bar{y}2}$ ;  $I_5 = U_{cd} / R_5$ .

Из рис. 1.13, а  $U_{ab} = I_4 R_{\bar{y}1}$ ;  $I_1 = U_{ab} / R_1$ ;  $I_2 = U_{ab} / R_2$ ;  $I_3 = U_{ab} / R_3$ .

### 1.1.13. Анализ сложных электрических цепей с несколькими источниками ЭДС

#### Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

Законы Кирхгофа применимы к расчету режима работы электрической цепи любой сложности.

Пусть задана электрическая цепь на рис. 1.14, в которой 5 ветвей ( $N_{\hat{a}} = 5$ ), 4 узла ( $N_6 = 4$ ).

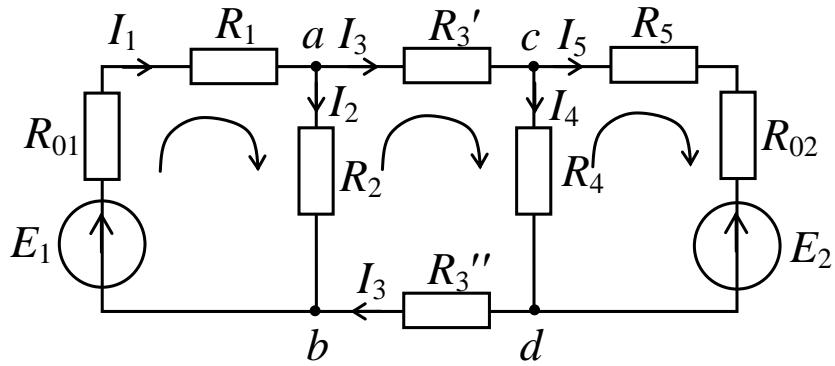


Рис. 1.14. Пример схемы к методу законов Кирхгофа

Число уравнений, которое требуется составить, по законам Кирхгофа равно числу неизвестных токов, т. е. необходимо составить 5 уравнений.

Последовательность решения задачи:

– производится разметка схемы, т. е. обозначаются узлы буквами (или цифрами) и указываются (стрелками и буквами) условно-положительные направления токов в ветвях;

- по первому закону Кирхгофа составляется  $N_o - 1$ -уравнений;
- по второму закону Кирхгофа составляется  $N_a - (N_o - 1)$ -уравнений.

В результате получается система из  $N_a$ -уравнений относительно токов в ветвях, решив которую, находят величину и действительное направление всех токов. Отрицательное значение тока в какой-либо ветви свидетельствует о том, что положительное его направление противоположно указанному на схеме.

Для схемы (рис. 1.14) система уравнений по законам Кирхгофа имеет следующий вид:

$$\left. \begin{array}{l} \text{узел } a: I_1 - I_2 - I_3 = 0; \\ \text{узел } c: I_3 - I_4 - I_5 = 0; \\ \text{контур } R_1, R_2, E_1, R_{01}: I_1(R_1 + R_{01}) + I_2 R_2 = E_1; \\ \text{контур } R_2, R'_3, R_4, R''_3: I_3 R'_3 + I_4 R_4 + I_3 R''_3 - I_2 R_2 = 0; \\ \text{контур } R_4, R_5, R_{02}, E_2: -I_4 R_4 + I_5(R_5 + R_{02}) = -E_2. \end{array} \right\} \quad (1.34)$$

При записи уравнений по второму закону Кирхгофа для определения знаков слагаемых используются заранее выбираемые направления обхода каждого контура (указываются дугами на рис. 1.14).

Знак перед ЭДС  $E$  или перед произведением  $IR$  берется положительный, если направление ЭДС  $E$  или тока  $I$  совпадает с выбранным направлением обхода контура.

### Метод контурных токов

Метод контурных токов позволяет сократить число совместно решаемых уравнений до числа независимых контуров в схеме электрической цепи  $N_{\hat{e}} = N_{\hat{a}} - (N_{\delta} - 1)$ . В данном методе уравнения по второму закону Кирхгофа составляются относительно контурных токов, равных по величине токам во внешних ветвях каждого контура.

Последовательность решения задачи:

- производится разметка схемы;
- задается (дугами) положительное направление контурного тока в каждом из независимых контуров, обозначив эти токи буквами с двойными индексами  $I_{11}, I_{22}, \dots$ ;
- задается направление обхода в каждом контуре и записывается система уравнений по второму закону Кирхгофа, учитывая падение напряжения в смежных ветвях ( входящих одновременно в два контура) от контурных токов соседних контуров;
- решается система уравнений относительно контурных токов и определяются токи в ветвях, алгебраически суммируя контурные токи в каждой ветви.

Рассмотрим метод контурных токов для схемы, представленной на рис. 1.15.

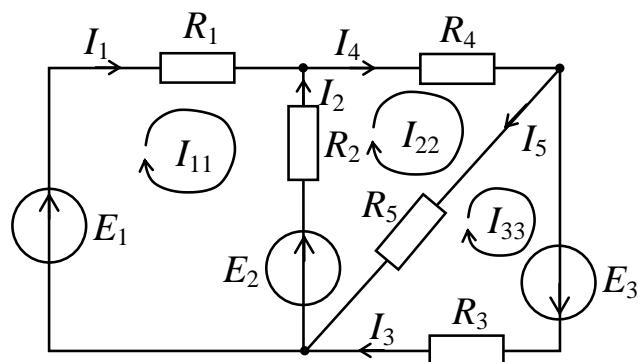


Рис. 1.15. Пример схемы к методу контурных токов

В схеме три независимых контура  $N_{\hat{e}} = 3$ , для которых вводим контурные токи  $I_{11}, I_{22}, I_{33}$ .

Система уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_2)I_{11} - R_2 I_{22} - 0I_{33} &= E_1 - E_2; \\ -R_2 I_{11} + (R_2 + R_4 + R_5)I_{22} - R_5 I_{33} &= E_2; \\ 0I_{11} - R_5 I_{22} + (R_3 + R_5)I_{33} &= E_3. \end{aligned} \right\}. \quad (1.35)$$

Подставив заданные значения сопротивлений резисторов  $R$  и ЭДС  $E$  источников и вычислив контурные токи, определяют токи в ветвях

$$I_1 = I_{11}; \quad I_2 = I_{22} - I_{11}; \quad I_3 = I_{33}; \quad I_4 = I_{22}; \quad I_5 = I_{22} - I_{33}. \quad (1.36)$$

### Метод узловых потенциалов

Если в схеме много ветвей и контуров, но мало узлов, то целесообразно решать задачу методом узловых потенциалов, число уравнений в котором равно  $N_6 - 1$ . Все уравнения в этом методе составляются только по первому закону Кирхгофа [1]–[5].

Рассмотрим частный случай этого метода, когда в электрической цепи только два потенциальных узла, либо когда схема может быть преобразована к эквивалентной цепи с двумя узлами.

Последовательность решения задачи:

- исходную схему преобразуют к эквивалентной с двумя узлами, применяя переход от соединения треугольником, например, к соединению резисторов эквивалентной звездой;
- исходную и эквивалентную (преобразованную) схемы размещают (узлы и токи в ветвях);
- потенциал одного из двух узлов в преобразованной схеме принимают равным нулю (заземляют) и записывают уравнение по первому закону Кирхгофа для незаземленного узла (второго узла);
- ток в каждой ветви схемы с двумя узлами выражают через потенциалы узлов по обобщенному закону Ома и после подстановки этих выражений в уравнение первого закона Кирхгофа получают выражение для межузлового напряжения (для определения потенциала незаземленного узла);
- определив межузловое напряжение, находят токи в ветвях преобразованной схемы, пользуясь выражениями токов, записанными по обобщенному закону Ома;
- возвращаясь к исходной схеме, находят остальные токи.

Рассмотрим данный метод на примере схемы на рис. 1.16.

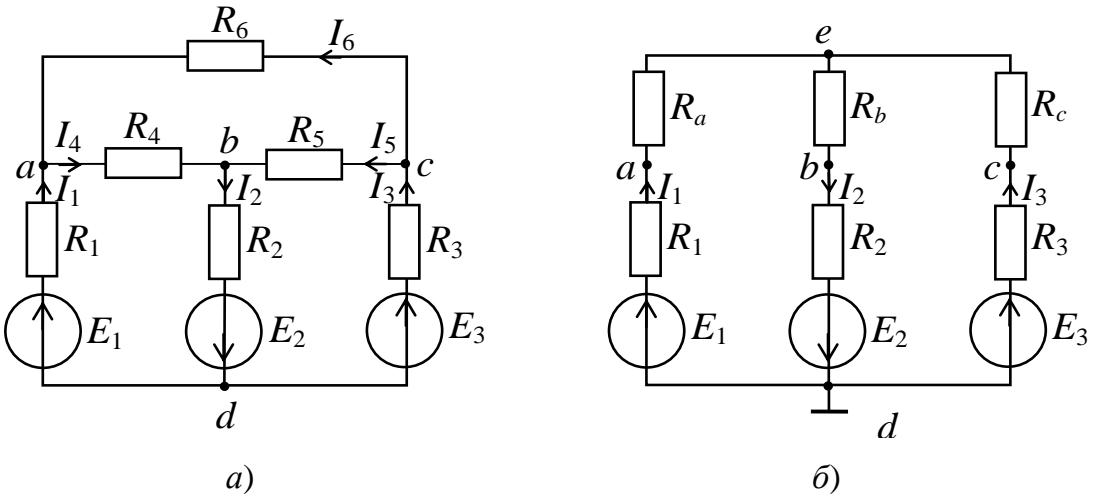


Рис. 1.16. Пример схемы к методу узловых потенциалов:  
а – исходная схема; б – эквивалентная схема с двумя узлами

В исходной схеме 4 узла, однако, преобразуя треугольник сопротивлений  $R_4, R_5, R_6$ , получаем схему с двумя узлами (рис. 1.16, б).

Применив формулы (1.30) и (1.31), получим значения  $R_a, R_b, R_c$ :

$$R_a = \frac{R_4 R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R_b = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R_c = \frac{R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6}. \quad (1.37)$$

Приняв, что  $\varphi_d = 0$ , записываем первый закон Кирхгофа для узла  $e$ :

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0. \quad (1.38)$$

Выражая токи  $I_1, I_2, I_3$  через потенциалы  $\varphi_d$  и  $\varphi_e$  по обобщенному закону Ома, получаем

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\varphi_d - \varphi_e + E_1}{R_1 + R_a} = (E_1 - \varphi_e)G_1; \quad I_2 = \frac{\varphi_e - \varphi_d + E_2}{R_2 + R_b} = (E_2 + \varphi_e)G_2; \\ I_3 &= (E_3 - \varphi_e)G_3, \end{aligned} \quad (1.39)$$

где  $G_1 = 1/R_1 + R_a$ ;  $G_2 = 1/R_2 + R_b$ ;  $G_3 = 1/R_3 + R_c$ .

Подставив (1.39) в (1.38) и решив уравнение относительно  $\varphi_e$ , с учетом того, что  $\varphi_d = 0$ , получим выражение для межузлового напряжения:

$$U_{ed} = \varphi_e - \varphi_d = \frac{E_1 G_1 - E_2 G_2 + E_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3}. \quad (1.40)$$

Токи в ветвях схемы рис. 1.16, *б* находим далее по формулам (1.39), а токи  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$  в схеме рис. 1.16, *а* находим, решив, например, систему уравнений по первому закону Кирхгофа для узлов *a*, *b* и *c*, либо определив потенциалы  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$  по соотношениям:

$$\varphi_a = \varphi_d + E_1 - I_1 R_1 = E_1 - I_1 R_1; \quad \varphi_b = \varphi_d - E_2 + I_2 R_2 = I_2 R_2 - E_2;$$

$$\varphi_c = \varphi_d + E_3 - I_3 R_3 = E_3 - I_3 R_3. \quad (1.41)$$

При этом токи  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$  равны

$$I_4 = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R_4}; \quad I_5 = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{R_5}; \quad I_6 = \frac{\varphi_c - \varphi_a}{R_6}. \quad (1.42)$$

### Метод наложения токов

Метод наложения основан на принципе суперпозиции. Согласно методу наложения ток в каждой ветви сложной (разветвленной) электрической цепи с несколькими источниками ЭДС равен алгебраической сумме частичных токов, создаваемых каждым источником ЭДС в отдельности, когда остальные источники ЭДС отключены от схемы, а места их включения закорочены.

Последовательность решения задачи:

- производят разметку исходной схемы;
- составляют вспомогательные схемы (число которых равно числу источников ЭДС в исходной схеме), в каждой из которых оставляют только один источник ЭДС и производят разметку этих схем;
- в каждой вспомогательной схеме определяют токи во всех ветвях (например, обозначив их штрихами);
- токи в исходной схеме определяют алгебраическим суммированием частичных токов в соответствующих ветвях. При этом с плюсом берут те токи, которые совпадают по направлению с током в исходной схеме.

Рассмотрим метод наложения токов на примере схемы на рис. 1.15.

Составляем три вспомогательные схемы (рис. 1.17).

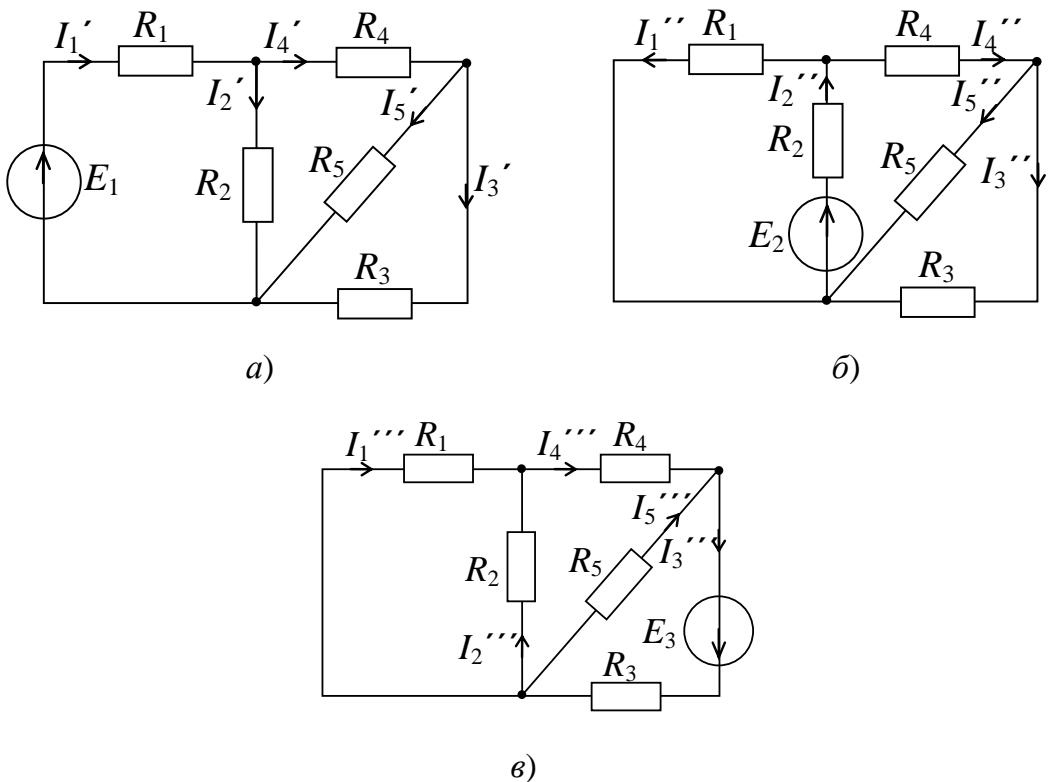


Рис. 1.17. Вспомогательные схемы к методу наложения токов

Определив токи в каждой из схем (рис 1.17, а, б, в) (например, методом эквивалентных преобразований), определяем токи в ветвях исходной схемы:

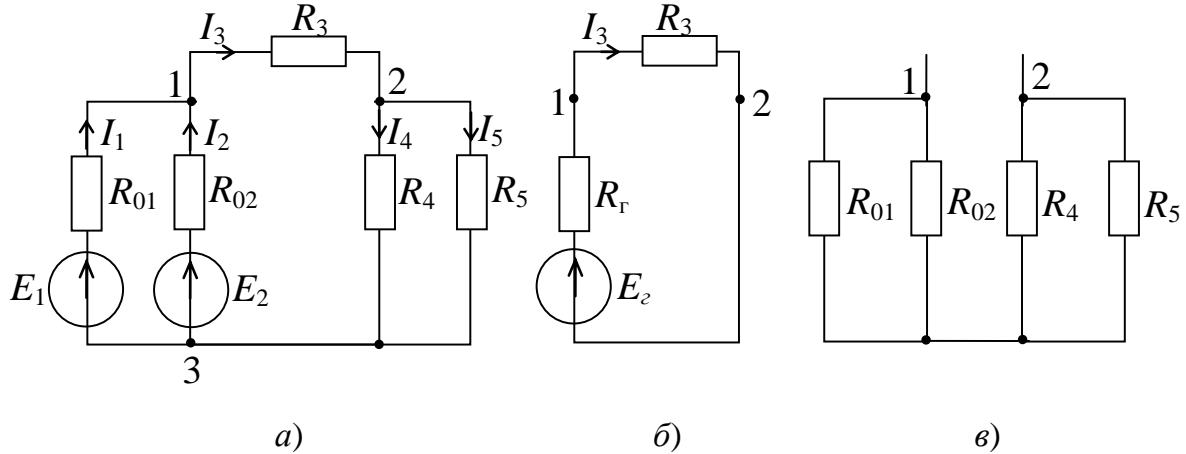
$$I_1 = I_1' - I_1'' + I_1''' ; \quad I_2 = -I_2' - I_2'' + I_2''' \text{ и т. д.} \quad (1.43)$$

### Метод эквивалентного генератора

Метод позволяет в ряде случаев относительно просто определить ток в какой-либо одной ветви сложной электрической цепи и исследовать зависимость этого тока от изменения параметров того или иного элемента схемы. Сущность метода заключается в том, что по отношению к исследуемой ветви сложная электрическая цепь заменяется эквивалентным источником (генератором) с ЭДС  $E_{\tilde{a}}$  и внутренним сопротивлением  $R_{\tilde{a}}$ . Например, по отношению к ветви с резистором  $R_3$  электрическую схему на рис. 1.18, а можно заменить схемой, представленной на рис. 1.18, б.

Если считать известными параметры  $E_{\tilde{a}}$  и  $R_{\tilde{a}}$ , то ток  $I_3$  может быть найден по закону Ома

$$I_3 = \frac{E_{\tilde{a}}}{R_{\tilde{a}} + R_3}. \quad (1.44)$$



*Рис. 1.18. Пример схемы к методу эквивалентного генератора:  
а – исходная схема; б, в – вспомогательные схемы*

Таким образом, задача сводится к определению параметров эквивалентного генератора  $E_{\tilde{a}}$  и  $R_{\tilde{a}}$ .

Из рис. 1.18, б следует, что  $E_{\tilde{a}} = \phi_1 - \phi_2$ , при  $I_3 = 0$ , т. е. при разомкнутой ветви  $R_3$ . Для определения  $E_{\tilde{a}}$  необходимо любым способом рассчитать разность потенциалов между узлами, к которым подсоединяется ветвь  $R_3$  в режиме холостого хода эквивалентного генератора (для схемы, представленной на рис. 1.18, а – в режиме отключенной ветви  $R_3$ ).

$$I_1^{xx} = -I_2^{xx} = \frac{E_1 - E_2}{R_{01} + R_{02}};$$

$$E_{\tilde{a}} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1 - \varphi_3 = E_2 - \frac{E_2 - E_1}{R_{01} + R_{02}} R_{02} = U_{12}^{\tilde{o}\tilde{o}} . \quad (1.45)$$

Из схемы на рис 1.18, б также следует, что при  $R_3 = 0$  (режим короткого замыкания эквивалентного генератора)  $R_{\tilde{a}} = \frac{E_{\tilde{a}}}{I_{\hat{e}_3}} = \frac{U_{12}^{\tilde{o}\tilde{o}}}{I_{\hat{e}_3}}$ . При этом ток  $I_{k3}$  определяют измерением.

Расчетным путем  $R_{\tilde{a}}$  можно определить как входное сопротивление цепи относительно узлов 1 и 2 при разомкнутой исследуемой

ветви при условии, что все источники ЭДС удалены из схемы, а места их включения закорочены (рис. 1.18, б):

$$R_{\tilde{a}} = \frac{R_{01}R_{02}}{R_{01} + R_{02}} + \frac{R_4R_3}{R_4 + R_5}.$$

### 1.1.14. Распределение потенциалов в электрической цепи. Потенциальная диаграмма

При расчете электрических цепей часто возникает необходимость в определении разности потенциалов между отдельными точками электрической цепи и распределения потенциала этой цепи по элементам заданного контура.

Для решения этой задачи вначале необходимо рассчитать токи в ветвях цепи.

Далее потенциал одной из точек цепи, например, точки  $a$  на рис. 1.19,  $a$  принимается равным нулю (иногда на схеме эту точку показывают заземленной) и рассчитываются потенциалы всех точек выбранного для построения потенциальной диаграммы контура  $a, 1, b, c, d, 2, a$ :

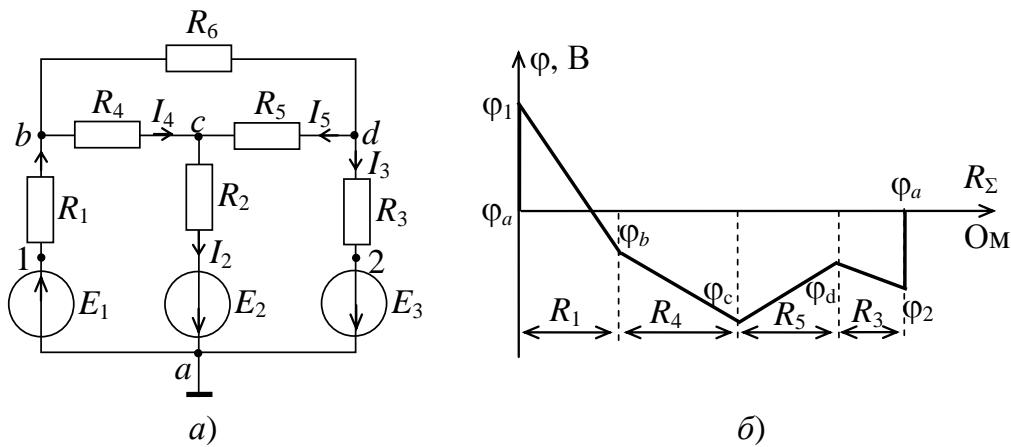


Рис. 1.19. Пример схемы электрической цепи к расчету и построению потенциальной диаграммы:  
а – схема цепи; б – потенциальная диаграмма

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_a = 0; \\ \varphi_1 = \varphi_a + E_1; \\ \varphi_b = \varphi_1 - I_1 R_1; \\ \varphi_c = \varphi_b - I_4 R_4; \\ \varphi_d = \varphi_c + I_5 R_5; \\ \varphi_2 = \varphi_d - I_3 R_3; \\ \varphi_a = \varphi_2 + E_3. \end{array} \right\} \quad (1.47)$$

Определив  $R_\Sigma = R_1 + R_4 + R_5 + R_3$  и выбрав масштабы  $m_\varphi$  и  $m_R$ , строится потенциальная диаграмма (рис. 1.19, б).

Таким образом, под *потенциальной диаграммой* понимается график распределения потенциалов  $\varphi$  вдоль элементов замкнутого контура электрической цепи в зависимости от величины суммарного сопротивления от «базовой» точки  $a$  до каждой последующей точки этого контура в выбранном (указанном) направлении обхода контура.

Если обход производится по ветвям, состоящим из нескольких последовательно соединенных элементов, то между каждой парой этих элементов указывается дополнительная точка и ее потенциал наносится на диаграмму.

Вертикальные участки диаграммы соединяют точки, между которыми в схеме находятся идеальные источники ЭДС.

Потенциал  $\varphi_a = \varphi_2 + E_3$  должен получиться равным нулю (возврат в исходную точку контура), т. е. последнее выражение в (1.47) является проверочным.

Потенциальная диаграмма позволяет определить напряжение между любыми точками электрической цепи, потенциалы которых нанесены на диаграмму. Кроме того, можно определить в схеме наличие точек одинакового потенциала, которые в случае необходимости можно соединить между собой без нарушения распределения токов в схеме замещения электрической цепи. Знание местоположения точек с максимальным значением потенциала позволяет установить требования на качество изоляции и т. д.

### 1.1.15. Основные свойства и области применения мостовых цепей, потенциометров и делителей напряжения

В электротехнике очень часто применяется делитель напряжения. Простейшая схема делителя на рис. 1.20 представляет собой последовательное соединение двух резисторов. Если к входу подключить источник с ЭДС  $E$ , то  $E = U_1 + U_2$ .

Поскольку ток через резисторы одинаков, то

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad \text{или} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (1.48)$$

Таким образом, при последовательном включении двух резисторов падение напряжения между ними прямо пропорционально их сопротивлениям.

Очевидно, что справедливы также соотношения

$$\frac{U_1}{U_1 + U_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}; \quad \frac{U_2}{U_1 + U_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.49)$$

Делители позволяют снизить на приемнике напряжение питания от величины ЭДС источника  $E$  до любого, меньшего, чем  $E$ , значения.

В электроприборах (бытовых, электроизмерительных и др.) делители часто применяются для получения нескольких напряжений от одного источника. Для этого в делителе соединяются последовательно не два, а несколько резисторов.

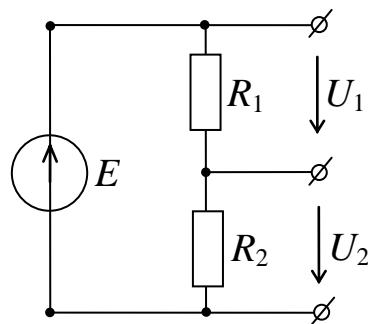


Рис. 1.20. Схема резистивного делителя напряжения

Если делитель изготовлен так, что позволяет плавно регулировать выходное напряжение, то его называют **потенциометром** (рис. 1.21). Изменяемое (регулируемое) напряжение  $U_R$  получается при перемещении скользящего контакта  $S$  (ползунка) реостата.

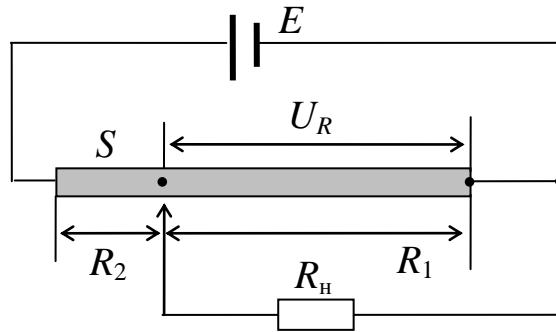


Рис. 1.21. Схема делителя напряжения с плавной регулировкой величины напряжения на нагрузке

При этом скользящий контакт обеспечивает параллельное соединение  $R_1$  и  $R_1$ .

$$\text{Согласно (1.49) можно записать, что } \frac{U_R}{E} = \frac{\frac{R_1 R_1}{(R_1 + R_1)}}{R_y},$$

где  $R_y = R_2 + \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1}$  и, следовательно,

$$\frac{U_R}{E} = \frac{\frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1}}{R_2 + \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1}} = \frac{R_1 R_1}{R_1 R_1 + R_2(R_1 + R_1)}. \quad (1.50)$$

Из (1.50) следует, что регулируемое напряжение  $U_R$ , снимаемое с потенциометра, равно

$$U_R = E \frac{R_1 R_1}{R_1 R_1 + R_2(R_1 + R_1)}. \quad (1.51)$$

Если  $R_1$  задать координатой  $x$  ( $x = 0 \div 1$ ), то  $R_1 = xR$ ,  $R_2 = R - R_1 = R - xR = R(1 - x)$ . Тогда (1.51) можно записать в виде

$$U_R = E \frac{x}{1 + \frac{R}{R_1} x(1 - x)}. \quad (1.52)$$

Зависимость  $U_R$  от  $x$  для двух значений  $R_1$  приведена на рис. 1.22. Принято считать, что для получения зависимости между  $U_R$  и  $x$ , близкой

к линейной, следует выбирать  $R_i > 10 R$ , где  $R = R_1 + R_2$  – полное сопротивление реостата.

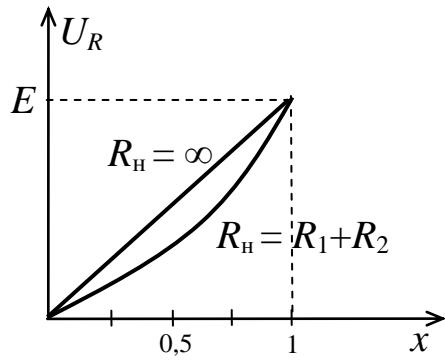


Рис. 1.22. Зависимость выходного напряжения  $U_R$  от величины  $x = R_1 / (R_1 + R_2)$

При измерении сопротивлений резисторов  $R_x$  на постоянном токе часто применяется схема одинарного моста постоянного тока (рис. 1.23).

Потенциометр включен в одну диагональ моста, а в другую диагональ включен чувствительный гальванометр  $G$ . К точкам  $C$  и  $D$  (к потенциометру) подключен источник постоянного напряжения  $E$ . При помощи скользящего контакта  $S$  можно изменять соотношения сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$  делителя. Этот контакт при измерении  $R_x$  устанавливают так, чтобы свести к нулю напряжение между точками  $A$  и  $B$  моста, добиваясь нулевого показания гальванометра ( $I_G = 0$ ).

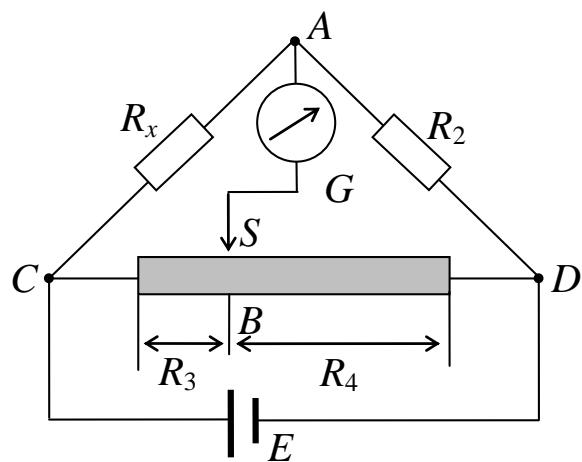


Рис. 1.23. Схема одинарного моста, применяемого при измерении сопротивления резисторов на постоянном токе

Условие отсутствия напряжения между точками  $A$  и  $B$  можно записать так:

$$U_x = U_3, U_2 = U_4 \text{ или } \frac{U_x}{U_2} = \frac{U_3}{U_4}. \quad (1.53)$$

При отсутствии тока через гальванометр, ток  $I_1$  в сопротивлениях  $R_1$  и  $R_2$  одинаков. В сопротивлениях  $R_3$  и  $R_4$  ток  $I_2$  тоже одинаков, т. е.  $U_x = I_1 R_x$ ,  $U_2 = I_1 R_2$ ,  $U_3 = I_2 R_3$ ,  $U_4 = I_2 R_4$ .

Подставив эти выражения в (1.53), получим соотношение сопротивлений моста при его равновесии

$$\frac{I_1 R_x}{I_1 R_2} = \frac{I_2 R_3}{I_2 R_4}, \text{ или } \frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}, \text{ или } R_x R_4 = R_2 R_3. \quad (1.54)$$

Из (1.54) следует, что

$$R_{\delta} = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (1.55)$$

Если в качестве сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$  используется высокомная проволока, то выражение (1.55) можно выразить через длины  $l_3$  и  $l_4$  соответствующих участков этой проволоки  $R_{\delta} = R_2 l_3 / l_4$ .

### Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение ЭДС, напряжения, потенциала, разности потенциалов, электрического сопротивления и проводимости.
2. Поясните, что такое ветвь, узел, контур электрической цепи.
3. Сформулируйте словами и запишите выражение закона Ома для участка цепи, полной цепи, в обобщенной форме.
4. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа. Запишите их математические выражения.
5. Как рассчитать мощность, развиваемую источниками, входящими в состав электрической цепи, мощность, потребляемую всеми резисторами (приемниками) этой цепи? Запишите уравнение баланса мощностей.
6. Что понимается под схемой замещения электрической цепи?
7. Поясните, что такое потенциальная диаграмма, и для каких целей она строится?
8. В каких режимах может работать электрическая цепь?

9. Приведите классификацию электрических цепей по различным критериям.

10. Дайте определение коэффициента полезного действия электрической цепи, запишите выражение.

11. Перечислите способы возможного соединения между собой элементов электрической цепи. Запишите выражения для определения сопротивлений резисторов при переходе от соединения их звездой к соединению треугольником и обратно.

12. Для заданного участка электрической цепи (рис. 1.24) запишите выражение для  $\varphi_a$  (через  $\varphi_b$ ,  $I$  и параметры элементов). Запишите также выражение для  $U_{ab}$ .

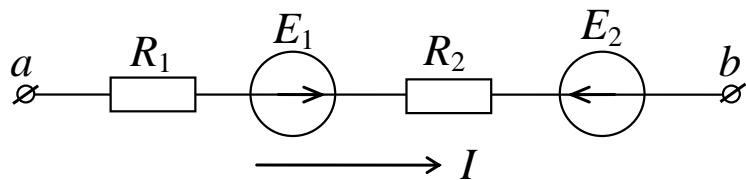


Рис. 1.24

13. Для цепи (рис. 1.25) задано  $E = 100$  В,  $R_0 = 1\Omega$ ,  $R_e = 3\Omega$ ,  $R_i = 6\Omega$ . Определите показания приборов и КПД электрической цепи.

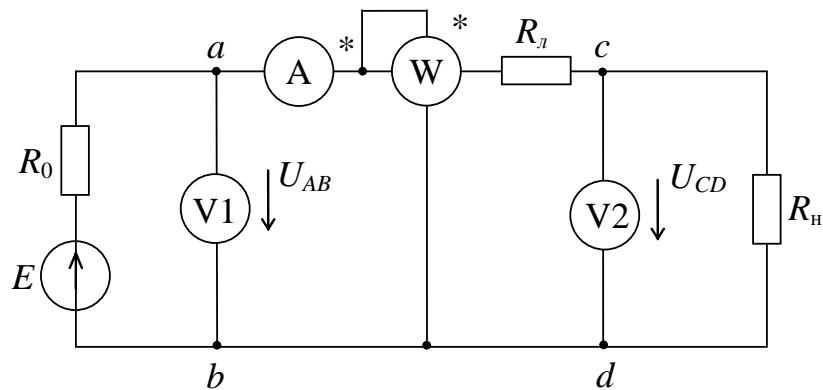


Рис. 1.25

14. В цепи на рис. 1.26 измерили напряжения и токи при двух значениях сопротивления нагрузки  $R_{l1}$  и  $R_{l2}$ . При первом измерении амперметр показал 5 А, а вольтметр 48 В. При втором измерении – 10 А и 46 В. Определите ЭДС источника  $E$ , внутреннее сопротивление  $R_0$  и сопротивления нагрузки  $R_{l1}$  и  $R_{l2}$ .

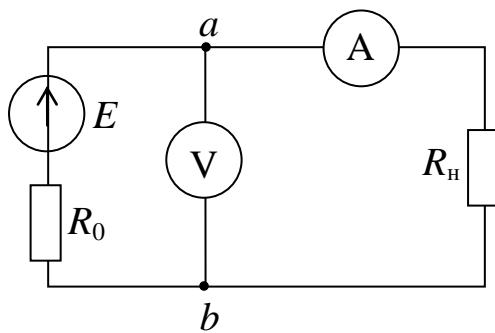


Рис. 1.26

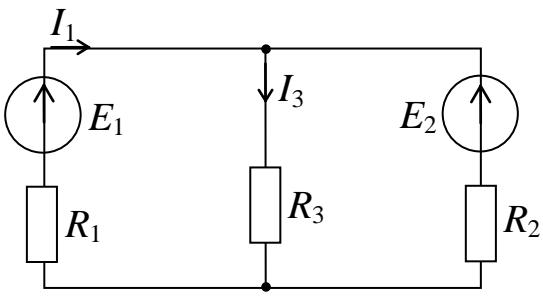


Рис. 1.27

15. Для схемы на рис. 1.27 рассчитайте токи в ветвях разными методами (непосредственным применением законов Кирхгофа, методом контурных токов, методом наложения, методом узловых потенциалов).

Дано:  $E_1 = 72 \text{ В}$ ,  $E_2 = 48 \text{ В}$ ,  $R_1 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$ ,  $R_3 = 12 \Omega$ .

Ответ:  $I_1 = 6 \text{ А}$ ,  $I_2 = -1,5 \text{ А}$ ,  $I_3 = 4,5 \text{ А}$ .

16. По данным задачи 15 рассчитайте ток  $I_3$  в ветви  $R_3$  методом эквивалентного генератора.

## 1.2. Нелинейные электрические цепи постоянного тока

Как уже ранее отмечалось, электрическая цепь относится к нелинейной, если все ее элементы или хотя бы один из них является нелинейным, т. е. если параметры элементов зависят от напряжений, токов, магнитных потоков или других величин.

Принципиально все элементы в той или иной степени нелинейные, но если их нелинейность существенно не влияет на рассматриваемый процесс, то цепь считается линейной. Если же нелинейность существенна, и пренебречь ею нельзя, то цепь анализируется как нелинейная.

При помощи нелинейных элементов (НЭ) переменный ток преобразуют в постоянный, стабилизируют напряжение и ток, преобразуют форму сигналов, генерируют и усиливают сигналы различной формы и т. п.

Нелинейные элементы применяют в устройствах автоматики, измерительной и вычислительной техники, в радиоэлектронике.

### 1.2.1. Параметры и характеристики нелинейных элементов электрической цепи постоянного тока

Параметры линейных элементов ( $R = U/I$ ,  $L = \Psi/I$ ,  $C = Q/U$ ) – постоянные величины и однозначно определяют эти элементы. У не-

линейных элементов параметры непостоянны, часто определяются экспериментально и задаются в виде графиков, таблиц, аналитически или другими способами.

Нелинейные резистивные элементы  $R$  задаются вольт-амперными характеристиками  $U(I)$ , индуктивные  $L$  – вебер-амперными  $\Psi(I)$ , емкостные  $C$  – кулон-вольтными характеристиками  $Q(U)$ .

На рис. 1.28, б приведена ампер-вольтная характеристика полупроводникового выпрямительного диода, условное графическое изображение которого на схемах приведено на рис. 1.28, а.

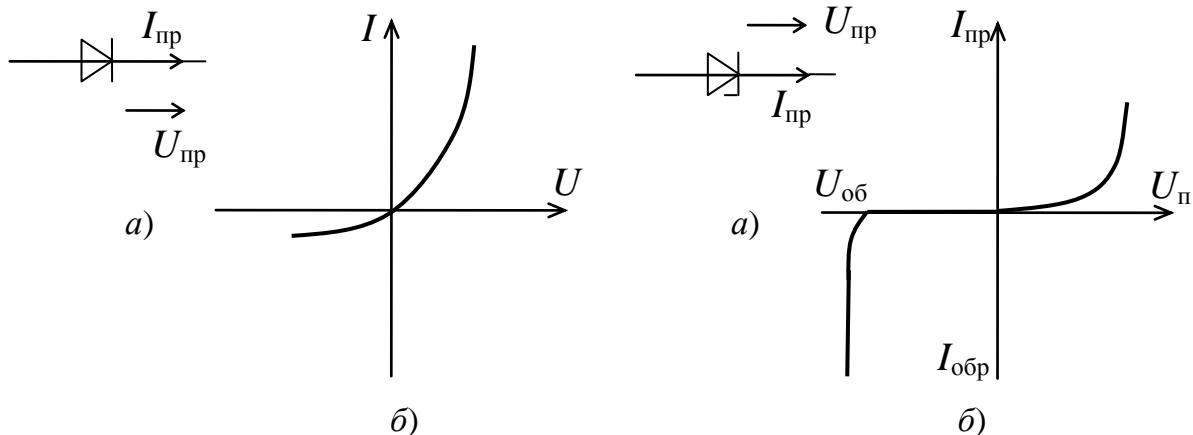


Рис. 1.28. Полупроводниковый диод:  
а – условное графическое обозначение;  
б – ампер-вольтная характеристика

Рис. 1.29. Полупроводниковый стабилитрон:  
а – условное графическое обозначение;  
б – ампер-вольтная характеристика

Разная зависимость сопротивления выпрямительных диодов от полярности приложенного напряжения используется для преобразования переменного напряжения в постоянное.

В стабилизаторах напряжения применяются стабилитроны (рис. 1.29, а, б) – приборы, напряжение на которых в некотором диапазоне изменения тока остается практически неизменным.

В устройствах промышленной электроники получили широкое применение управляемые нелинейные элементы, к которым относятся терморезисторы, фоторезисторы, транзисторы и другие элементы.

Вольт-амперная характеристика управляемого нелинейного элемента изменяется в зависимости от значения изменяющего параметра, поэтому управляемый элемент характеризуется семейством вольт-амперных характеристик.

На рис. 1.30, *б* показано, например, семейство вольт-амперных характеристик термистора – термоэлектрического полупроводникового прибора. Управляющим параметром для терморезистора является температура окружающей среды  $t$  °C (рис. 1.30, *а*).

На рис. 1.31, *а* приведено условное графическое обозначение, а на рис. 1.31, *б* – семейство выходных ампер-вольтных характеристик биполярного транзистора типа *n-p-n*.

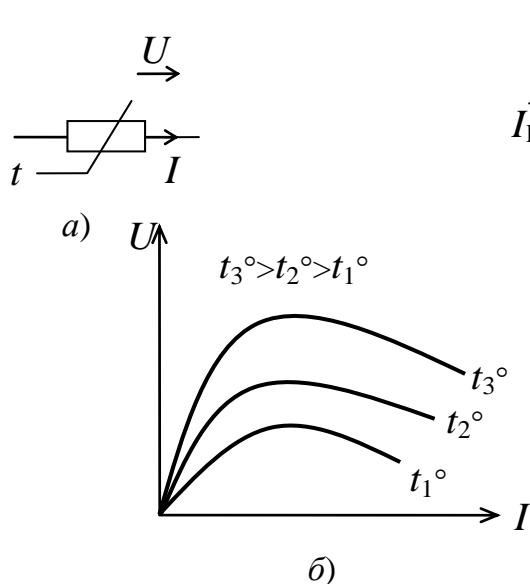


Рис. 1.30. Термистор:  
а – условное графическое обозначение;  
б – семейство вольт-амперных  
характеристик

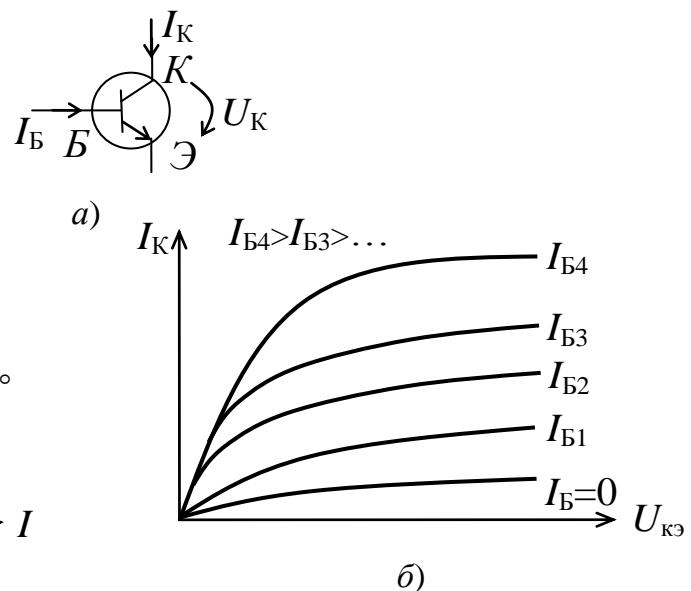


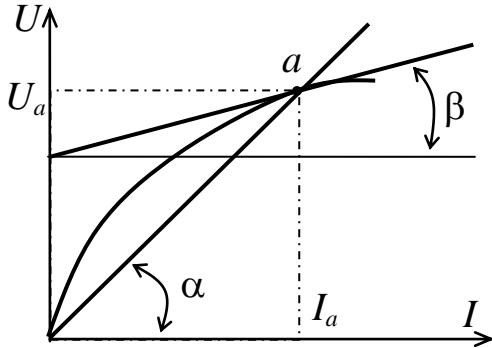
Рис. 1.31. Транзистор:  
а – условное графическое обозначение;  
б – семейство ампер-вольтных  
характеристик

Управляющим параметром является ток базы  $I_B$ .

Характеристики нелинейных элементов дают необходимую информацию о свойствах элемента. Вместе с тем при анализе нелинейных цепей используют и некоторые числовые параметры, например статическое  $R_{\text{нл}}$  и дифференциальное  $R_{\text{диф}}$  сопротивления.

**Статическим сопротивлением**  $R_{\text{нл}}$  нелинейного элемента в заданной точке  $a$  его характеристики (рис. 1.32) называют отношение напряжения на элементе  $U$  к току  $I$ :

$$R_{\text{нл}} = U_a / I_a. \quad (1.56)$$



*Рис. 1.32. К определению статического и дифференциального сопротивления нелинейного элемента*

Статическое сопротивление можно определить графически через тангенс угла наклона прямой, проведенной из начала координат через рассматриваемую точку «*a*» вольт-амперной характеристики:

$$R_{\text{ст}} = \frac{U}{I} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha, \quad (1.57)$$

где  $m_U$  и  $m_I$  – масштабы по осям  $U$  и  $I$ .

**Дифференциальным сопротивлением**  $R_{\text{диф}}$  нелинейного элемента в заданной точке «*a*» характеристики называют отношение бесконечно малого приращения напряжения к соответствующему приращению тока

$$R_{\text{диф}} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \beta. \quad (1.58)$$

Дифференциальное сопротивление можно определить графически через тангенс угла наклона касательной к ВАХ в рассматриваемой точке.

Очевидно, что  $R_{\text{ст}}$  и  $R_{\text{диф}}$  нелинейного элемента зависят от тока и напряжения.

### 1.2.2. Графоаналитические методы расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока

Электрическое состояние нелинейной цепи постоянного тока, так же как и линейной цепи, описывается системой алгебраических уравнений, составленной по законам Кирхгофа. Правила составления уравнений одинаковы для линейной и нелинейной цепи, однако элек-

трическое состояние нелинейной цепи описывается системой нелинейных алгебраических уравнений. Общих аналитических методов решения нелинейных систем уравнений не существует, поэтому решение таких задач осуществляется численным методом с использованием ЭВМ.

Чаще всего при анализе простейших нелинейных цепей постоянного тока применяются графоаналитические методы.

**Метод эквивалентных преобразований** основывается на замене нескольких элементов одним эквивалентным (рис. 1.33).

Рассмотрим схему цепи на рис. 1.33, *a*, содержащую последовательно включенные  $R_1(I)$  и линейный элемент  $R_2$ , вольт-амперные характеристики  $U_1(I)$  и  $U_2(I)$  которых приведены на рис. 1.33, *б*.

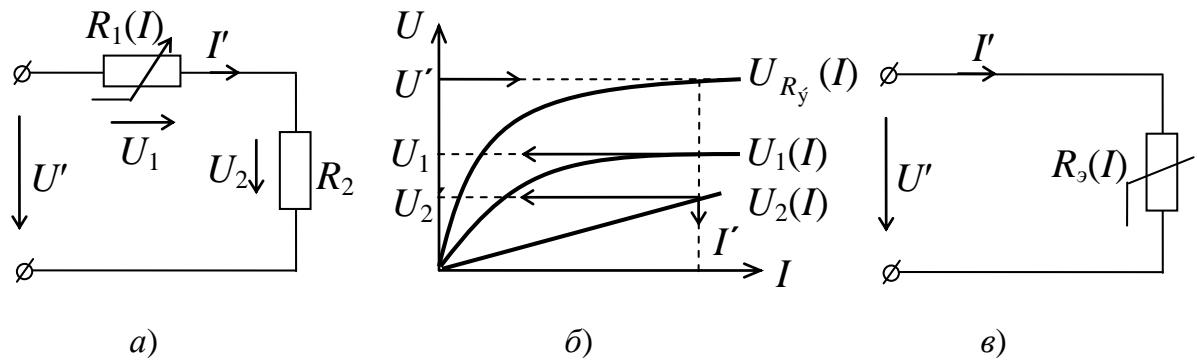


Рис. 1.33. Расчет цепи с последовательным соединением линейного и нелинейного элементов:

*а* – исходная схема; *б* – вольт-амперные характеристики;  
*в* – эквивалентная схема

Требуется определить значение тока  $I'$  в цепи на рис 1.33, *а* и напряжения  $U'_1$ ,  $U'_2$  на элементах при заданном значении напряжения  $U'$  на входе цепи.

Решить данную задачу можно, заменив два заданных элемента одним эквивалентным (рис. 1.33, *в*). Этот элемент, очевидно, будет нелинейным, а его вольт-амперную характеристику  $U_{R_y}(I)$  можно найти (построить), сложив графически характеристики элементов  $U_1(I)$  и  $U_2(I)$  в соответствии со вторым законом Кирхгофа (рис. 1.33, *б*):

$$U_{R_y}(I) = U_1(I) + U_2(I). \quad (1.59)$$

Вольт-амперная характеристика  $U_{R_y}(I)$  эквивалентного нелинейного элемента позволяет определить ток  $I'$  в цепи для любого за-

данного значения напряжения на входе цепи  $U = U'$ . После нахождения значения тока  $I'$  определяют соответствующие ему значения напряжений  $U'_1$  и  $U'_2$  на элементах исходной цепи.

Рассмотрим схему цепи на рис. 1.34, *а* с параллельным соединением линейного  $G_1$  и нелинейного  $G_2(U)$  элементов.

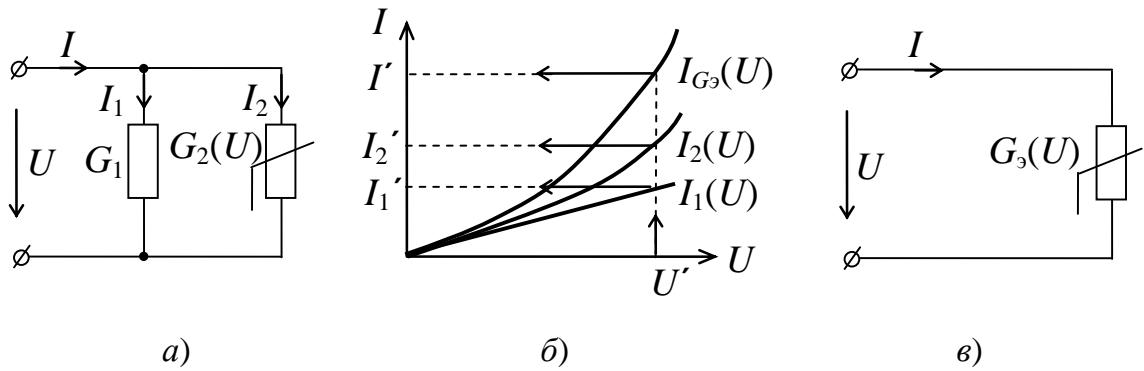


Рис. 1.34. Расчет цепи с параллельным соединением линейного и нелинейного элементов:  
*а* – исходная схема; *б* – ампер-вольтные характеристики;  
*в* – эквивалентная схема

В этом случае замена исходной цепи эквивалентной, содержащей один нелинейный элемент (рис. 1.34, *в*), осуществляется на основе графического сложения токов для каждого значения  $U$  по первому закону Кирхгофа

$$I_{G_3}(U) = I'_1(U) + I'_2(U). \quad (1.60)$$

Определив по результирующей ампер-вольтной характеристике  $I_{G_3}(U)$  значение тока  $I = I'$  в неразветвленной части цепи (рис. 1.34, *а*) по заданному значению напряжения  $U = U'$  на входе этой цепи, находим затем по рис. 1.34, *б* токи  $I'_1$  и  $I'_2$  в ветвях.

В случае смешанного соединения нелинейных элементов характеристику эквивалентного нелинейного элемента строят при поочередном выполнении рассмотренных выше построений.

**Метод пересечения характеристик.** Метод эквивалентных преобразований оказывается трудоемким, если нелинейный элемент цепи является управляемым или если ставится задача исследования влияния изменяющегося сопротивления линейного резистора  $R$  на режим в цепи (рис. 1.35, *а*), т. к. в данных условиях метод эквивалентных преобразований требует многократного построения результирующей вольт-амперной характеристики эквивалентного нелинейного элемента.

В методе пересечения характеристик реализуется графическое решение нелинейного уравнения, определяющего электрическое состояние цепи (рис. 1.35, б) и записанного на основании второго закона Кирхгофа:

$$U_2(I) = E - I R_1. \quad (1.61)$$

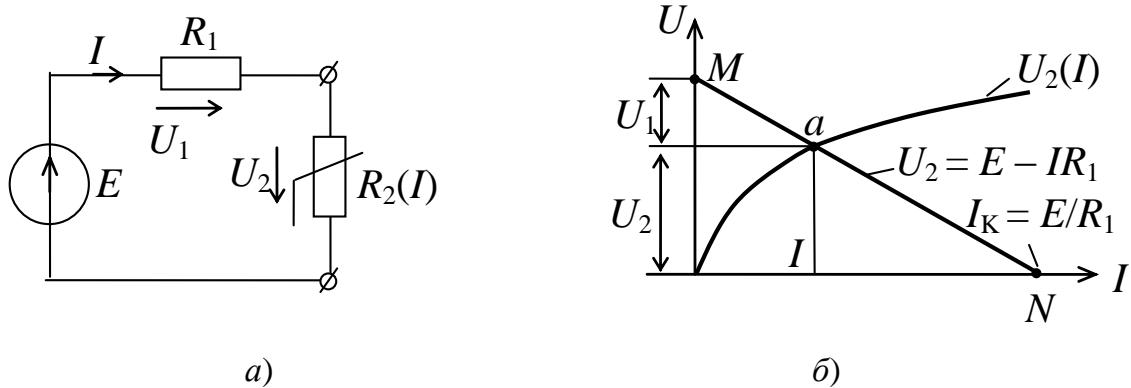


Рис. 1.35. Расчет цепи методом пересечения характеристик:  
а – исходная схема; б – графическое решение  
нелинейного уравнения

Графическое решение этого уравнения представлено на рис. 1.35, б. Прямая  $MN$  соответствует линейному уравнению (1.61) и является внешней характеристикой линейного двухполюсника (схема, представленная на рис. 1.35, а без  $R_2(I)$ ). Она построена по двум точкам, соответствующим режиму холостого хода  $M(U_2 = E, I = 0)$  и короткого замыкания  $N(U_2 = 0, I = I_{\hat{e}} = E/R_1)$ .

Решение уравнения (1.61) представляет собой координаты точки  $a$  пересечения прямой  $MN$  с вольт-амперной характеристикой  $U_2(I)$  нелинейного элемента.

Величины  $I$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ , показанные на рис. 1.35, б, соответствующие точке  $a$ , определяют рабочий режим цепи (рис. 1.35, а).

**Метод эквивалентного активного двухполюсника.** Расчет линейной цепи, содержащей один нелинейный элемент, может быть значительно упрощен при использовании метода эквивалентного активного двухполюсника (метод эквивалентного генератора).

Так, схема на рис. 1.36, а может быть заменена эквивалентной схемой на рис. 1.36, б при расчете тока  $I_{AB}$  в нелинейном элементе.

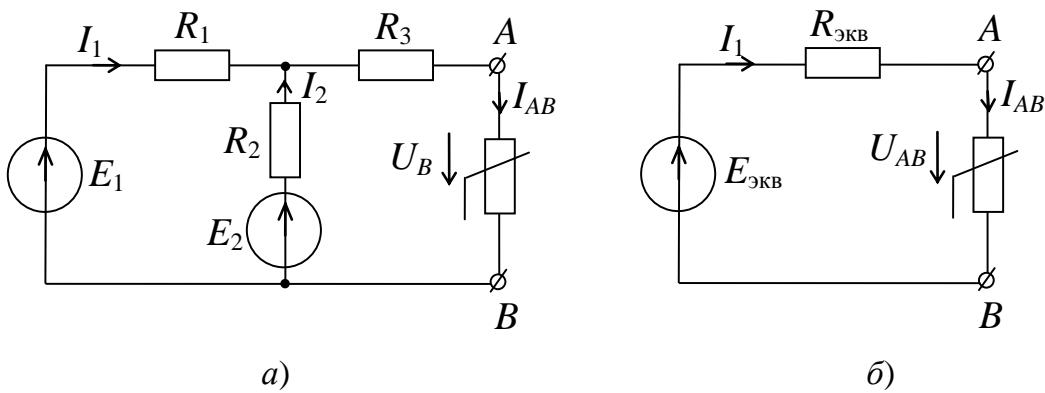


Рис. 1.36. Расчет цепи методом эквивалентного активного двухполюсника:  
а – исходная схема; б – эквивалентная схема

Параметры  $E_{\text{экв}}$  и  $R_{\text{экв}}$  эквивалентного генератора определяются по опытам холостого хода ветви  $AB$  и короткого замыкания генератора, а величины  $U_{AB}$  и  $I_{AB}$  могут быть найдены, например, методом пересечения характеристик. Зная  $U_{AB}$  и  $I_{AB}$ , можно определить токи других ветвей (рис. 1.36, а) из следующих уравнений:

$$E_1 = I_1 R_1 + I_{AB} R_3 + U_{AB}; \quad I_2 = I_{AB} - I_1. \quad (1.62)$$

### Вопросы для самоконтроля

1. Какие электрические цепи называются нелинейными?
2. Как определяют статическое и дифференциальное сопротивления нелинейного элемента?
3. Справедливы ли законы Кирхгофа для нелинейных электрических цепей?
4. Как осуществляется замена нелинейной двухполюсной цепи, содержащей линейные и нелинейные элементы, одним эквивалентным нелинейным элементом?
5. Укажите порядок расчета нелинейной цепи постоянного тока методом пересечения характеристик.
6. Чем отличается управляемый нелинейный элемент от неуправляемого?
7. Приведите примеры применения нелинейных элементов.
8. Рассчитайте токи в ветвях электрической цепи на рис. 1.36, а, если  $E_1 = 20$  В,  $E_2 = 40$  В,  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 5$  Ом, а вольт-амперная характеристика нелинейного элемента приведена на рис. 1.37.

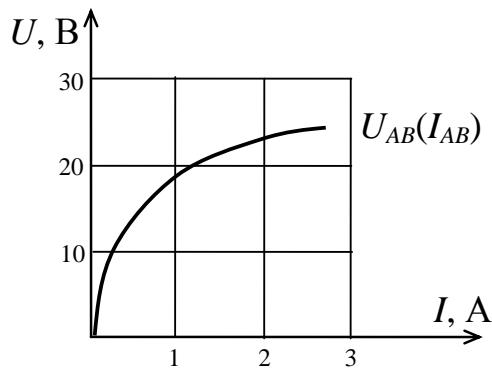


Рис. 1.37

### 1.3. Нелинейные магнитные цепи при постоянных магнитодвижущих силах

#### 1.3.1. Общие сведения

Магнитные цепи с постоянным магнитным полем находят широкое применение в электрических машинах постоянного тока, в электроизмерительных приборах, защитной и коммутационной аппаратуре, в машиностроении и других областях техники. **Магнитные цепи постоянного тока** – это цепи, в которых применяются материалы, имеющие нелинейные характеристики и называемые ферромагнитными материалами.

Из-за нелинейности характеристик этих материалов, расчет магнитных цепей аналогичен расчету нелинейных электрических цепей.

#### 1.3.2. Основные понятия и величины, характеризующие процессы в магнитных цепях постоянного тока

Под *магнитной цепью* понимается совокупность физических тел (сердечника, изоляционных прослоек, воздушных зазоров и т. д.), по которым замыкается магнитный поток, создаваемый токами, протекающими в обмотках этой цепи.

Магнитная цепь, в которой магнитный поток нигде не разветвляется, называется *простой*, или *неразветвленной*.

При наличии ответвления магнитного потока магнитная цепь называется *разветвленной*.

Явления в магнитных цепях описываются с помощью таких физических величин, как магнитная индукция  $\vec{B}$ , магнитный поток  $\Phi$ , напряженность магнитного поля  $\vec{H}$ , намагниченность  $\vec{M}$ , магнитная проницаемость  $\mu$  и др.

Магнитное поле создается движущимися зарядами или токами. Магнитное поле и ток всегда существуют одновременно и неотделимы друг от друга.

Графически постоянное магнитное поле изображается в виде силовых линий (линий магнитной индукции), которые всегда замкнуты.

Постоянное поле может быть получено с помощью катушек, обтекаемых постоянным током, или с помощью постоянных магнитов. Способность катушек с током возбуждать магнитное поле характеризуют **магнитодвижущей силой** (МДС), равной произведению силы тока  $I$  на число витков в катушке  $w$ :

$$F = I w. \quad (1.63)$$

У постоянных магнитов магнитное поле создается вследствие движения электронов в материале магнита (т. е. молекулярными токами) в зонах спонтанной намагниченности.

Из (1.63) следует, что МДС – скалярная величина, измеряемая, как и ток, в амперах.

Основной величиной, характеризующей интенсивность и направление магнитного поля, является вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Величина (численное значение) вектора  $\vec{B}$  определяется отношением силы, действующей со стороны магнитного поля на проводник с током  $I$ , длиной  $l$  к произведению  $Il$ , т. е.  $B = F / I \cdot l$ .

При этом направление вектора  $\vec{B}$  перпендикулярно прямолинейному проводнику с током, а  $l$  – длина части проводника, находящегося в области магнитного поля с индукцией  $B$ .

Направление вектора  $\vec{B}$  указывает северный конец магнитной стрелки, помещенной в рассматриваемую точку магнитного поля. Поле называется **однородным**, если во всех его точках вектор индукции одинаков ( $\vec{B} = \text{const}$ ). (Например, поле внутри длинной катушки с током.)

В системе СИ индукция измеряется в теслах (Тл):

$$1 \text{ Тл} = \text{Н}/(\text{А} \cdot \text{м}) = \text{В} \cdot \text{с}/\text{м}^2.$$

Для прямолинейного провода индукция  $B$  в точке  $n$  вне провода равна

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R}, \quad (1.64)$$

где  $R$  – расстояние от проводника до точки  $n$ .

**Магнитным потоком**, или **потоком вектора магнитной индукции** называется скалярная величина  $\Phi$ , характеризующая какую-либо область магнитного поля (рис. 1.38):

$$\hat{\Phi} = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B \cos \alpha dS, \quad (1.65)$$

где  $d\vec{S}$  – вектор элементарной площадки поверхности  $S$ , направленный перпендикулярно площадке, которая пронизывается вектором  $\vec{B}$ ;  $\vec{B} d\vec{S}$  – скалярное произведение векторов  $\vec{B}$  и  $d\vec{S}$ ;  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{S}$

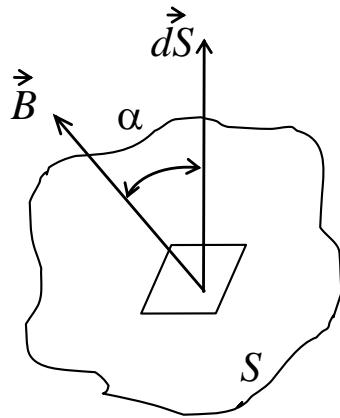


Рис. 1.38. К введению понятия магнитного потока

Если поле однородно ( $\vec{B} = \text{const}$ ) и его вектор  $\vec{B}$  параллелен  $d\vec{S}$ , то  $\alpha = 0$ , и магнитный поток

$$\hat{\Phi} = \int_S B \cos 0 dS = B \int_S dS = BS. \quad (1.66)$$

Единицей магнитного потока является вебер (Вб):

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot \text{с.}$$

Вторым вектором, характеризующим магнитное поле в каждой точке, является **напряженность** магнитного поля  $\vec{H}$ . В вакууме  $\vec{H}$  связано с индукцией  $\vec{B}$  соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (1.67)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость вакуума.

Единицей напряженности магнитного поля является ампер на метр (А/м).

### 1.3.3. Классификация материалов по магнитным свойствам. Магнитное поле в ферромагнетиках

Все материалы по своим магнитным свойствам делятся на парамагнитные, диамагнитные и ферромагнитные.

**Парамагнетики** усиливают внешнее магнитное поле незначительно, **диамагнетики** это поле незначительно ослабляют, а **ферромагнетики** усиливают его во много раз. В магнитных цепях в качестве магнитопроводов используются ферромагнетики, к которым относятся сплавы на основе железа, никеля, кобальта и редкоземельных элементов, а также сплавы и соединения марганца, хрома.

В ненамагнченном ферромагнетике магнитные моменты электронов (спиновые магнитные моменты) направлены хаотически.

Если же ферромагнетик поместить во внешнее магнитное поле с индукцией  $\vec{B}_0$ , то магнитные моменты ориентируются в направлении  $\vec{B}_0$ , усиливая это внешнее поле. В результате вектор  $\vec{B}_0$  суммируется с добавочным вектором  $\vec{B}'$ , созданным ферромагнетиком, и результатирующее поле будет характеризоваться вектором

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (1.68)$$

Разделив все члены равенства (1.3.6) на  $\mu_0$ , получим

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} + \frac{\vec{B}'}{\mu_0} \quad \text{или} \quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{I}), \quad (1.69)$$

где  $\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{I}$  – вектор напряженности, характеризующий намагничающие свойства токов, создающих внешнее поле;

$\frac{\vec{B}'}{\mu_0} = \vec{M}$  – вектор намагниченности, характеризующий намагничивающие свойства молекулярных токов ферромагнетика.

**Намагниченность**  $\vec{M}$  есть магнитный момент единицы объема вещества:

$$\vec{M} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{m}}{V}, \quad (1.70)$$

где  $\vec{m}$  – вектор магнитного момента элементарного контура с током (спиновый магнитный момент);  $\vec{m} = i \vec{S}$ , где  $i$  – ток контура, а  $\vec{S}$  – вектор-площадка, ограниченная контуром.

Намагниченность является нелинейной функцией, поэтому напряженность поля  $\vec{H}$  можно представить в виде

$$\vec{B} = \mu_0[\vec{H} + f(H)] = \mu_0\mu_r \vec{H}, \quad (1.71)$$

где  $\mu_r$  – непостоянный коэффициент, зависящий от  $H$  и называемый **относительной магнитной проницаемостью**, и показывающий, во сколько раз магнитное поле в ферромагнетике больше магнитного поля в вакууме при той же напряженности  $H$ . Произведение  $\mu_0\mu_r = \mu_a$  называется **абсолютной магнитной проницаемостью**. В изотропных средах направления  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  совпадают, поэтому для таких сред:

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H}. \quad (1.72)$$

### 1.3.4. Намагничивание и перемагничивание ферромагнитных материалов

Для расчета магнитных цепей необходимо знать зависимость индукции  $B$  в ферромагнитном материале от напряженности поля  $H$ . Эта зависимость  $B(H)$  нелинейная и называется **кривой намагничивания**. Эта зависимость снимается экспериментально на специальных установках, в стандартных условиях. Кривая намагничивания на рис. 1.39 имеет несколько характерных участков. Участок 0–1 почти линейный и соответствует слабому внешнему полю. Участок 1–2 – квадратичный (область Релея). Участок 2–3 близок к линейному и имеет максимальную крутизну (идет основной процесс намагничивания). Участок 3–4 – колено характеристики (окончание процесса намагничивания). Участок 4–5 – область насыщения.

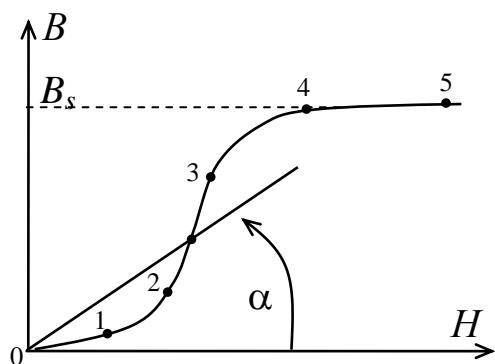


Рис. 1.39. Кривая намагничивания ферромагнитного материала

Индукция  $B_S$  в точке 4 называется *индукцией насыщения*.

По кривой намагничивания определяют:

а) абсолютную и относительную магнитные проницаемости материала в каждой точке кривой

$$\mu_a = \frac{B}{H} = \frac{m_B}{m_H} \operatorname{tg} \alpha, \quad \mu_r = \frac{\mu_a}{\mu_0}; \quad (1.73)$$

б) дифференциальные абсолютную и относительную магнитные проницаемости

$$\mu_{\dot{a}} = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta H}, \quad \mu_{r_{\dot{a}}} = \frac{\mu_a}{\mu_0}; \quad (1.74)$$

в) вебер-амперную характеристику  $\Psi(I)$ , определяя для каждой точки величины тока и потокосцепления  $\Psi$  по следующим соотношениям:

$$I = \frac{H l}{w}, \quad \Psi = B S w, \quad (1.75)$$

где  $l$  – длина средней линии магнитопровода;  $w$  – число витков катушки с током;  $S$  – площадь поперечного сечения магнитопровода.

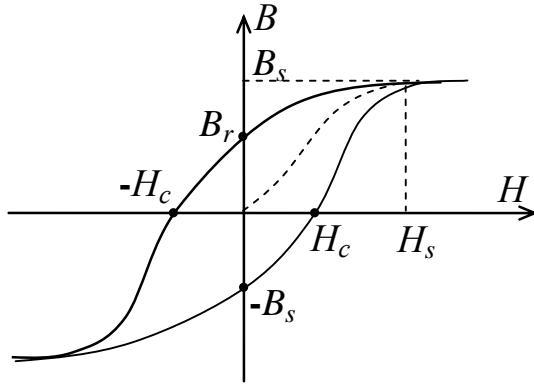
Кривую намагничивания впервые получил А. Г. Столетов в 1871 г.

Кривая намагничивания, снятая для полностью размагниченного магнитопровода, называется *кривой первоначального намагничивания*.

Если после намагничивания уменьшать внешнее магнитное поле  $H$ , то наблюдается гистерезис (рис. 1.40), т. е. процесс размагничивания не пойдет по кривой первоначального намагничивания, и при  $H = 0$  (ток в катушке  $I = 0$ ) индукция  $B$  не будет равной нулю. Если далее увеличивать  $H$  (увеличивать ток  $I$  в катушке, изменив его направление) от 0 до  $H_{\max}$ , затем  $H$  уменьшать до нуля и снова увеличивать до  $H_{\max}$ , то получится замкнутая кривая  $B(H)$ , которая называется *петлей гистерезиса* (гистерезис – отставание).

В данном случае имеет место отставание  $B$  от изменения  $H$ .

При некотором значении  $H_{\max} = H_S$  размеры петли гистерезиса не увеличиваются, при этом условии петля гистерезиса называется *пределной*. Она соответствует магнитному насыщению ферромагнетика. Значение индукции  $B$ , при  $H = 0$  в предельной петле гистерезиса называется *остаточной индукцией*.



*Рис. 1.40. Перемагничивание ферромагнитных материалов  
(петля гистерезиса)*

Для того чтобы размагнитить материал (получить  $B = 0$ ), необходимо ток и соответствующая напряженность поля обратного направления  $H_c$ . Величина  $H_c$  называется **коэрцитивной силой**. Петля гистерезиса дает исчерпывающую характеристику магнитного материала.

### 1.3.5. Закон Ома и законы Кирхгофа для магнитных цепей

К основным законам магнитных цепей относятся первый и второй законы Кирхгофа и закон Ома для магнитных цепей. Кирхгоф и Ом не являются авторами этих законов. Они названы их именами по аналогии с соответствующими законами электрических цепей.

*Первый закон Кирхгофа* гласит: алгебраическая сумма магнитных потоков в узле магнитной цепи равна нулю

$$\sum_{k=1}^m \hat{O}_k = 0, \quad (1.76)$$

где  $m$  – число ветвей магнитной цепи в узле;  $\hat{O}_k$  – поток  $k$ -той ветви, присоединенной к узлу.

Потоки одного направления берут с одним знаком, а другого – с другим знаком. Этот закон является следствием того факта, что магнитный поток через замкнутую поверхность (поверхность, охватывающая узел магнитной цепи) равен нулю (линии магнитного потока замкнуты).

*Второй закон Кирхгофа* гласит: линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура равен полному току этого контура

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H \cos \alpha dl = \sum_{k=1}^n I_k, \quad (1.77)$$

где  $H$  – вектор напряженности магнитного поля в какой-либо точке произвольного контура;  $d\vec{l}$  – вектор элемента длины контура (рис. 1.40).

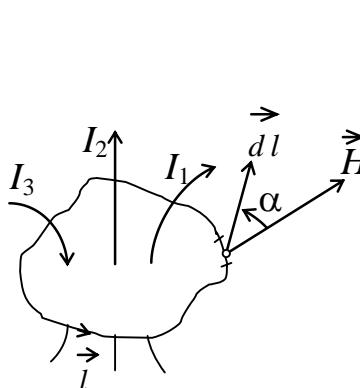


Рис. 1.40. К иллюстрации записи выражения второго закона Кирхгофа для магнитной цепи

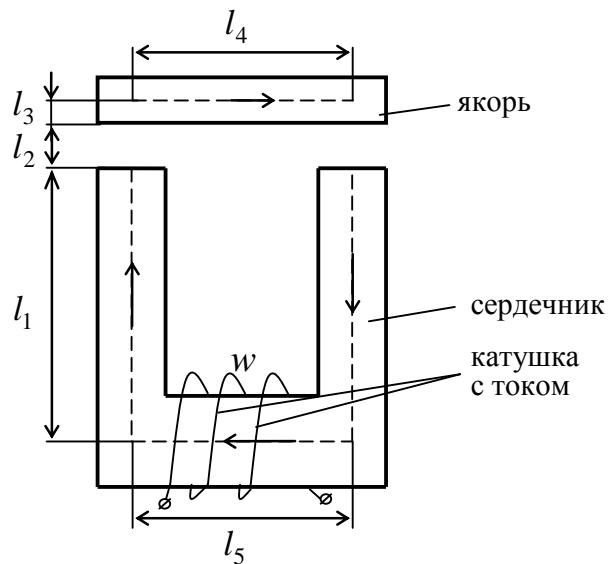


Рис. 1.41. К расчету магнитной цепи

В (1.77) со знаком плюс берутся токи, направление которых связано с направлением обхода контура правилом правого винта. При расчете магнитных цепей контур интегрирования выбирают совпадающим со средней линией в магнитопроводе и разбивают его на участки (рис. 1.41), на каждом из которых векторы  $\vec{H}$  и  $d\vec{l}$  совпадают по направлению ( $\alpha = 0$ ). Если при этом на каждом участке  $H = \text{const}$ , то

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^m H_k l_k = \sum_{k=1}^n I_k, \quad (1.77')$$

где  $n$  – число участков магнитопровода.

Если контур интегрирования охвачен несколькими катушками с током  $I_k$ , число витков в каждой из которых  $w_k$ , то полный ток равен

$$\sum_{k=1}^n w_k I_k. \quad (1.78)$$

С учетом (1.77') и (1.78) второй закон Кирхгофа можно записать в виде

$$\sum_{k=1}^m H_k l_k = \sum_{k=1}^n I_k w_k . \quad (1.79)$$

Произведение  $H l = U_i$  называется **магнитным напряжением**, а  $I w$  – **магнитодвижущей силой**.

**Закон Ома для участка магнитной цепи.** При магнитном напряжении  $U_i$ , приложенном к концам участка  $l_{\text{нð}}$  магнитной цепи, и площади поперечного сечения этого участка  $S$ , связь между  $H$  и  $B$  выражается формулой

$$B = \mu_a H = \mu_0 \mu_r \frac{U_i}{l_{\text{нð}}} . \quad (1.80)$$

Умножив (1.80) на  $S$ , получим

$$\hat{O} = B S = \mu_0 \mu_r \frac{S}{l_{\text{нð}}} U_i = \frac{U_i}{R_i}, \quad (1.81)$$

где  $R_i = \frac{l_{\text{cp}}}{\mu_0 \mu_r S}$  – магнитное сопротивление участка магнитной цепи.

Таким образом, выражение закона Ома для участка магнитной цепи имеет вид

$$\hat{O} = \frac{U_i}{R_i} . \quad (1.82)$$

Сопоставив соответствующие электрические и магнитные величины и законы, можно составить табл. 3.1.

Таблица 3.1

**Таблица соответствия электрических и магнитных величин для электрических и магнитных цепей**

| Магнитная цепь   | Электрическая цепь  |
|--|---|
| $F = I w$ – МДС  | $E$ – ЭДС   |
| $\Phi$ – магнитный поток   | $I$ – электрический ток   |
| $R_i$ – магнитное сопротивление<br>$(R_i = \frac{l_{\text{cp}}}{\mu_a S})$ | $R$ – электрическое сопротивление<br>$(R = \frac{l}{\gamma S})$ , $\gamma = \frac{1}{\rho}$ – удельная проводимость |

| Магнитная цепь   | Электрическая цепь  |
|--|---|
| $\sum_{k=1}^m \hat{O}_k = 0$ – первый закон Кирхгофа                 | $\sum_{k=1}^m I_k = 0$ – первый закон Кирхгофа                    |
| $\sum_{k=1}^m U_{ik} = \sum_{k=1}^n F_k$ – второй закон Кирхгофа     | $\sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^n E_k$ – второй закон Кирхгофа     |
| $\hat{O} = \frac{F}{R_i}$ – закон Ома для участка магнитной цепи     | $I = \frac{E}{R}$ – закон Ома для участка электрической цепи      |
| $\hat{O} = \frac{F}{\sum R_i}$ – закон Ома для полной магнитной цепи | $I = \frac{E}{R_0 + R}$ – закон Ома для полной электрической цепи |

### 1.3.6. Расчет разветвленных магнитных цепей по законам Кирхгофа

Пусть задана несимметричная магнитная цепь с воздушным зазором в правом боковом стержне (рис. 1.42, а).

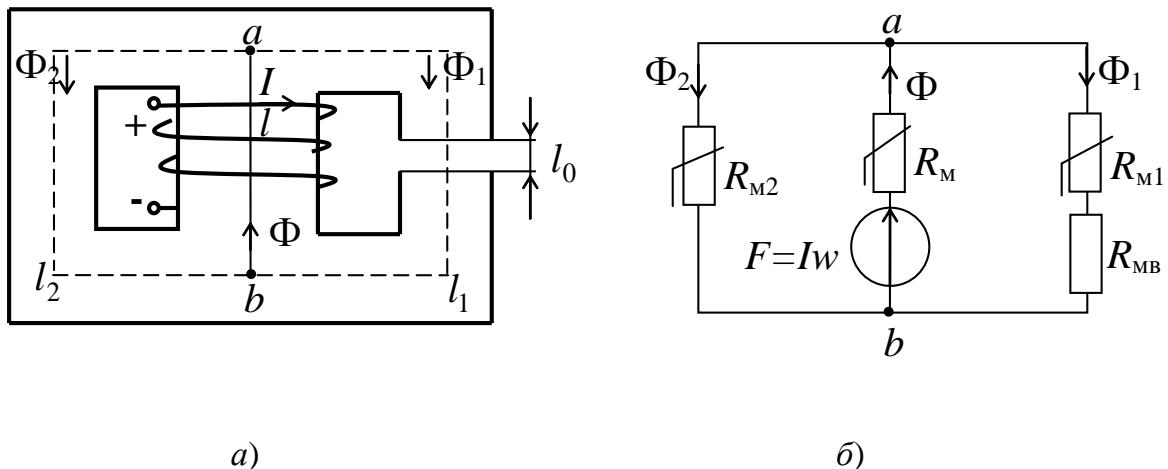


Рис. 1.42. Расчет магнитной цепи:  
а – схема разветвленной магнитной цепи; б – эквивалентная схема

Магнитное состояние этой цепи описывается системой уравнений, составляемых по законам Кирхгофа. Цепь содержит два узла и два независимых контура (рис. 1.42, б). В качестве неизвестных выступают магнитные потоки  $\Phi$ ,  $\hat{O}_1$ ,  $\hat{O}_2$ , либо  $B$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  при заданных

габаритах, характеристиках материала магнитопровода и магнито-движущей силе  $F = Iw$ .

По первому закону Кирхгофа для узла  $a$  имеем уравнение

$$\hat{O} - \hat{O}_1 - \hat{O}_2 = 0.$$

Для правого контура по второму закону Кирхгофа

$$Hl + H_1l_1 + H_{\hat{a}}l_{\hat{a}} = Iw.$$

Для внешнего контура по второму закону Кирхгофа:

$$H_1l_1 + H_{\hat{a}}l_{\hat{a}} - H_2l_2 = 0.$$

Систему уравнений можно переписать в виде

$$\left. \begin{aligned} BS - B_1S_1 - B_2S_2 + 0 \cdot B_{\hat{a}}(H_{\hat{a}}) &= 0; \\ H(B)l + H_1(B_1)l_1 + 0 \cdot H_2(B_2) + H_{\hat{a}}(B_{\hat{a}})l_{\hat{a}} &= Iw; \\ 0 \cdot H(B) + H_1(B_1)l_1 - H_2(B_2)l_2 + H_{\hat{a}}(B_{\hat{a}})l_{\hat{a}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.83)$$

Решают систему (1.83) относительно трех неизвестных  $B$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ , например, графическим методом.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Назовите источники постоянного магнитного поля.
2. Какие величины определяют магнитное поле в вакууме и в магнитном материале, каков их физический смысл и размерность?
3. Приведите классификацию материалов по магнитным свойствам.
4. Как называются величины  $\mu$ ,  $\mu_r$ ,  $\mu_{\hat{a}}$  и что они характеризуют?
5. Приведите формулы связи  $B$  и  $H$  в вакууме и в магнетике.
6. Нарисуйте кривую начального намагничивания и поясните ее практическое значение.
7. Нарисуйте кривую гистерезиса и поясните ее практическое применение.
8. Почему магнитопроводы электрических аппаратов изготавливают из ферромагнитных материалов?
9. Сформулируйте первый закон Кирхгофа для магнитной разветвленной цепи и запишите его в виде формулы.
10. Сформулируйте второй закон Кирхгофа для магнитной цепи (закон полного тока) и запишите его в виде формулы.

11. Сформулируйте и запишите выражение закона Ома для участка магнитной цепи.

12. Что такое магнитное напряжение  $U_i$  и магнитное сопротивление  $R_i$ ?

13. Запишите систему уравнений для расчета магнитной цепи по рис. 1.42, а для случая отсутствия воздушного зазора в правом стержне магнитопровода.

## ГЛАВА 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### 2.1. Линейные электрические цепи однофазного синусоидального тока

#### 2.1.1. Получение синусоидальной ЭДС. Параметры, характеризующие ЭДС

**Переменным током** называется такой электрический ток, который изменяется по величине и направлению во времени. Синусоидальный ток изменяется во времени по синусоидальному закону.

Наибольшее распространение в электроэнергетике получили электрические цепи синусоидального тока.

По сравнению с постоянным током синусоидальный ток имеет ряд преимуществ:

- производство, передача и использование электрической энергии наиболее экономичны при синусоидальном токе;
- в цепях переменного тока можно относительно просто преобразовывать величину напряжения;
- самыми простыми, надежными и экономичными являются электрические двигатели трехфазного синусоидального тока;
- синусоидальные токи широко используются в радиоэлектронике, электротехнологии, в измерительной технике и других областях.

Теория однофазных синусоидальных токов служит базой для изучения более сложных видов токов (трехфазных синусоидальных и других периодических токов).

**Электрическая цепь синусоидального тока** – это электрическая цепь, в которой действуют ЭДС напряжения и токи, изменяющиеся во времени по синусоидальному закону:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad e = E_m \sin(\omega t + \psi_e), \quad (2.1)$$

где  $U_m$ ,  $I_m$ ,  $E_m$  – амплитудные значения напряжения, тока и ЭДС;  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота;  $\omega t + \psi_u$ ,  $\omega t + \psi_i$ ,  $\omega t + \psi_e$  – полные фазовые углы напряжения, тока и ЭДС;  $\psi_u$ ,  $\psi_i$ ,  $\psi_e$  – начальные фазовые углы напряжения, тока и ЭДС.

Впервые генератор и трансформатор синусоидального тока создал П. Н. Яблочков для питания изобретенной им в 1876 г. электрической свечи.

В середине 80-х годов XIX века были разработаны образцы однофазных трансформаторов с замкнутым магнитопроводом (первый патент был получен венгерскими инженерами М. Дери, О. Блати и К. Циперновским).

Следующий решающий шаг в исследовании переменных токов сделал выдающийся русский ученый М. О. Доливо-Добровольский, который разработал все основные элементы системы трехфазного синусоидального тока: генератор, трансформатор, линию передачи и двигатель и продемонстрировал эту систему на Всемирной выставке в Германии в 1891 г.

Для получения синусоидальной ЭДС в настоящее время на электростанциях применяются электромашинные генераторы (синхронные генераторы).

Простейшим генератором синусоидальной ЭДС может служить проводник в виде прямоугольной рамки (рис 2.1, а), вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega = \frac{\Phi}{t}$  в постоянном однородном поле (на рис. 2.1, б показано сечение рамки перпендикулярно оси вращения 0).

Если в момент начала отсчета времени  $t = 0$  рамка находилась под углом  $\psi_e$  к плоскости, перпендикулярной линиям магнитного поля  $B$ , то согласно закону электромагнитной индукции при вращении рамки в каждом ее продольном проводнике (направленном перпендикулярно плоскости рисунка) будет наводиться изменяющаяся ЭДС :

$$e = BlV_i = BlV \sin(\omega t + \psi_e) = E_m \sin(\omega t + \psi_e), \quad (2.2)$$

где  $B$  – магнитная индукция;  $l$  – длина продольного проводника рамки;  $V$  – линейная скорость движения проводника;  $\omega t$  – угол поворота рамки за время  $t$ ;  $E_m = BlV$  – амплитудное значение ЭДС;  $V_n$  – составляющая линейной скорости проводника, перпендикулярная линиям индукции  $B$  магнитного поля.

Следовательно, величина ЭДС  $e$ , наводимая на концах проводников рамки, изменяется во времени по синусоидальному закону (рис. 2.2).

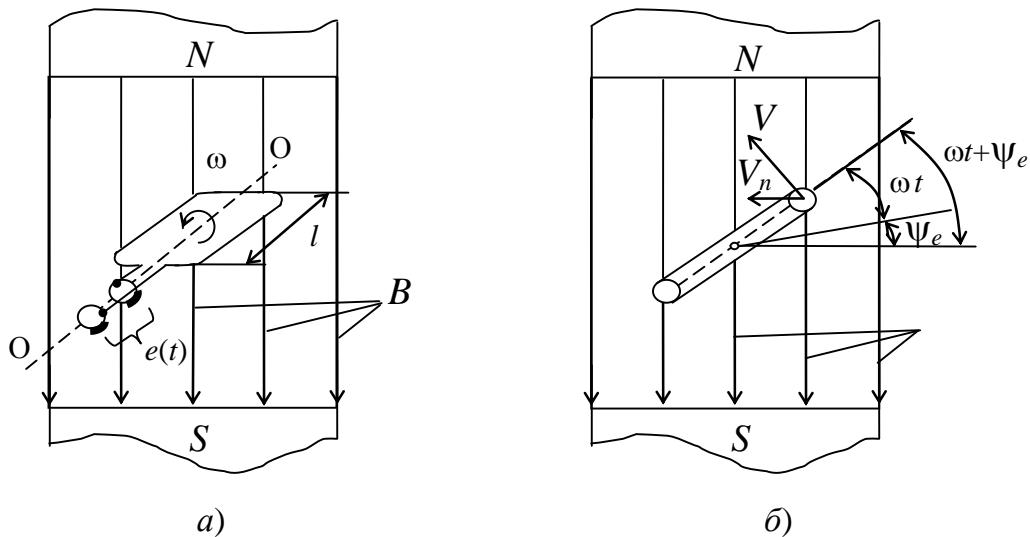


Рис. 2.1. Модель генератора синусоидальной ЭДС

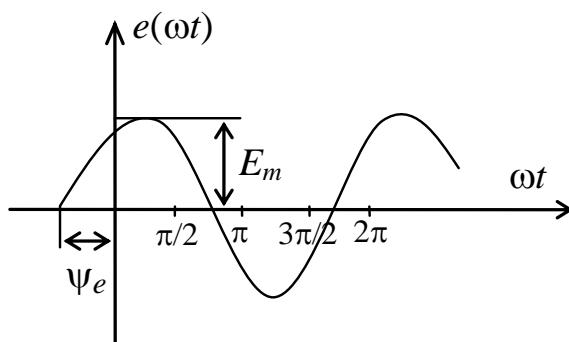


Рис. 2.2. График зависимости ЭДС генератора от угла поворота рамки  $\varphi = \omega t$

Пользуясь правилом правой руки, можно определить направление ЭДС в каждый полупериод.

Под действием такой синусоидальной ЭДС в нагрузке, подключенной к генератору (к рамке), будет протекать синусоидальный ток  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ , а произведение величины тока  $i$  на величину электрического сопротивления нагрузки будет представлять электрическое напряжение на нагрузке  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ .

Величины  $e$ ,  $i$ ,  $u$ , определяющие значения ЭДС, тока и напряжения в каждый рассматриваемый момент времени  $t$ , называются **мгновенными величинами**. Максимальные значения этих величин за время  $T = 2\pi/\omega$  обозначаются  $E_m$ ,  $I_m$ ,  $U_m$  и называются **амплитудными** значениями ЭДС, тока и напряжения.

Аргументы синусоидальных функций  $\omega t + \psi_e$ ,  $\omega t + \psi_i$ ,  $\omega t + \psi_u$  называются **фазовыми углами**, или **фазами ЭДС** тока  $i$  и напряжения  $u$ .

Величины  $\psi_e$ ,  $\psi_i$ ,  $\psi_u$ , равные значениям аргументов соответствующих синусоидальных функций при  $t = 0$ , называются **начальными фазовыми углами**, или **начальными фазами**. Измеряются фазы в радианах или градусах. (Начальные фазы отсчитываются от начала координат до точки перехода синусоидальной функции через нуль к положительному значению.) Величина  $\omega = 2\pi f$ , определяющая скорость изменения аргумента синусоидальной функции, называется **угловой частотой**  $\omega$ , измеряется в рад/с.

Наименьший интервал времени  $T = 2\pi/\omega$ , по истечению которого мгновенные значения синусоидальных функций повторяются, называется **периодом** и измеряется в секундах (с). Величина  $f = 1/T$ , определяющая число полных повторений синусоидальной функции в единицу времени, называется **циклической частотой**. Эта величина измеряется в герцах (Гц).

Величина  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ , равная разности начальных фаз напряжений и тока, называется **сдвигом фаз** между напряжением и током.

Величины  $E$ ,  $U$ ,  $I$  называются **действующими значениями** ЭДС, тока и напряжения и определяются как среднеквадратичные значения этих величин за период времени  $T$ . Наименование «действующее» объясняется тем, что тепловой и силовой эффекты синусоидального тока за период равны тепловому и силовому эффекту постоянного тока, значение которого равно действующему значению синусоидального тока за тот же интервал времени  $T$ .

При синусоидальном токе за период  $T$  в сопротивлении  $R$  выделяется энергия

$$W' = \int_0^T R i^2 dt. \quad (2.3)$$

За это же время  $T$  в таком же сопротивлении  $R$  при протекании постоянного тока  $I$  (равного по величине действующему значению переменного тока) выделится такое же количество энергии

$$W'' = RI^2 T. \quad (2.4)$$

Приравнивая правые части уравнений (2.3) и (2.4), получим

$$\begin{aligned}
I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (I_m \sin \omega t)^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt} = \\
&= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \left( t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right)_0^T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \left( T - \frac{\sin 2\omega T}{4\pi f} \right)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (2.5)
\end{aligned}$$

Аналогично определяются действующие значения ЭДС и напряжения:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 E_m.$$

В паспортах электротехнических устройств синусоидального тока указываются действующие значения напряжений и токов, а большинство приборов, применяемых для измерения синусоидальных напряжений и токов, проградуированы в действующих значениях.

Величины  $E_{\text{ср}}$ ,  $I_{\text{ср}}$ ,  $U_{\text{ср}}$  называются **средними значениями** ЭДС, тока и напряжения, и определяются как средние значения синусоидальных функций за положительный полупериод (когда мгновенные значения положительные):

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i dt = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_m \sin \omega t dt = -2 \frac{I_m}{T \omega} |\cos \omega t|_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m.$$

Аналогично определяются средние значения ЭДС и напряжений

$$\bar{A}_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} E_m = 0,637 E_m, \quad \bar{U}_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} U_m = 0,637 U_m.$$

### 2.1.2. Представление синусоидальных функций в различных формах

**Аналитическое представление.** Синусоидальную функцию можно аналитически задать формулой (2.1). Для расчета электрических цепей такое представление неудобно, т. к. алгебраические действия с тригонометрическими функциями приводят к громоздким вычислениям. Так, сумма синусоидальных токов  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1i})$  и  $i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{2i})$  равна

$$i = i_1 + i_2 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1i}) + I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{2i}) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

где  $I_m = \sqrt{(I_{1m})^2 + (I_{2m})^2 + 2 I_{1m} I_{2m} \cos(\psi_{1i} - \psi_{2i})}$ ;

$$\psi_i = \arctg \frac{I_{1m} \sin \psi_{1i} + I_{2m} \sin \psi_{2i}}{I_{1m} \cos \psi_{1i} + I_{2m} \cos \psi_{2i}}.$$

Графическое представление синусоидальных величин (рис. 2.2) достаточно наглядно, но из-за сложности построения синусоид применяется относительно редко.

Представление вращающимися векторами позволяет наглядно показать количественные и фазовые соотношения в цепях синусоидального тока и широко применяется при объяснении физических процессов и выводе основных соотношений.

На рис. 2.3, *a* представлен радиус-вектор  $I_m$ , вращающийся в плоскости декартовых координат  $XOY$  против часовой стрелки с равномерной угловой скоростью  $\omega$  и поворачивающийся за время  $T$  на угол  $2\pi$ , т. е.  $\omega T = 2\pi$ . Положение радиус-вектора относительно оси  $OX$  в момент начала отсчета времени определяется углом  $\psi_i$ .

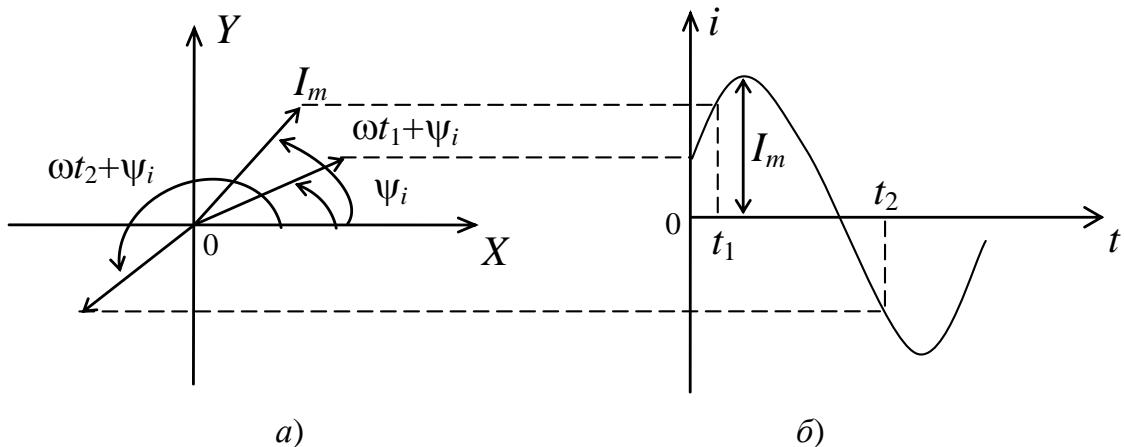


Рис. 2.3. Представление синусоидального тока вращающимся вектором (*а*); график зависимости проекции вектора  $I_m$  на ось ординат от времени (*б*)

За время  $t_1$  радиус-вектор повернется на угол  $\omega t_1$  и его положение относительно оси  $OX$  определится углом  $\omega t_1 + \psi_i$ .

Проекция этого вектора на ось ординат определится выражением

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

т. е. численно равна мгновенному значению функции времени. Эти проекции для каждого момента времени построены на рис. 2.3, б. Таким образом, можно утверждать, что любому равномерно вращающемуся радиус-вектору однозначно соответствует некоторая синусоидальная функция со своей амплитудой и фазой. И наоборот, любая синусоидальная функция времени может быть условно изображена однозначно соответствующим ей радиус-вектором, длина которого равна амплитудному значению синусоиды, а начальное положение относительно оси  $OX$  равно начальной фазе синусоиды.

Как, используя такой графический образ синусоиды, т. е. радиус-вектор, можно производить расчеты цепей переменного тока?

Определим, например,  $i = i_1 + i_2$ , где  $i_1 = I_{1m} \sin \omega t + \psi_{1i}$ ,  $i_2 = I_{2m} \sin \omega t + \psi_{2i}$ .

Как известно, сумма двух синусоид одинаковой частоты  $\omega$  есть также синусоида частоты  $\omega$ , т. е.  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  и, следовательно, задача сводится к нахождению  $I_m$  и  $\psi_i$  суммарного тока. Это сложение векторов представлено на рис. 2.4, где применено правило параллелограмма.

Измерив длину диагонали параллелограмма и зная масштаб тока, можно определить амплитуду тока  $I_m$  в амперах. Непосредственно по чертежу (рис. 2.4) определяется и начальная фаза  $\psi_i$  суммарного тока.

Совокупность радиус-векторов ( $\mathcal{ЭДС} E$ , напряжений  $U$ , токов  $I$ ), изображающих синусоидальные функции времени в общей системе координат, называют **векторной диаграммой**.

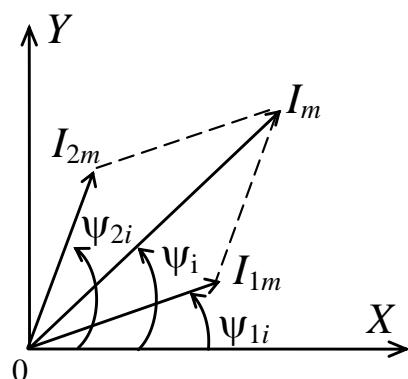


Рис. 2.4. Графическое (векторное) сложение синусоидальных токов одинаковой частоты

В электротехнике векторы изображают не вращающимися, а неподвижными (для момента времени  $t = 0$ ). При этом взаимное положение векторов зависит от углов сдвига фаз между ЭДС  $E$ , током  $I$ , напряжением  $U$ .

Недостатком данного метода представления синусоидальных функций является ограниченная точность.

**Представление при помощи комплексных чисел.** Совместить наглядность, которую дают векторные диаграммы, с возможностью проведения точных математических расчетов можно, воспользовавшись представлением синусоидальных функций времени комплексными числами (символами, изображениями).

Для представления синусоидального тока в комплексной форме перенесем радиус-вектор  $I_m$  из плоскости декартовых координат  $XY$  на плоскость комплексных чисел (рис. 2.5), совмещая ось  $X$  с осью действительных чисел  $Re$  (от фр. слова *Real* – действительный), а ось  $Y$  – с осью мнимых чисел  $I_m$  (от фр. слова *Iminaire* – мнимый). При этом длина вектора  $I_m$  равна амплитуде синусоидального тока, а положение его относительно оси действительных чисел задается углом  $\psi_i$ , равным начальной фазе тока.

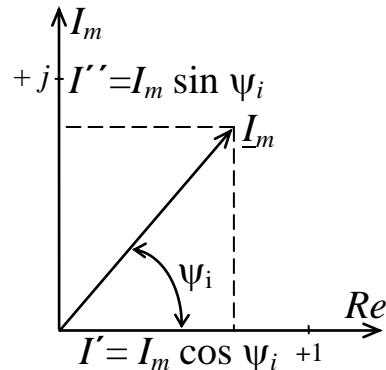


Рис. 2.5. Представление (задание) синусоидального тока в форме комплексного числа

Из рис. 2.5 следует, что вектор тока  $I_m$  как комплексное число может быть записан в алгебраической форме  $I_m = I' + j I''$ , в тригонометрической форме  $I_m = I \cos \psi_i + j I \sin \psi_i$ , в показательной форме  $I_m = I_m e^{j\psi_i}$ .

При записи комплексного тока в показательной форме учтена формула Эйлера  $e^{j\psi_i} = \cos \psi_i + j \sin \psi_i$ ;  $e^{-j\psi_i} = \cos \psi_i - j \sin \psi_i$ .

В электротехнике, в отличие от математики, мнимую единицу  $\sqrt{-1}$  обозначают через  $j$ , т. к. буква  $i$  принята для обозначения мгновенного значения тока.

Переход от алгебраической формы записи к показательной и тригонометрической выполняется по формулам, полученным из рис. 2.5:

$$I = \sqrt{(I')^2 + (I'')^2}; \quad \psi_i = \operatorname{arctg} \frac{I''}{I'} \text{ при } I' > 0;$$

$$\psi_i = \operatorname{arctg} \frac{I''}{I'} + 180^\circ \text{ при } I' < 0. \quad (2.6)$$

Величины  $\underline{E}_m$ ,  $\underline{U}_m$ ,  $\underline{I}_m$  называют **комплексными амплитудами** тока, напряжения и ЭДС, а величины  $\underline{E}$ ,  $\underline{U}$ ,  $\underline{I}$  **комплексными действующими значениями** тока, напряжения и ЭДС или комплексным током  $\underline{I}$ , комплексным напряжением  $\underline{U}$  и комплексной ЭДС  $\underline{E}$ . При этом  $\underline{E} = \underline{E}_m / \sqrt{2}$ ,  $\underline{U} = \underline{U}_m / \sqrt{2}$ ,  $\underline{I} = \underline{I}_m / \sqrt{2}$ .

Выражение  $e^{j\alpha}$  называют **оператором поворота**, т. к. умножение какого-либо вектора  $\underline{A}$  на  $e^{j\alpha}$  равносильно повороту его на комплексной плоскости на угол  $\alpha$ :

$$\underline{A}e^{j\alpha} = A e^{j\Psi_a} e^{j\alpha} = A e^{j(\Psi_a + \alpha)}.$$

Если в частности:  $\alpha = \pi$ , то  $e^{j\pi} = -1$  (поворот на  $180^\circ$ );

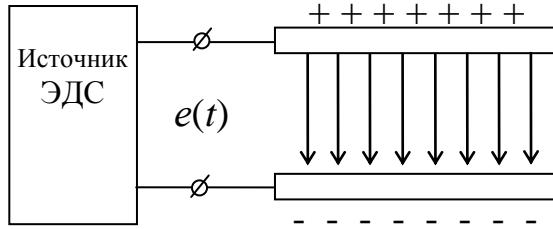
$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \text{ то } e^{j\frac{\pi}{2}} = +j \text{ (поворот на } 90^\circ\text{);}$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{2}, \text{ то } e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \text{ (поворот на } -90^\circ\text{).}$$

Метод расчета электрической цепи синусоидального тока, основанный на изображении синусоидальных функций комплексными числами, получил название **символического** метода расчета.

### 2.1.3. Особенности электромагнитных процессов в цепях переменного тока

Электромагнитные явления в цепях переменного тока более сложны, чем в цепях постоянного тока, т. к. кроме процессов необратимых преобразований электрической энергии в другие виды энергии имеют место сложные явления, происходящие в переменном электромагнитном поле.



*Рис. 2.6. Распределение зарядов на проводниках (обкладках конденсатора), подключенных к выводам источника ЭДС*

Пусть к источнику ЭДС  $e(t)$  на рис. 2.6 подключены два проводника, разделенные диэлектриком. Если разность потенциалов между проводниками изменяется во времени, то в пространстве между проводниками возникает переменное электрическое поле, под действием которого молекулы диэлектрика поляризуются (т. е. периодически изменяются ориентации дипольных молекул в пространстве). Связь между напряжением  $U$ , между проводниками и зарядом  $Q$  на них имеет вид  $Q = CU$ , где коэффициент пропорциональности  $C$  называется **электрической емкостью**, измеряемой в фарадах ( $\Phi$ ).

Линейная связь между напряжением  $U$  и зарядом  $Q$  имеет место только для линейных сред.

При изменении напряжения  $U$  заряды  $Q$  на электродах перераспределяются, что сопровождается их движением, т. е. электрическим током:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du_c}{dt}. \quad (2.7)$$

Пусть два проводника, разделенные диэлектриком (т. е. конденсатор), заряжаются от нулевого напряжения до напряжения  $U$  источника.

Приращение  $dW_y$  энергии электрического поля конденсатора за время  $dt$  составит

$$dW_y = u_c i dt. \quad (2.8)$$

С учетом (2.7) это выражение перепишется в виде

$$dW_y = u_c C (du_c/dt) dt = u_c C du_c. \quad (2.9)$$

Тогда к моменту окончания процесса заряда конденсатора до напряжения  $U$  источника, энергия его электрического поля будет равна

$$W_y = \int_0^U C u_c d u_c = C \int_0^U u_c d u_c = \frac{C u_{\bar{n}}^2}{2} \Big|_0^U = \frac{C U^2}{2} = \frac{Q U}{2}. \quad (2.10)$$

Пусть через катушку индуктивности  $L$  (рис. 2.7) протекает переменный ток  $i$ .



*Рис. 2.7. Схема катушки индуктивности, обтекаемой током*

Из курса физики известно, что изменяющийся электрический ток создает в окружающем его пространстве переменное магнитное поле, которое, в свою очередь, индуцирует в катушке ЭДС **самоиндукции**  $e_L$ . Значение  $e_L$  определяется согласно закону электромагнитной индукции скоростью изменения потокосцепления  $\Psi_L$  катушки с магнитным полем:

$$e_L = -\frac{d\Psi_L}{dt}, \quad (2.11)$$

где  $\Psi_L = \sum_{k=1}^w \hat{\Phi}_k$  – потокосцепление самоиндукции;  $w$  – число витков в катушке;  $\hat{\Phi}_k$  – магнитный поток, равный потоку вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через поверхность  $\vec{S}_{\hat{k}}$ , ограниченной контуром витка:

$$\hat{\Phi}_k = \int_{S_k} \vec{B} d \vec{S}. \quad (2.12)$$

В частности, если все витки пронизываются одним и тем же магнитным потоком, то

$$\Psi_L = w \hat{\Phi}. \quad (2.13)$$

Связь между потокосцеплением  $\psi$  и током  $i$  определяется вебер-амперной характеристикой, которая может быть линейной и нелинейной. Для линейных сред эта связь имеет вид

$$\Psi_L = L i, \quad (2.14)$$

где коэффициент пропорциональности  $L$  называется **индуктивностью катушки** и измеряется в генри (Гн).

Таким образом, выражение (2.11) закона электромагнитной индукции можно записать в виде

$$e_L = -\frac{d \Psi_L}{dt} = -\frac{d \Psi_L}{di} \cdot \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt}. \quad (2.15)$$

Пусть ток в катушке индуктивности, подключенной к источнику постоянного тока, изменяется от нуля до  $I$ .

Прирост энергии  $d W_i$  магнитного поля катушки за время  $dt$  составит

$$d W_i = u_L i dt. \quad (2.16)$$

Так как падение напряжения  $u_L$  на катушке связано с ЭДС самоиндукции  $e_L$  (в соответствии со вторым законом Кирхгофа) соотношением

$$u_L = -e_L = L(d i / d t), \quad (2.17)$$

то

$$d W_i = L \frac{di}{dt} i dt = L i d i. \quad (2.18)$$

Следовательно, к моменту окончания процесса возрастания тока от 0 до  $I$ , энергия, запасенная в магнитном поле катушки, будет равна

$$W_i = \int_0^I L i d i = L \frac{i^2}{2} \Big|_0^I = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Psi I}{2}. \quad (2.19)$$

Таким образом, из рассматриваемых явлений следует, что скорость поступления энергии, т. е. мгновенная мощность  $p = iu$ , запасенная в электротехнических устройствах переменного тока, может измениться и по величине и по знаку, а при анализе переменного тока необходимо учитывать наличие как токов смещения в диэлектриках, так и ЭДС самоиндукции в катушках индуктивности.

Помимо явления самоиндукции в магнитно-связанных контурах или катушках электрической цепи переменного тока имеет место явление взаимной индукции.

Пусть в первой катушке на рис. 2.8 протекает ток  $i_1$ , заданный источником питания.

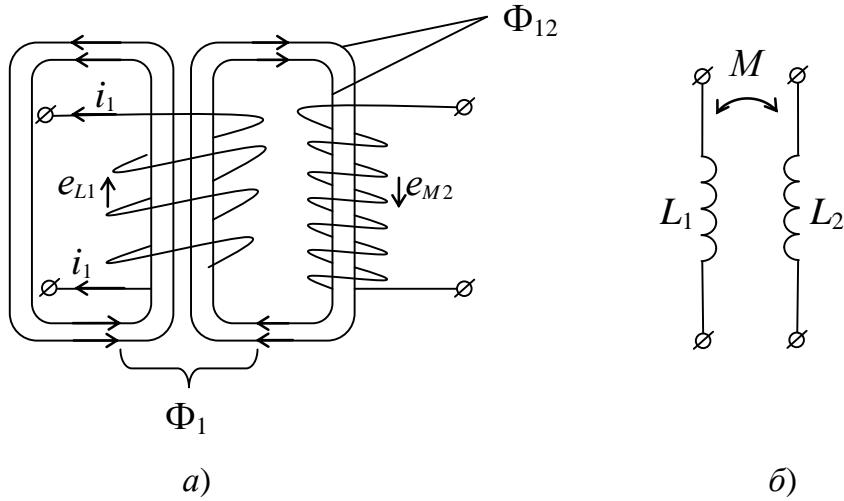


Рис. 2.8. Магнитно-связанные катушки индуктивности (а); обозначение магнитной связи катушек индуктивности на схемах (б)

Ток первой катушки  $i_1$  создает магнитный поток  $\hat{\Phi}_1$ , который пронизывает первую катушку и наводит в ней ЭДС самоиндукции  $e_{L1}$ . Часть потока  $\hat{\Phi}_{12}$  пронизывает витки второй катушки, поэтому из-за изменения потокосцепления  $\Psi_{12}$ , в ней наводится ЭДС  $e_{M2}$ , называемая ЭДС **взаимной индукции**. Если во второй катушке протекает ток  $i_2$ , то он создает свой магнитный поток  $\hat{\Phi}_2$ , индуцирующий в этой катушке ЭДС самоиндукции  $e_{L2}$ . Часть магнитного потока  $\hat{\Phi}_{21}$  пронизывает витки первой катушки, поэтому из-за изменения потокосцепления  $\Psi_{21}$  в первой катушке наводится ЭДС взаимной индукции  $e_{M1}$ .

Установим связь между ЭДС взаимной индукции и токами  $i$ , их вызывающими.

В линейных цепях потоки и потокосцепления пропорциональны токам  $\Psi_{12} = M_{12}i_1$  и  $\Psi_{21} = M_{21}i_2$ , где  $M_{12}$  и  $M_{21}$  – коэффициенты пропорциональности, называемые **взаимной индуктивностью**. Принцип взаимности для линейных систем требует равенства

$$M_{12} = M_{21} = M .$$

Взаимная индуктивность зависит от геометрических размеров связанных магнитно катушек индуктивности, формы и взаимного расположения этих катушек, а также от магнитных свойств окружающей их среды. Единицей взаимной индуктивности, как и индуктивности катушек, является генри ( $\Gamma$ ). На схемах магнитная связь катушек индуктивности показывается по рис. 2.8, б.

По закону электромагнитной индукции ЭДС взаимной индукции равны

$$\left. \begin{aligned} e_{M2} &= -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -\frac{d\Psi_{1i}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}; \\ e_{M1} &= -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -\frac{d\Psi_{2i}}{di_2} \frac{di_2}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Степень магнитной связи характеризуется коэффициентом связи

$$K = \sqrt{\frac{\Psi_{12}\Psi_{21}}{\Psi_1\Psi_2}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}. \quad (2.21)$$

При этом  $\hat{E} < 1$ , т. к.  $\Psi_{12}\Psi_{21} < \Psi_1\Psi_2$ .

Таким образом, при наличии магнитной связи между катушками индуктивности в каждой из них индукируются две ЭДС: ЭДС самоиндукции  $e_L$  и ЭДС взаимной индукции  $e_M$ . Если направления магнитных потоков  $\hat{\Phi}_1$  и  $\hat{\Phi}_{21}$ , пронизывающих первую катушку и соответственно потоков  $\hat{\Phi}_2$  и  $\hat{\Phi}_{12}$ , пронизывающих вторую катушку, совпадают, то такие потоки называют *согласными*, если же направления этих потоков противоположны, то потоки называются *встречными*.

При согласном направлении потоков (при согласном включении катушек индуктивности) ЭДС самоиндукции и взаимной индукции складываются ( $e_L + e_M$ ), при встречном – вычитаются ( $e_L - e_M$ ).

#### **2.1.4. Идеальные элементы схемы замещения электрической цепи синусоидального тока и их условные обозначения**

При расчете электрических цепей переменного тока так же как и при расчете цепей постоянного тока, реальную электрическую цепь заменяют расчетным эквивалентом (схемой замещения) с соблюдением определенных правил и допущений, существенно упрощающих расчеты.

Схемы замещения составляют, применяя в них идеализированные элементы с учетом их условных обозначений (рис. 2.9, Приложение 1).

В качестве источников в схемах замещения применяют идеальный источник ЭДС (рис. 2.9, *г*) и идеальный источник тока (рис. 2.9, *д*).

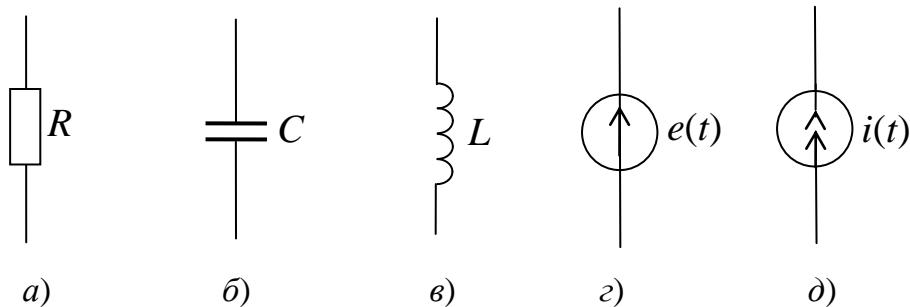


Рис. 2.9. Условные графические обозначения элементов схемы замещения цепи синусоидального тока

**Идеальным источником ЭДС** называется такой источник электрической энергии, амплитуда ЭДС, частота и начальная фаза которого не зависят от тока ( $e$ -элемент).

**Идеальным источником тока** называется такой источник электрической энергии, амплитуда тока, частота и начальная фаза которого не зависят от напряжения на клеммах ( $i$ -элемент).

В качестве приемников в схемах замещения цепей синусоидального тока применяют идеальный резистивный элемент (рис. 2.9, *a*) ( $R$ -элемент), идеальный емкостный элемент ( $C$ -элемент) (рис. 2.9, *b*) и идеальный индуктивный элемент ( $L$ -элемент) (рис. 2.9, *c*).

**$R$ -элемент** характеризуется только электрическим сопротивлением  $R$ , величина которого зависит от частоты и температуры и всегда больше, чем на постоянном токе. В теории линейных электрических цепей считается, что сопротивление  $R$ -элемента не зависит от величины тока  $I$ , т. е. его вольт-амперная характеристика линейная. К идеальным резистивным элементам могут быть отнесены (на промышленной частоте  $f = 50$  Гц) реостаты, большинство электронагревательных приборов, лампы накаливания.

Допущение для  $R$ -элемента состоит в том, что его собственными емкостью и индуктивностью пренебрегают.

**$C$ -элемент** характеризуется электрической емкостью. У такого элемента магнитное поле токов очень мало. Электрическая энергия, теряемая в нем на нагрев диэлектрика, также пренебрежимо мала, поэтому энергетические процессы практически определяются только явлениями, происходящими в электрическом поле.

**$L$ -элемент** характеризуется только величиной индуктивности. Таким элементом является катушка индуктивности, для которой можно пренебречь межвитковой (собственной) емкостью и активным сопротивлением провода катушки  $R_e$ . Электрические процессы в  $L$ -элементе определяются только явлениями, происходящими в магнитном поле.

*e*-элемент характеризуется только величиной ЭДС  $E$ . С высоким приближением таким источником можно считать промышленную электросеть переменного тока. Принято считать, что  $U_m$ ,  $\omega$  и  $\psi_u$  промышленной электросети не зависят от величины тока.

С помощью рассмотренных выше идеальных элементов составляются схемы замещения реальных электрических цепей.

### 2.1.5. Закон Ома и законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока

Закон Ома для мгновенных значений напряжения и тока можно записать для резистивного элемента (*R*-элемента) в виде соотношений (2.22). В цепях, содержащих катушки индуктивности и конденсаторы, при протекании через них синусоидальных токов имеет место сдвиг фаз между током и напряжением, что будет показано в следующих разделах:

$$i = \frac{u}{R}, \quad (u = i R, \quad R = \frac{u}{i}). \quad (2.22)$$

*Первый закон Кирхгофа* для мгновенных значений токов в ветвях имеет следующую формулировку: алгебраическая сумма мгновенных токов в узле равна нулю

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0, \quad (2.23)$$

где  $n$  – число ветвей, соединенных в узле.

Так, для узла, изображенного на рис. 2.10, *a*, по первому закону Кирхгофа

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 + i_5 = 0.$$

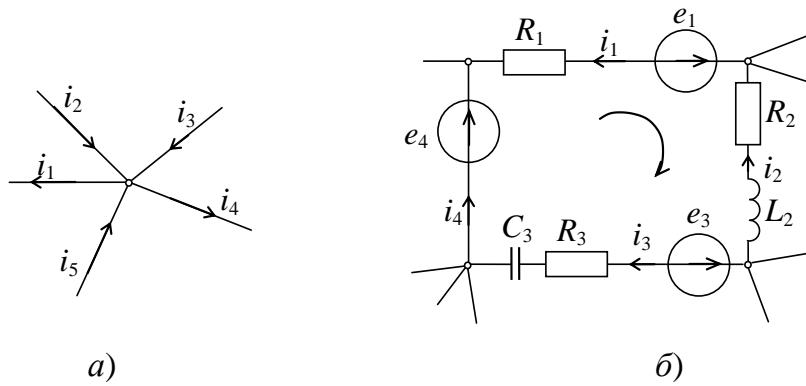


Рис. 2.10. Фрагменты схем электрической цепи синусоидального тока (к иллюстрации записи выражений для первого (*a*) и второго (*b*) законов Кирхгофа)

*Второй закон Кирхгофа* является следствием того факта, что после обхода контура и возвращения в исходную точку должен получиться тот же потенциал. Это положение справедливо для любого момента времени. Отсюда следует формулировка второго закона Кирхгофа для мгновенных значений: алгебраическая сумма напряжений  $u_k$  на резистивных, емкостных и индуктивных элементах контура в данный момент времени равна алгебраической сумме ЭДС  $e_k$ , в том же контуре, в тот же момент времени:

$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^m e_k, \quad (2.24)$$

где  $n$  – суммарное число резистивных, емкостных и индуктивных элементов в контуре;  $m$  – число ЭДС в контуре.

Контур обходят в одном произвольно выбранном направлении, алгебраически суммируя напряжения и ЭДС.

Применительно к контуру, приведенному на рис. 2.10, б, по второму закону Кирхгофа для мгновенных величин

$$-u_{R_1} - u_{R_2} - u_{L_2} + u_{R_3} + u_{C_3} = e_1 - e_3 + e_4,$$

$$\text{где } u_{R_i} = R_i i; u_{L_2} = L_2 \frac{d i_2}{d t}; u_{C_3} = \frac{1}{C_3} \int i_3 d t^*. \quad (2.25)$$

Как показано в параграфе 2.1.2, синусоидальные функции времени можно представить в комплексной форме. Выполнив это преобразование для мгновенных значений токов, напряжений и ЭДС в (2.23) и в (2.24), получим законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока в комплексной форме.

*Первый закон Кирхгофа:* алгебраическая сумма комплексных токов в узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (2.26)$$

*Второй закон Кирхгофа:* алгебраическая сумма комплексных напряжений в контуре равна алгебраической сумме комплексных ЭДС в том же контуре:

\* Выражение для  $u_c$  получено в результате интегрирования соотношения (2.7).

$$\sum_{k=1}^n \underline{U}_k = \sum_{k=1}^m \underline{E}_k . \quad (2.27)$$

Для узла на рис. 2.10, *a* по первому закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$-\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 - \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = 0.$$

Для контура на рис. 2.10, *б* по второму закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$-\underline{U}_{R_1} - \underline{U}_{R_2} - \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{R_3} + \underline{U}_{C_3} = \underline{E}_1 - \underline{E}_3 + \underline{E}_4,$$

где  $\underline{U}_R$ ,  $\underline{U}_L$ ,  $\underline{U}_C$  – комплексные действующие значения напряжений на  $R$ ,  $L$ ,  $C$ -элементах ( $\underline{U}_R = \underline{I}R$ ,  $\underline{U}_L = j\omega L\underline{I}$ ,  $\underline{U}_{\tilde{N}} = \frac{1}{j\omega \tilde{N}}\underline{I}$ );  $\underline{E}_1$ ,  $\underline{E}_3$ ,  $\underline{E}_4$  – комплексные действующие значения ЭДС:  $\underline{E} = Ee^{j\psi_e}$ .

### 2.1.6. Электрическая цепь синусоидального тока с резистивным элементом

Если к резистивному элементу ( $R$ -элементу), представленному на рис. 2.11, *a* приложено синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , то по закону Ома для мгновенных значений

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin(\omega t + \psi_u)}{R}.$$

Из этого выражения следует, что ток изменяется также по синусоидальному закону  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ , где  $U_m/R$  – амплитуда тока. Разделив левую и правую части последнего равенства на  $\sqrt{2}$ , получаем соотношение для действующих значений:

$$I = U / R. \quad (2.28)$$

Начальная фаза  $\psi_u = \psi_i$ , откуда следует, что сдвиг фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$ , т. е. на участке с резистивным  $R$  элементом напряжение и ток совпадают по фазе.

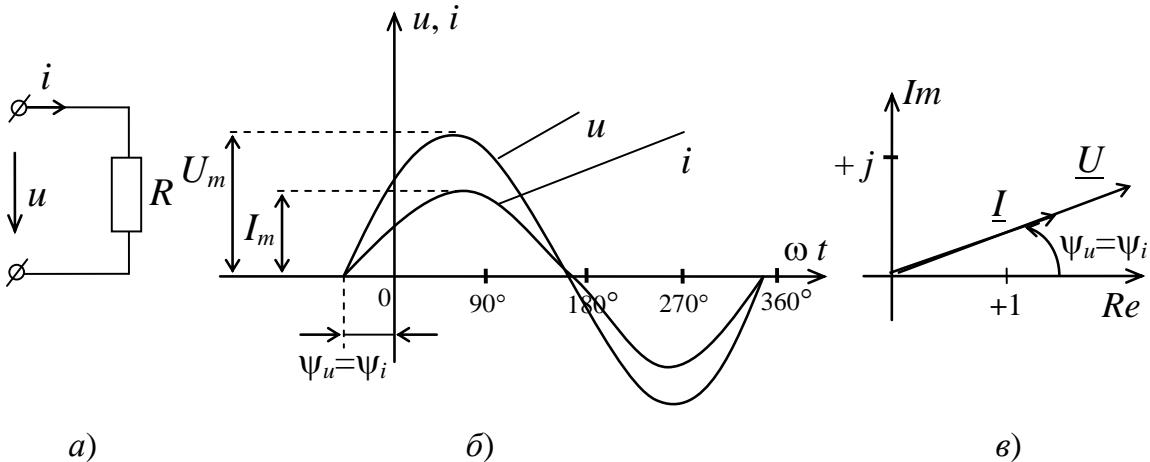


Рис. 2.11. Резистор в цепи синусоидального тока:

*a* – схема включения; *б* – временные диаграммы; *в* – векторная диаграмма

График мгновенных значений и векторная диаграмма приведены на рис. 2.11, *б*, *в*. Заменив мгновенные значения *u* и *i* комплексными выражениями в показательной форме

$$\underline{U} = U e^{j\psi_u} \quad \text{и} \quad \underline{I} = I e^{j\psi_i},$$

и разделив  $\underline{U}$  на  $\underline{I}$ , получим

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = R e^{j0} = R.$$

Отсюда следует закон Ома в комплексной форме для участка цепи с резистивным сопротивлением  $R$ :

$$\underline{I} = \underline{U} / R \quad (\underline{U} = R \underline{I}, \quad R = \underline{U} / \underline{I}). \quad (2.29)$$

### 2.1.7. Электрическая цепь синусоидального тока с индуктивным элементом

Если к индуктивному элементу ( $L$ -элементу) на рис. 2.12, *а* подключить источник синусоидального тока  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ , то потокосцепление  $\Psi = L i = L I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \Psi_m \sin(\omega t + \psi_\Psi)$ , где  $\Psi_m = L I_m$ ,  $\psi_\Psi = \psi_i$  и, следовательно, ток и потокосцепление совпадают по фазе.

Изменяющееся потокосцепление наводит в катушке ЭДС самоиндукции  $e_L = -d\Psi/dt = -L di/dt = -L\omega I_m \cos(\omega t + \psi_i)$ , или

$e_L = E_{Lm} \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right)$ , где  $E_{Lm} = \omega L I_m$ , т. е. ЭДС также синусоидальна и отстает на  $\pi/2$  от тока.

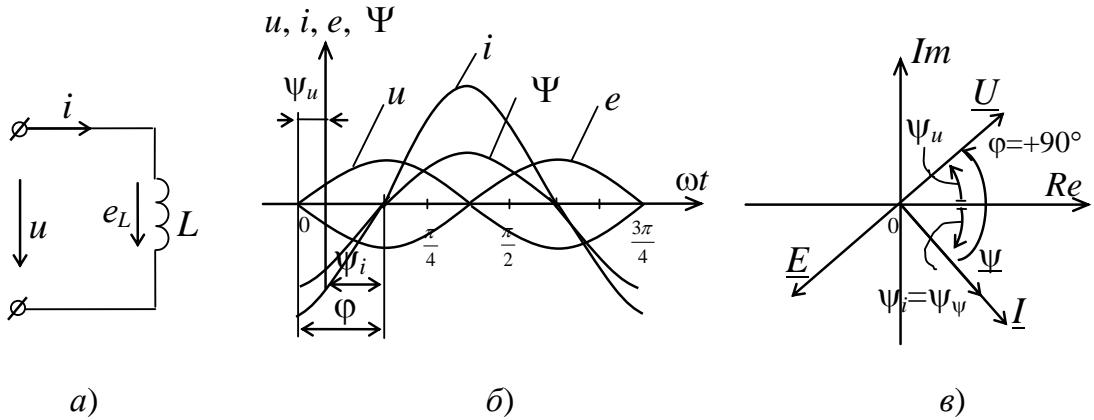


Рис. 2.12. Индуктивность в цепи синусоидального тока:  
а – схема включения; б – временные диаграммы; в – векторная диаграмма

Напряжение на индуктивном элементе

$$u = -e_L = L d i / d t = \omega L I_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right), \text{ или}$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

где  $U_m = \omega L I_m$ , т. е. напряжение на индуктивном элементе синусоидально и опережает ток по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ , т. е.  $\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2}$ .

Разделив  $U_m$  и  $I_m$  на  $\sqrt{2}$ , получим связь между действующими значениями напряжения  $U$ , и тока  $I$  для индуктивного элемента

$$I = \frac{U}{\omega L}, (U = \omega L I, \omega L = \frac{U}{I}). \quad (2.30)$$

Величину  $\omega L$  в (2.30), имеющую размерность Ом ( $[\omega L] = \frac{1}{C} \cdot \frac{BC}{A} = \text{Ом}$ ), обозначают  $X_L$  и называют **индуктивным сопротивлением**.

График мгновенных значений  $i$ ,  $\Psi$ ,  $e$ ,  $u$  и векторная диаграмма приведены на рис. 2.12, б, в.

Заменим мгновенные значения напряжения  $u$  и тока  $i$  их комплексными выражениями в показательной форме и разделим комплексное напряжение на комплексный ток:

$$\underline{U} = U e^{j\psi_u} \text{ и } \underline{I} = I e^{j\psi_i},$$

$$\underline{U} / \underline{I} = X_L I e^{j(\psi_i + \pi/2)} / I e^{j\psi_i} = X_L e^{j\pi/2} = j X_L.$$

Следовательно, закон Ома в комплексной форме для индуктивного элемента имеет вид

$$\underline{I} = \underline{U} / j X_L, (\underline{U} = j X_L \underline{I}, j X_L = \underline{U} / \underline{I}). \quad (2.31)$$

### 2.1.8. Электрическая цепь синусоидального тока с емкостным элементом

Если к емкостному элементу на рис. 2.13, *a* приложено синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , то ток заряда-разряда емкости

$$i = C(d u / d t) = \omega C U_m \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2).$$

Таким образом, ток на участке цепи с емкостным элементом при синусоидальном напряжении также синусоидальный:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Амплитуда тока  $I_m = \omega C U_m$ , а его действующее значение  $I = \omega C U$ . Множитель  $\omega C$  имеет размерность проводимости:

$$([\omega C] = (1/C) \text{ Кл/В} = (1/C)(A C)/B = A/B = \text{См}).$$

Величину, обратную  $\omega C$ , обозначают  $X_C = 1/\omega C$  и называют **емкостным сопротивлением**. Физически это означает, что ток заряда-разряда конденсатора не может быть неограниченно большим.

Начальная фаза тока  $\psi_i = \psi_u + \pi/2$  и, следовательно, разность фаз между напряжением и током

$$\Phi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ.$$

Графики мгновенных значений  $u$ ,  $i$  и векторная диаграмма для комплексных величин напряжения и тока приведены на рис. 2.13, *b*, *c*.

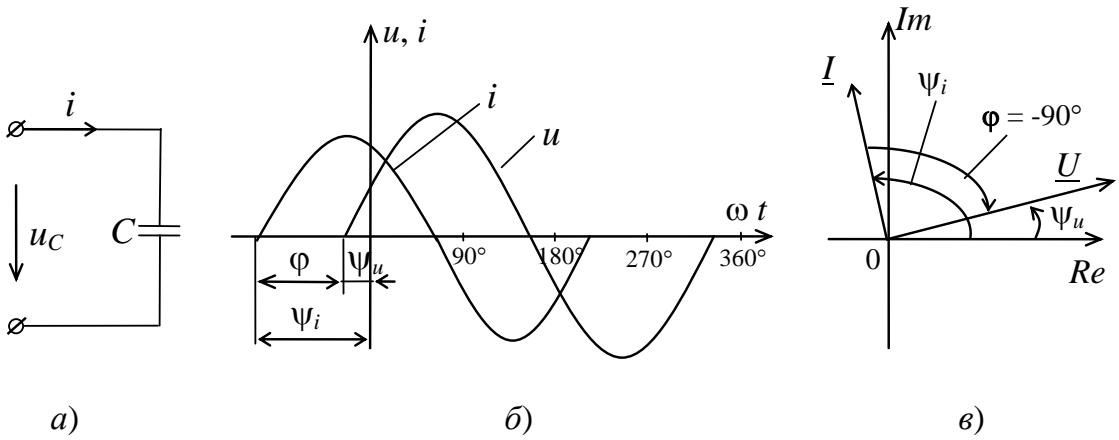


Рис. 2.13. Емкость в цепи синусоидального тока:

*а* – схема включения; *б* – временные диаграммы; *в* – векторная диаграмма

Заменим мгновенные значения напряжения и тока их комплексными выражениями в показательной форме и разделим напряжение  $\underline{U}$  на ток  $\underline{I}$ :

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = X_C e^{-j90} = -j X_C.$$

Следовательно, закон Ома в комплексной форме для емкостного элемента имеет вид

$$\underline{I} = \underline{U} / (-j X_C), (\underline{U} = -j X_C \underline{I}, -j X_C = \underline{U} / \underline{I}). \quad (2.32)$$

### 2.1.9. Электрическая цепь синусоидального тока при последовательном соединении RLC-элементов

Если к участку с последовательным соединением RLC-элементов на рис. 2.14, *a* приложено синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , то и ток в цепи будет синусоидальный  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ .

На каждом из элементов будет напряжение  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$ , причем по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений

$$u = u_R + u_L + u_C.$$

Заменив мгновенные значения напряжений их комплексными выражениями, получим

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C. \quad (2.33)$$

Поскольку ранее было получено, что

$$\underline{U}_R = R \underline{I}, \quad \underline{U}_L = j X_L \underline{I}, \quad \underline{U}_C = -j X_C \underline{I},$$

то выражение (2.33) можно переписать в виде

$$U = R \underline{I} + j X_L \underline{I} - j X_C \underline{I}. \quad (2.34)$$

Решая (2.34) относительно  $\underline{I}$ , получим закон Ома в комплексной форме для цепи (рис. 2.14, *a*):

$$\underline{I} = \underline{U} / [R + j(X_L - X_C)]. \quad (2.35)$$

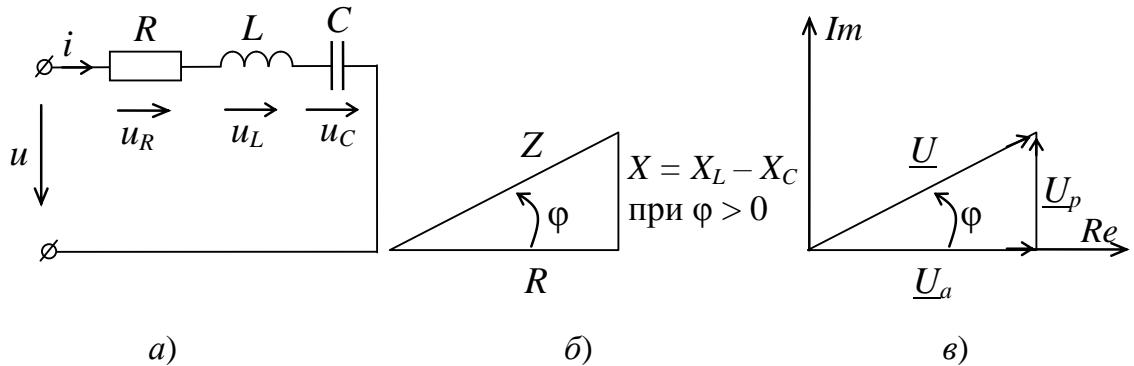


Рис. 2.14. Последовательное соединение  $RLC$ -элементов

в цепи синусоидального тока:

- a* – схема цепи;
- б* – треугольник сопротивлений;
- в* – треугольник напряжений

Знаменатель в (2.35) обозначают через

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) \quad (2.36)$$

и называют **комплексным сопротивлением**, а  $X_L - X_C = X$  называют **реактивным сопротивлением**.

Представим  $\underline{Z}$  в показательной форме:

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}, \quad (2.37)$$

где

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (2.38)$$

– модуль комплексного сопротивления, который называют **полным сопротивлением**;

$$\varphi = \arctg((X_L - X_C)/R) \quad (2.39)$$

– аргумент комплексного сопротивления.

Выразив  $\underline{Z}$  через  $\underline{U}$  и  $\underline{I}$  из закона Ома (2.35) и представив  $\underline{U}$  и  $\underline{I}$  в показательной форме, получим

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)}. \quad (2.40)$$

Из (2.37) и (2.40) получим

$$Z = U / I, \quad (2.41)$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \quad (2.42)$$

Из (2.35)–(2.42) можно сделать следующие выводы:

1. Действующее (или амплитудное) значение тока в цепи с последовательным соединением  $RLC$ -элементов прямо пропорционально действующему (или амплитудному) значению напряжения и обратно пропорционально полному сопротивлению цепи  $Z$  (2.41).

2. Угол сдвига фаз  $\varphi$  между напряжением и током равен аргументу комплексного сопротивления (2.37).

Знак угла  $\varphi$  определяется знаком реактивного сопротивления  $X$  (2.39). Если  $X_L > X_C$ , то сопротивление цепи на рис. 2.14, *a* имеет активно-индуктивный характер, т. е. ток по фазе отстает от напряжения на угол  $0 < \varphi < 90^\circ$ .

Если  $X_L < X_C$ , то сопротивление цепи на рис. 2.14, *a* имеет активно-емкостный характер, т. е. ток по фазе опережает напряжение на входе цепи на угол  $0 > \varphi > -90^\circ$ .

Если  $X_L = X_C$ , то сопротивление цепи на рис. 2.14, *a* имеет чисто активный характер, а разность фаз между током в цепи и напряжением на входе цепи  $\varphi = 0$ .

Режим электрической цепи с последовательным соединением  $RLC$ -элементов, при котором разность фаз  $\varphi$  между током в цепи и напряжением на входе цепи равна нулю, называют **резонансом напряжений**.

Для удобства запоминания формул (2.38) и (2.39) строят треугольник сопротивлений (рис. 2.14, *б*), из которого эти формулы легко получаются.

Треугольнику сопротивлений (рис. 2.14, *б*) можно сопоставить треугольник напряжений (рис. 2.14, *в*), катеты которого называют активной  $U_{\text{а}}$  и реактивной  $U_{\delta}$  составляющими общего напряжения  $U$  на входе цепи. При этом

$$U_{\text{а}} = IR, \quad U_{\delta} = IX. \quad (2.43)$$

Из рис. 2.14, в следует, что модуль общего напряжения  $U$  и модуль напряжения на отдельных элементах схемы связаны соотношением

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}, \quad (2.44)$$

а угол сдвига фаз  $\varphi$  между напряжением на входе цепи и током в цепи

$$\varphi = \arctg((U_L - U_C)/U_R). \quad (2.45)$$

На рис. 2.15 показаны векторные диаграммы цепи (рис. 2.14, а) для трех случаев:  $X_L > X_C$ ,  $X_L < X_C$ ,  $X_L = X_C$ .

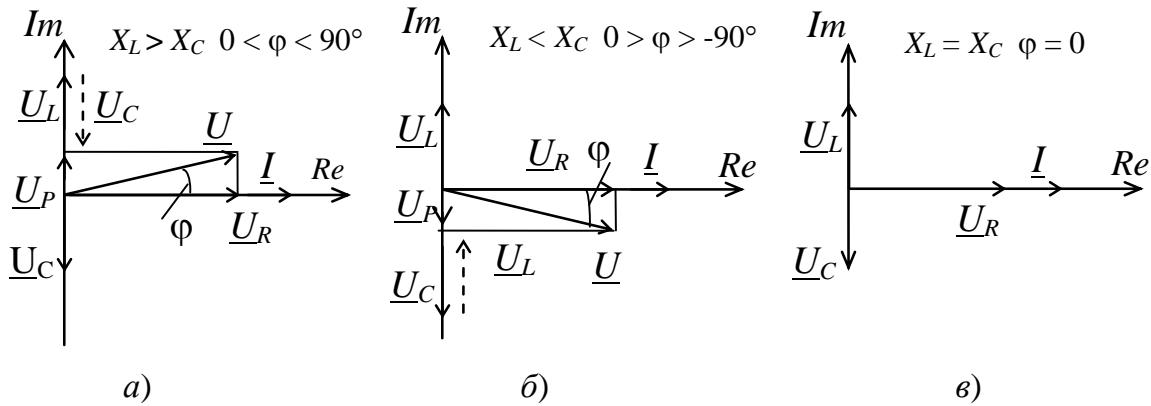


Рис. 2.15. Векторные диаграммы цепи синусоидального тока с последовательным соединением RLC-элементов:

$$a - X_L > X_C; \quad b - X_L < X_C; \quad c - X_L = X_C$$

Диаграммы строятся в соответствии со вторым законом Кирхгофа (2.33). Начальная фаза тока для этой цепи принята равной нулю  $\psi_i = 0$ .

Резонанс напряжений цепи на рис. 2.14, а можно получить тремя способами:

- изменением частоты  $\omega$  напряжения питания при неизменных параметрах RLC-элементов;
- изменением индуктивности  $L$  катушки индуктивности при фиксированной частоте  $\omega$  и  $C$ ;
- изменением емкости  $C$  конденсатора при фиксированных  $\omega$  и  $L$ .

При  $\varphi = 0$  из (2.39) следует, что  $X_L = X_C$ . Так как  $X_L = \omega L$  и  $X_C = 1/\omega C$ , то при резонансе

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0. \quad (2.46)$$

Сопротивления реактивных элементов на резонансной частоте  $\omega_0$  равны между собой

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (2.47)$$

и называются *характеристическим сопротивлением последовательной электрической цепи*.

Отношение характеристического сопротивления  $\rho$  к активному сопротивлению  $R$  последовательной цепи называется *добротностью*:

$$Q = \rho / R. \quad (2.48)$$

Рассмотрим характерные особенности режима резонанса напряжений:

1. Так как  $\varphi = 0$ , то  $\cos \varphi = 1$  и суммарное сопротивление цепи рис. 2.14, *a* активное, т. е. полное сопротивление при резонансе равно активному сопротивлению

$$Z_{\text{акт}} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R, \quad (2.49)$$

и минимально при заданном  $R$ .

2. Ток  $I_{\text{акт}} = U / Z_{\text{акт}} = U / R$  максимален, что позволяет обнаружить режим резонанса при изменении  $\omega$ ,  $L$  или  $C$  и что может служить причиной перегрева элементов цепи и вывода их из строя.

3. Напряжения на отдельных участках цепи на рис. 2.14, *a* при резонансе равны

$$\left. \begin{aligned} U_R &= RI_{\text{акт}} = U; \\ U_L &= X_L I_{\text{акт}} = \omega_0 L \frac{U}{R} = \frac{\rho}{R} U = QU; \\ U_C &= X_C I_{\text{акт}} = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{U}{R} = \frac{\rho}{R} U = QU. \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

Если  $X_C = X_L > R$ , то  $U_L = U_C = UQ > U_R$ , т. е. напряжение на участках с реактивными элементами в  $Q$  раз больше, чем напряжение питания. Это свойство увеличения напряжения является важнейшей особенностью резонанса напряжения и широко используется в технике.

Вместе с тем значительное повышение напряжений на реактивных элементах при резонансе может привести к пробою изоляции и опасно для обслуживающего персонала.

Зависимости параметров цепи на рис. 2.14, *a* от частоты  $\omega$  (рис. 2.16, *a*, *b*) называют **частотными характеристиками**.

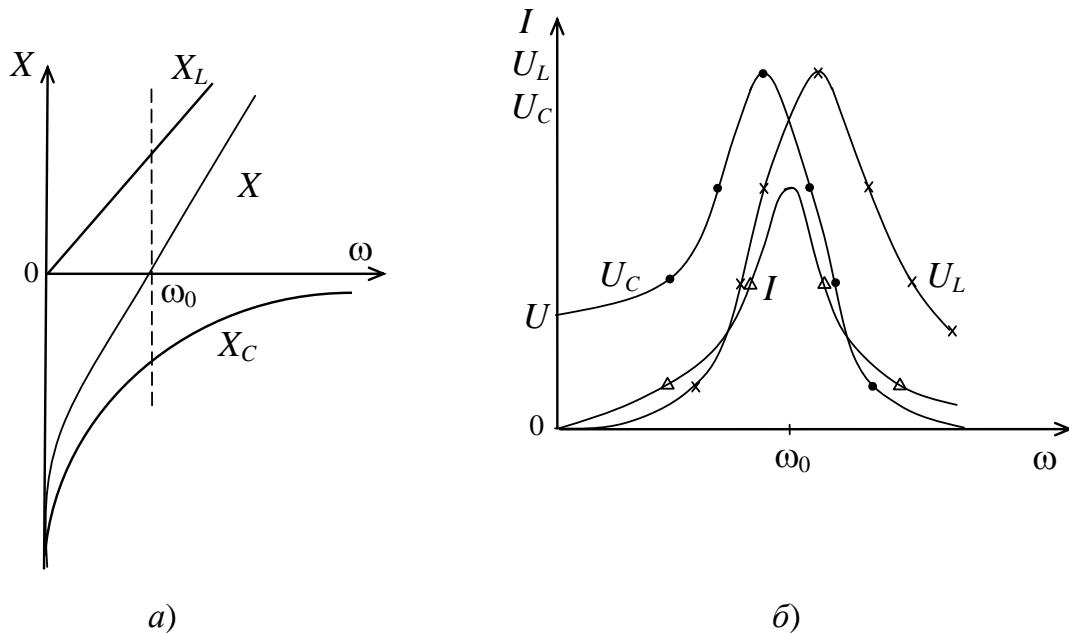


Рис. 2.16. Частотные характеристики цепи синусоидального тока с последовательным соединением RLC-элементов

Частотные характеристики основных величин цепи  $U_L$ ,  $U_C$ ,  $I$  на рис. 2.16, *б* называют резонансными кривыми.

### 2.1.10. Электрическая цепь синусоидального тока при параллельном соединении элементов

Рассмотрим электрическую цепь на рис. 2.17, *а*, состоящую из двух параллельных ветвей. Пусть эта электрическая цепь присоединена к источнику синусоидального напряжения

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u).$$

Определим ток  $i(t)$  в неразветвленной части цепи через заданные параметры  $R_1$ ,  $L$ ,  $R_2$ ,  $C$ .

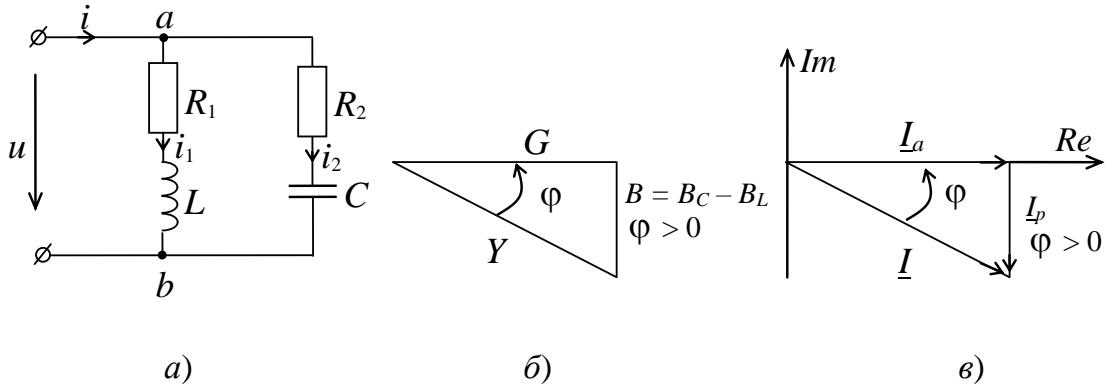


Рис. 2.17. Параллельное соединение RLC-элементов в цепи синусоидального тока:

*a* – схема цепи; *б* – треугольник проводимостей; *в* – треугольник токов

Для узла «*a*» первый закон Кирхгофа для мгновенных токов имеет вид

$$i = i_1 + i_2,$$

а для комплексных токов

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2. \quad (2.51)$$

Выразим слагаемые (2.51) через напряжение  $\underline{U}$  на входе цепи по закону Ома в комплексной форме:

$$\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z}; \quad \underline{I}_1 = \underline{U}/\underline{Z}_1; \quad \underline{I}_2 = \underline{U}/\underline{Z}_2, \quad (2.52)$$

где

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L; \quad \underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C}; \quad \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \quad (2.53)$$

– комплексные сопротивления отдельных ветвей и всей цепи.

Подставив (2.52) в (2.51), получим

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \underline{U} \left( \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \right) = \underline{U} \frac{1}{\underline{Z}}. \quad (2.54)$$

Величину  $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$ , обратную комплексному сопротивлению  $\underline{Z}$ , называют **комплексной проводимостью**. Действительную часть комплексной проводимости обозначают буквой *G* и называют **активной проводимостью**. Мнимую часть комплексной проводимости обозначают буквой *B* и называют **реактивной проводимостью**.

Так как  $\underline{Z} = R + jX$ , то  $\underline{Y} = 1/\underline{Z} = 1/(R + jX) = (R - jX)/Z^2 = R/Z^2 - jX/Z^2$  и, следовательно,

$$G = R/Z^2, \quad B = X/Z^2, \quad Y = G - jB. \quad (2.55)$$

С учетом введенной комплексной проводимости выражение для тока  $I$  в неразветвленной части цепи на рис. 2.17, *a* можно записать в виде

$$I = \underline{U}/\underline{Z} = \underline{U}(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2) = \underline{U}\underline{Y}, \quad (2.56)$$

где  $\underline{Y}$  – эквивалентная комплексная проводимость всей цепи:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2. \quad (2.57)$$

Выражение (2.56) представляет собой запись закона Ома через комплексную проводимость. Записав  $\underline{Z}$  в показательной форме, можно представить комплексную проводимость в виде

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Y e^{-j\varphi}, \quad (2.58)$$

где  $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$  – модуль или полная проводимость цепи;  $\varphi = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{B_L - B_C}{G}$  – аргумент комплексной проводимости.

При этом учтено, что

$$B = B_L - B_C = \frac{X_L}{Z_1^2} - \frac{X_C}{Z_2^2},$$

где  $B_L = \frac{X_L}{Z_1^2}$  – индуктивная проводимость;  $B_C = \frac{X_C}{Z_2^2}$  – емкостная проводимость.  $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}$  – полное сопротивление первой ветви;  $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$  – полное сопротивление второй ветви.

Поскольку из (2.56) следует, что

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I e^{j\psi i}}{U e^{j\psi u}} = \frac{I}{U} e^{-j(\psi u - \psi i)} = Y^{-j\varphi},$$

то очевидно, что  $Y = I/U$  – полная проводимость, а аргумент комплексной проводимости равен углу сдвига фаз  $\varphi$  между напряжением и током с обратным знаком:  $\arg Y = -\varphi$ .

Приведенные выше формулы легко получаются из треугольника проводимостей (рис. 2.17, б).

Из (2.54) следует, что

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \quad \text{или} \quad \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}. \quad (2.59)$$

Формула (2.59) аналогична формуле (1.22) для цепи постоянного тока.

Из (2.57) следует, что

$$\underline{Y} = G - jB = \frac{R_1 - j\omega L}{Z_1^2} + \frac{R_2 + j\frac{1}{\omega C}}{Z_2^2} = \frac{R_1}{Z_1^2} + \frac{R_2}{Z_2^2} - j \left( \frac{\omega L}{Z_1^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{Z_2^2} \right)$$

$$\text{или } G = G_1 + G_2, \quad B = B_L - B_C.$$

Следовательно,

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_L - B_C)^2} \quad (2.60)$$

– полная проводимость цепи (рис. 2.17, а);

$$-\varphi = -\arctg \left( \frac{B_L - B_C}{G_1 + G_2} \right) \quad (2.61)$$

– аргумент полной проводимости.

Треугольнику проводимостей на рис. 2.17, б можно сопоставить треугольник токов на рис. 2.17, в.

Из рис. 2.17 следует, что

$$I_a = I \cos \varphi, \quad I_p = I \sin \varphi.$$

Так как  $I = U/Z$ ;  $\cos \varphi = R/Z$ ;  $\sin \varphi = X/Z$ , то

$$I_a = \frac{U}{Z} \cdot \frac{R}{Z} = U \frac{R}{Z^2} = U G; \quad I_p = \frac{U}{Z} \cdot \frac{X}{Z} = U \frac{X}{Z^2} = U B. \quad (2.62)$$

Векторные диаграммы токов и напряжений для цепи на рис. 2.17, *a* приведены на рис. 2.18. Они строятся на основе первого закона Кирхгофа. Начальная фаза комплексного напряжения на входе цепи принимается равной нулю.

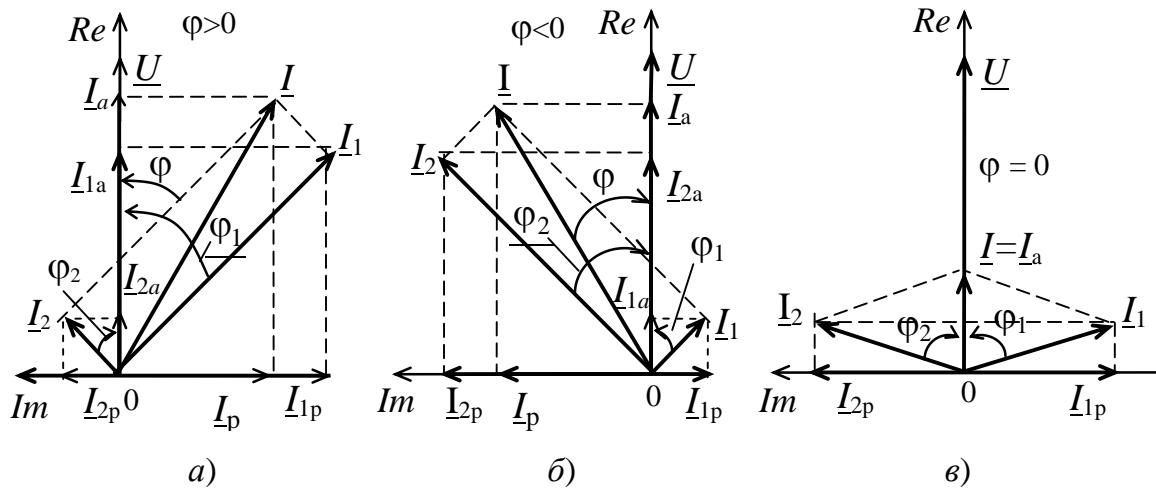


Рис. 2.18. Векторные диаграммы цепи синусоидального тока с параллельным соединением RLC-элементов:

$$a - I_{1p} > I_{2p}; \delta - I_{1p} < I_{2p}; v - I_{1p} = I_{2p}$$

Так как сопротивление первой ветви на рис. 2.17, *a* активно-индуктивное, то ток  $I_1$  отстает от напряжения  $\underline{U}$  на угол  $\varphi_1 = \arctg(X_L / R_1)$ . Ток  $I_2$  второй ветви опережает напряжение  $\underline{U}$  на угол  $\varphi_2 = \arctg(X_C / R_2)$ . Вектор  $I$  в неразветвленном участке цепи определяется по первому закону Кирхгофа либо по правилу параллелограмма.

Рисунку 2.18, *a* отвечает случай, когда  $I_{1p} > I_{2p}$ , поэтому вектор  $I$  отстает от  $\underline{U}$  на угол  $\varphi$ . Для этого случая говорят, что цепь имеет индуктивный характер.

Рисунку 2.18, *б* отвечает случай, когда  $I_{1p} < I_{2p}$ , когда цепь имеет емкостный характер, а ток  $I$  опережает по фазе напряжение  $\underline{U}$ .

Из рис. 2.18, *в* следует, что возможен случай, когда между током  $I$  и напряжением  $\underline{U}$  нет сдвига по фазе ( $\varphi = 0$ ).

Режим работы электрической цепи с параллельным соединением RLC-элементов, при котором ток  $I$  в неразветвленной части цепи совпадает по фазе с напряжением  $\underline{U}$  на входе цепи, называют **резонансом токов**.

Резонансу токов отвечает равенство модулей реактивных составляющих токов в параллельных ветвях:

$$I_{1p} = I_{2p}. \quad (2.63)$$

Так как  $I_{1p} = B_L U$  и  $I_{2p} = B_C U$ , то условие резонанса токов можно записать в виде

$$B_L = B_C, \quad (2.64)$$

т. е. в режиме резонанса токов равны модули реактивных проводимостей ветвей электрической цепи, содержащие параллельно включенные индуктивные и емкостные элементы.

К соотношению (2.64) можно прийти из определения резонанса токов ( $\phi = 0$ ) с учетом (2.61):

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{B_L - B_C}{G_1 + G_2} = 0 \quad \text{или} \quad B_L = B_C.$$

Так как  $B_L = \frac{\omega'_0 L}{R_1^2 + (\omega'_0 L)^2}$  и  $B_C = \frac{1}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega'_0 C}\right)^2}$ , то для определения резонансной частоты  $\omega'_0$  получаем соотношение

$$\frac{\omega'_0 L}{R_1^2 + (\omega'_0 L)^2} = \frac{\frac{1}{\omega'_0 C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega'_0 C}\right)^2},$$

или

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}} = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}, \quad (2.65)$$

где  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  – характеристическое сопротивление.

Из (2.65) следует ряд выводов:

1. Резонансная частота  $\omega'_0$  при резонансе токов зависит не только от параметров реактивных элементов  $L$  и  $C$ , но и от активных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ .

2. Резонанс токов возможен, если сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  или оба больше  $\rho$ , или оба меньше  $\rho$ . В данном случае подкоренное выражение в (2.65) положительное, в противном случае – резонанс токов невозможен ( $\omega'_0$  – мнимая величина).

3. Если  $R_1 = R_2 = \rho$ , то резонансная частота  $\omega'_0$  имеет неопределенное значение ( $\omega'_0 = 0/0$ ), что означает существование резонанса при любой частоте.

4. При  $R_1$  и  $R_2 \ll \rho$ ,  $\omega'_0 \approx \omega_0$ , т. е. резонансная частота при резонансе токов рассчитывается также, как и при резонансе напряжений.

Рассмотрим характерные особенности режима резонанса токов:

1. Так как  $\varphi = 0$ ,  $\cos \varphi = 1$  и общее сопротивление цепи активное, то полная проводимость цепи равна активной проводимости и минимальна

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_L - B_C)^2} = G_1 + G_2 = G_{\text{y}\hat{\text{e}}\hat{\text{a}}}.$$

Сопротивление цепи при этом активное и максимальное.

2. Ток в неразветвленной части цепи имеет минимальное значение  $I = U G_{\text{y}\hat{\text{e}}\hat{\text{a}}}$ , что позволяет обнаруживать резонанс токов в цепи при изменении  $\omega$  или  $L$  и  $C$ .

3. Активные и реактивные составляющие токов равны:  $I_{1a} = G_1 U$ ;  $I_{2a} = G_2 U$ ;  $I_{1p} = B_L U$ ;  $I_{2p} = B_C U$ ;  $I_a = I_{1a} + I_{2a}$ . Так как  $B_L = B_C$ , то  $I_{1p} = I_{2p}$  и, следовательно,  $I_p = 0$ . Ток в неразветвленной части цепи равен активной составляющей тока:

$$I = \sqrt{I_{\text{a}}^2 + (I_{1p} - I_{2p})^2} = I_{\text{a}}.$$

Величина тока в ветвях  $I_1 = \sqrt{G_1^2 + B_L^2} U$ ;  $I_2 = \sqrt{G_2^2 + B_C^2} U$ . Если  $B_L \gg G_1$  и  $B_C \gg G_2$  (т. е.  $X_L \gg R_1$  и  $X_C \gg R_2$ ), то  $I_{1p} \gg I_{1a}$ ,  $I_{2p} \gg I_{2a}$  и  $I_1 \gg I$ ,  $I_2 \gg I$ , т. е. токи в ветвях значительно превышают ток в неразветвленной части цепи.

При  $R_1 = R_2 = R \ll X_L = X_C$

$$\frac{I_1}{I} = \frac{I_2}{I} = \frac{B_L U}{G_{\text{year}} U} = \frac{\frac{X_L}{(R_1^2 + X_L^2)}}{\frac{R_1}{(R_1^2 + X_L^2)} + \frac{R_2}{(R_2^2 + X_C^2)}} \approx \frac{\frac{1}{X_L}}{\frac{R_1}{X_L^2} + \frac{R_2}{X_C^2}} = \frac{X_L}{R_1 + R_2} = \frac{\rho}{R} = Q.$$

### Вопросы для самоконтроля

1. Запишите выражения для индуктивного и емкостного сопротивлений.
2. Запишите выражения для индуктивного и емкостного сопротивлений в комплексной форме.
3. Запишите формулу для комплексного сопротивления участка цепи с последовательным соединением  $RLC$ -элементов в алгебраической и показательной формах.
4. Запишите выражение закона Ома в комплексной форме для участка цепи с сопротивлением  $Z$ , и в обобщенной форме (с учетом заданной разности потенциалов  $\underline{\Phi}_a - \underline{\Phi}_b$  на концах участка).
5. Поясните порядок построения векторной диаграммы при последовательном соединении  $RLC$ -элементов.
6. Как определить разность фаз между напряжением  $\underline{U}_{ab}$  и током  $I_{ab}$  выделенной ветви  $ab$  разветвленной цепи синусоидального тока?
7. В цепь синусоидального тока частотой  $f = 50$  Гц, напряжением  $U = 220$  В последовательно включены катушка с активным сопротивлением  $R = 24$  Ом и индуктивностью  $L = 76,43$  мГн и конденсатор емкостью  $C = 398,1$  мкФ. Определите ток в цепи  $I$ , угол сдвига фаз  $\phi$  между напряжением и током, напряжение на катушке  $\underline{U}_{\hat{e}}$  и на конденсаторе  $\underline{U}_c$ . Постройте векторную диаграмму.
8. В цепь синусоидального тока частотой  $f = 50$  Гц последовательно включены резистор  $R$  и конденсатор  $C$ . В цепь включены приборы, измеряющие действующие значения. Вольтметр показывает напряжение  $U = 380$  В на входе цепи, амперметр показывает ток  $I = 2$  А в цепи, а фазометр – измеренное значение разности фаз между  $U$  и  $I$ ,  $\phi = -45^\circ$ . Определите параметры  $R$  и  $C$ . Начертите векторную диаграмму.

9. Запишите формулу для комплексной проводимости и поясните, что понимают под активной и реактивной проводимостями.

10. Объясните, как найти угол сдвига фаз между напряжением и током в ветви, зная ее комплексную проводимость.

11. Запишите закон Ома в комплексной форме через комплексную проводимость участка цепи.

12. Запишите формулу для расчета комплексного сопротивления двух параллельно соединенных ветвей с комплексными сопротивлениями  $Z_1$  и  $Z_2$ .

13. Запишите выражения для комплексного сопротивления  $Z_{\text{y}} \hat{\text{e}} \hat{\text{a}}$  и комплексной проводимости  $Y_{\text{y}} \hat{\text{e}} \hat{\text{a}}$  электрической цепи (рис. 2.19, а).

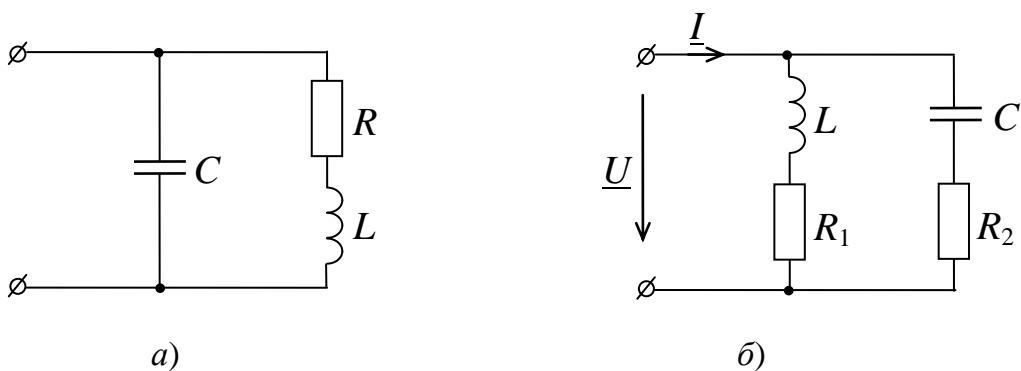


Рис. 2.19

14. Для цепи синусоидального тока на рис. 2.19, б известны параметры  $R_1$ ,  $L$ ,  $R_2$ ,  $C$  и напряжение  $U_C$  на конденсаторе. Составьте формулы для расчета тока  $I$  и угла сдвига фаз  $\phi$  между  $U$  и  $I$ .

15. Объясните, в каких электрических цепях, и при каких условиях возможен резонанс напряжения (резонанс тока).

16. Объясните, почему при резонансе напряжений ток в цепи максимальен.

17. Напряжение на входе цепи на рис 2.14, а  $U = 220$  В. Катушка имеет активное сопротивление  $R = 22$  Ом и индуктивность  $L = 100$  мГн. Определите емкость  $C$ , при которой в цепи будет иметь место резонанс напряжений, и величину  $U_C$  при частотах  $f_1 = 50$  Гц,  $f_2 = 1000$  Гц.

18. Начертите векторную диаграмму при резонансе токов в параллельном контуре, если в одну ветвь включена катушка индуктивности с параметрами  $L$  и  $R$ , а в другую – конденсатор емкостью  $C$ .

### 2.1.11. Мощности в цепи синусоидального тока

**Мгновенная мощность.** Под мгновенной мощностью понимается произведение мгновенных значений напряжения  $u(t)$  и тока  $i(t)$ , т. е.

$$p(t) = u(t)i(t). \quad (2.66)$$

Пусть  $i = I_m \sin(\omega t)$  и  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , тогда разность фаз  $\varphi$  между напряжением и током  $\varphi = \psi_u - \psi_i = \psi_u$  и выражение (2.66) можно записать в виде

$$p = U_m I_m \sin(\omega t) \sin(\omega t + \varphi) = \frac{U_m I_m}{2} (\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)),$$

или

$$p = U I (\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)). \quad (2.67)$$

График мгновенного значения  $u(t)$ ,  $i(t)$  и  $p(t)$  приведен на рис. 2.20.

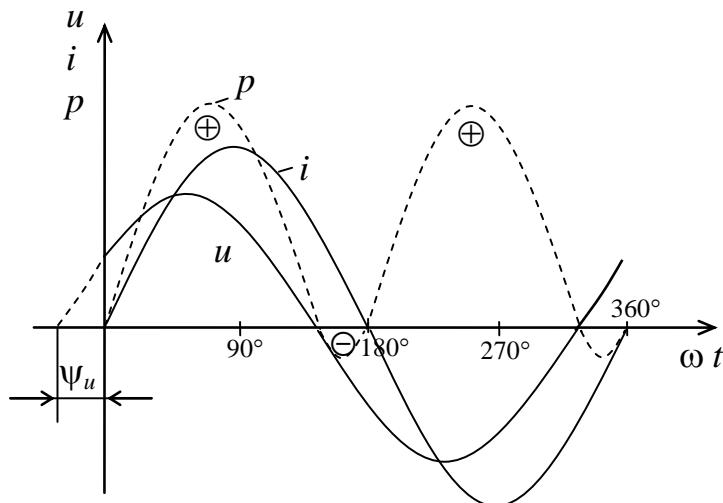


Рис. 2.20. Графики мгновенных величин  $p(t)$ ,  $u(t)$  и  $i(t)$

Из (2.67) следует, что мгновенная мощность состоит из постоянной составляющей  $UI \cos \varphi$  (независима от времени  $t$ ) и переменной составляющей  $UI \cos(2\omega t + \varphi)$ , изменяющейся по косинусоидальному закону с удвоенной частотой  $2\omega$ .

На рис. 2.20 кривая  $p(t)$  несимметрична относительно оси абсцисс (смещена вверх), что обусловлено наличием постоянной составляющей мощности.

Мгновенная мощность положительна ( $p > 0$ ), когда  $u$  и  $i$  имеют одинаковые знаки, и отрицательна ( $p < 0$ ), когда знаки разные. Положительная мощность означает, что в данный участок электрической цепи поступает энергия, а отрицательная – что участок отдает энергию.

Если участок содержит активное сопротивление  $R$ , то среднее значение мгновенной мощности – положительная величина, т. к. на участке есть необратимые преобразования энергии. В предельных случаях (участок без потерь) сдвиг фаз между напряжением и током  $\phi$  равен  $+90^\circ$  или  $-90^\circ$  и среднее значение мгновенной мощности равно 0.

Рассмотрим электрическую цепь (рис. 2.21) с последовательным соединением  $RLC$ -элементов. Мгновенная мощность цепи

$$p = u i = u_R i + u_L i + u_C i = p_R + p_L + p_C.$$

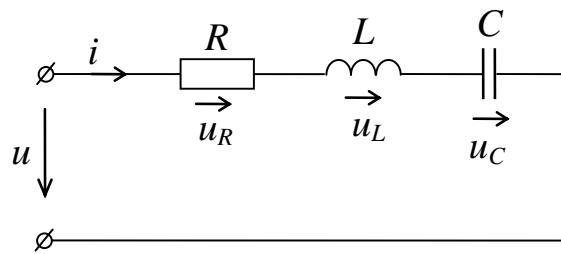


Рис. 2.21. Цепь синусоидального тока с последовательным соединением  $RLC$ -элементов (к определению мгновенных мощностей  $RLC$ -элементов)

Начальную фазу тока примем равной 0 ( $\psi_i = 0$ ). При этом  $\psi_u = \phi$ . Мгновенные напряжения на отдельных элементах цепи равны  $u_R = I_m R \sin(\omega t)$ ;  $u_L = I_m \omega L \sin(\omega t + 90^\circ)$ ;  $u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ)$ . Тогда мгновенные мощности равны

$$p_R = u_R i = U_{Rm} \sin(\omega t) I_m \sin(\omega t) = U_{Rm} I_m \sin^2 \omega t = U I (1 - \cos 2\omega t) \cos \phi;$$

$$p_L = u_L i = U_{Lm} \sin(\omega t + 90^\circ) I_m \sin(\omega t) = U_{Lm} I_m \sin \omega t \cos \omega t = U_L I \sin 2\omega t;$$

$$\begin{aligned} p_C &= u_C i = U_{Cm} \sin(\omega t - 90^\circ) I_m \sin(\omega t) = -U_{Cm} I_m \sin \omega t \cos \omega t = \\ &= -U_C I \sin 2\omega t. \end{aligned}$$

Мгновенная мощность  $R$ -элемента имеет 2 составляющие: постоянную  $UI \cos \varphi$  и переменную  $UI \cos 2\omega t = UI \cos 2\omega t \cos \varphi$ , изменяющуюся по косинусоидальному закону с частотой  $2\omega$ .

Мгновенные мощности реактивных элементов  $p_L$  и  $p_C$  переменные, изменяющиеся по синусоидальному закону с частотой  $2\omega$ , причем для индуктивности и емкости они имеют противоположные знаки.

Суммарная мгновенная мощность реактивных элементов

$$p_p = p_L + p_C = (U_L - U_C) I \sin 2\omega t = U_p I \sin 2\omega t = UI \sin \varphi \sin 2\omega t. \quad (2.68)$$

Суммарная мгновенная мощность всей цепи (рис. 2.21):

$$\begin{aligned} p = p_R + p_L + p_C &= UI \cos \varphi - UI \cos \varphi \cos 2\omega t + UI \sin \varphi \sin 2\omega t = \\ &= UI \cos \varphi - UI \cos (2\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (2.69)$$

**Активная мощность.** Найдем мощность необратимых преобразований электрической энергии на участке цепи за период  $T$ :

$$D_{\text{акт}} = D = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi, \quad (2.70)$$

где  $p$  – выражение (2.69). При интегрировании учтено, что среднее значение гармонической функции двойной частоты за период равно нулю.

Из (2.70) следует, что *среднее за период значение мгновенной мощности* зависит от угла сдвига фаз  $\varphi$  между напряжением на входе цепи и током в цепи и не равно нулю, если участок цепи имеет активное сопротивление. Эта величина (2.70) называется *активной мощностью* и обозначается буквой  $P$ .

Из (2.70) можно получить производные формулы для расчета активной мощности участка цепи с сопротивлением  $Z$ :

$$P = UI \cos \varphi = U_a I = I^2 Z \cos \varphi = R I^2 = G U^2. \quad (2.71)$$

Активная мощность измеряется в ваттах.

**Реактивная мощность.** Мгновенная мощность реактивных элементов  $p_{\delta} = p_L + p_C$  в среднем за период равна нулю, но в течение четверти периода она положительна, что физически означает накопление энергии в магнитном поле катушки или в электрическом поле конденсатора, а в течение следующей четверти периода – отрица-

тельная, что соответствует обратному процессу передачи энергии источнику электрической энергии. Таким образом, имеет место процесс колебания энергии, но необратимых преобразований энергии нет.

Мощность колеблющейся энергии, в отличие от активной, называется **реактивной** и обозначается буквой  $Q$ . Количественно ее характеризуют амплитудным значением мгновенной мощности реактивных элементов цепи, и как следует из (2.68)

$$Q = U I \sin \varphi. \quad (2.72)$$

Единицу реактивной мощности называют вольт-ампер-реактивный (вар).

Для индуктивного элемента  $Q_L = U I > 0$ , т. к.  $\sin 90^\circ = 1$ , а для емкостного  $Q_C = -U I$ , т. к.  $\sin (-90^\circ) = -1$ .

Если индуктивный и емкостный элементы соединить последовательно, то  $Q = Q_L - Q_C$ .

Из основной формулы реактивной мощности (2.72) можно получить производные формулы

$$Q = U I \sin \varphi = U_P I = I^2 Z \sin \varphi = I^2 X = B U^2. \quad (2.73)$$

**Полная мощность.** Кроме активной и реактивной мощности цепь синусоидального тока характеризуется полной мощностью, обозначаемой буквой  $S$ .

Под **полной мощностью** понимается максимально возможное значение активной мощности при заданных значениях  $U$  и  $I$ . Очевидно, что максимальной активной мощности цепи отвечает сдвиг фаз  $\varphi = 0$  и, следовательно,

$$S = U I. \quad (2.74)$$

Единице полной мощности присвоено название вольт-ампер (ВА).

Полная мощность указывается в паспорте электрических аппаратов переменного тока, называется **номинальной**  $S_{\text{f}}$  и определяется как произведение  $U_{\text{f}}$  на  $I_{\text{f}}$ :

$$S_{\text{f}} = U_{\text{f}} I_{\text{f}}.$$

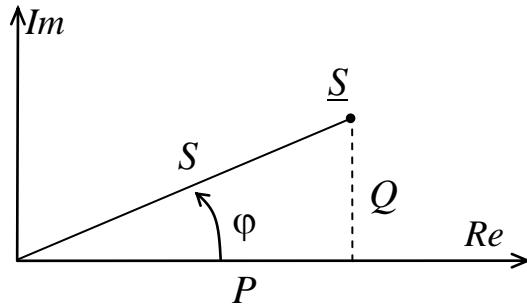
Из (2.70), (2.72) и (2.74) можно указать связь между мощностями

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.75)$$

Можно также выразить угол сдвига фаз между напряжением и током через активную  $P$  и реактивную  $Q$  мощности

$$\varphi = \arctg Q/P. \quad (2.76)$$

Для облегчения запоминания всех формул, связанных с мощностями, строится треугольник мощностей (рис. 2.22).



*Rис. 2.22.* Представление мощности в комплексной форме.  
Треугольник мощностей

**Мощность в комплексной форме.** Пусть  $\underline{U} = U e^{j\Psi_u}$  и  $\underline{I} = I e^{j\Psi_i}$ .

Рассмотрим комплексное соотношение:  $\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$ , где  $\underline{I}^*$  – сопряженный комплекс тока.  $\underline{I}^* = I e^{-j\Psi_i}$ , тогда

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = U e^{j\Psi_u} I e^{-j\Psi_i} = U I e^{j(\Psi_u - \Psi_i)} = U I e^{j\varphi} = S e^{j\varphi}. \quad (2.77)$$

Воспользовавшись формулой Эйлера, получим

$$\underline{S} = U I \cos \varphi + j U I \sin \varphi = P + j Q. \quad (2.78)$$

Таким образом,  $\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = P + j Q$ , где  $P = \operatorname{Re} \underline{S} = \operatorname{Re} (\underline{U} \underline{I}^*)$ ,  $Q = \operatorname{Im} \underline{S} = \operatorname{Im} (\underline{U} \underline{I}^*)$ .

**Баланс мощностей.** Из закона сохранения энергии следует, что активная мощность всех источников цепи равна активной мощности всех приемников, т. е.

$$\sum P_{\text{ен}} = \sum P_{\text{ид}} = \sum R I^2. \quad (2.79)$$

Можно показать, что алгебраическая сумма реактивных мощностей всех источников равна алгебраической сумме реактивных мощностей всех приемников, т. е.

$$\sum Q_{\text{ен}} = \sum Q_{\text{ид}} = \sum X I^2 . \quad (2.80)$$

Так как равны активные и реактивные мощности источников и приемников, то равны и их полные мощности:

$$\sum S_{\text{ен}} = \sum S_{\text{ид}} . \quad (2.81)$$

Приведенные равенства называются уравнениями баланса мощностей.

В комплексной форме уравнение баланса мощностей имеет вид

$$\sum_{k=1}^n S_{k\text{ен}} = \sum_{k=1}^m S_{k\text{ид}} , \quad (2.82)$$

где  $n$  – число источников в цепи;  $m$  – число приемников в цепи;  $S_{k\text{ен}} = U_{k\text{ен}} I_{k\text{ен}}^*$  – мощность  $k$ -го источника;  $S_{k\text{ид}} = U_{k\text{ид}} I_{k\text{ид}}^* = I_{k\text{ид}}^2 Z_k$  – мощность  $k$ -го приемника;  $Z_k = R_k + jX_k$  – комплексное сопротивление  $k$ -той ветви электрической цепи.

**Коэффициент мощности. Способы повышения коэффициента мощности.** Коэффициентом мощности называют отношение активной мощности  $P$  к полной мощности  $S$ :

$$\lambda = \cos \varphi = P / S . \quad (2.83)$$

Коэффициент мощности показывает, какая часть электрической энергии необратимо преобразуется в другие виды энергии, и, в частности, используется на выполнение полезной работы.

Заводом-изготовителем предусматривается номинальный режим эксплуатации электрических аппаратов. Например, электрический генератор энергетически и экономически выгодно эксплуатировать так, чтобы совершаемая им работа, т. е. вырабатываемая электрическая энергия, была максимальной.

Поскольку совершаемая в электрической цепи работа определяется активной мощностью  $P$ , то нужно стремиться обеспечить такой режим работы генератора или другого электрического аппарата, при котором активная мощность была бы максимальной.

При заданном значении полной мощности  $S_1 = U_1 I_1$  активная мощность принимает максимальное значение при  $\lambda = \cos \varphi = 1$ ,  $P = P_{\max} = S_1 \cos \varphi = S_1$ .

Именно в режиме максимальной активной мощности ток  $I$  и напряжение  $U$  совпадают по фазе ( $\varphi = 0$ ), при этом реактивная мощность  $Q = U I \sin \varphi = 0$  и, следовательно, генератор осуществляет только необратимые преобразования энергии и не участвует в колебательных процессах обмена энергией с приемниками.

Для повышения коэффициента мощности и, следовательно, для повышения экономических показателей системы электроснабжения предприятий применяются способы, которые сводятся либо к уменьшению реактивной мощности  $Q_L$ , либо к компенсации  $Q_L$  мощностью  $Q_C$  (противоположного знака). В первом случае стараются избегать работы электрооборудования на холостом ходу или с недогрузкой, не устанавливать оборудование со значительной реактивной мощностью  $Q_L$ , а во втором – устанавливают батареи конденсаторов, либо применяют синхронные двигатели, позволяющие регулировать реактивную мощность и даже вырабатывать реактивную мощность  $Q_C$  для того, чтобы она компенсировала в сети мощность  $Q_L$ .

### **2.1.12. Расчет линейных цепей однофазного синусоидального тока в символьической форме**

Все методы расчета цепей постоянного тока применимы в символьической (комплексной) форме к расчету цепей синусоидального тока. При этом в любом из методов на начальном этапе размечают схему (узлы, токи в ветвях, контурные токи в независимых контурах) и, определив комплексные сопротивления ветвей по исходным данным, от исходной схемы переходят к комплексному эквиваленту, где вместо  $RLC$ -элементов, мгновенных токов, напряжений и ЭДС ( $i$ ,  $u$ ,  $e$  – величин) применяются  $Z$ -параметры, комплексные действующие токи, напряжения и ЭДС ( $I$ ,  $U$ ,  $E$  – величины).

**Метод эквивалентных преобразований.** Проиллюстрируем данный метод на примере электрической цепи на рис. 2.23, *a* с тремя ветвями.

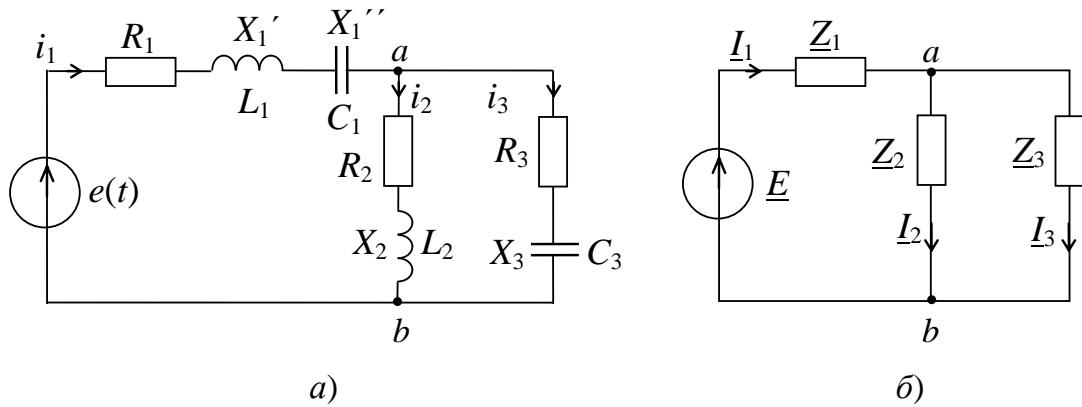


Рис. 2.23. К расчету линейной цепи синусоидального тока методом эквивалентных преобразований в комплексной форме:  
а – исходная схема; б – эквивалентная схема

Для определения токов в ветвях этой цепи:

- размечают узлы ( $a, b$ ) и задают направление токов в ветвях ( $i_1, i_2, i_3$ );
- определяют комплексные сопротивления ветвей и переходят к эквивалентной схеме на рис. 2.23, б, где

$$Z_1 = R_1 + j(X'_1 - X''_1), \quad Z_2 = R_2 + jX_2, \quad Z_3 = R_3 - jX_3;$$

- определяют комплексное входное сопротивление  $Z_{\hat{a}0}$  всей цепи и находят комплексный ток  $I_1$

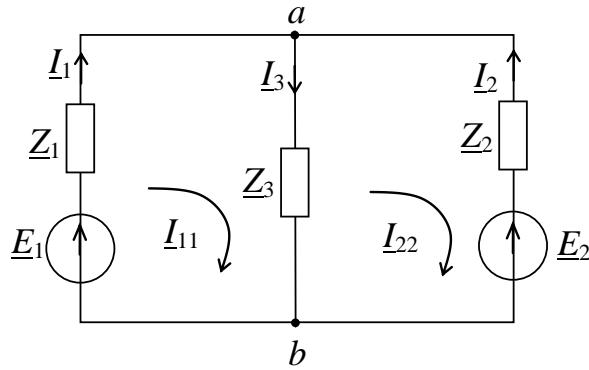
$$Z_{\hat{a}0} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}, \quad I_1 = \frac{\underline{E}}{Z_{\hat{a}0}};$$

- определяют токи  $I_2, I_3$  по формулам «разброса» токов [см. (1.23)]:

$$I_2 = I_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}; \quad I_3 = I_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}. \quad (2.84)$$

Минуя этап разметки исходной схемы и перехода к комплексному эквиваленту, рассмотрим различные методы расчета цепей синусоидального тока с несколькими источниками ЭДС в символьической форме.

**Метод непосредственного применения законов Кирхгофа.** Пусть электрическая цепь задана в комплексных величинах и параметрах (рис. 2.24).



*Рис. 2.24.* Схема электрической цепи синусоидального тока с двумя источниками ЭДС (к расчету методом законов Кирхгофа в комплексной форме)

Цепь состоит из трех ветвей, поэтому требуется составить три уравнения:

- по первому закону Кирхгофа для узла  $b$ :  $-\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$ ;
- по второму закону Кирхгофа:
  - для левого контура:  $\underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 = \underline{E}_1$ ;
  - для правого контура:  $\underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 = \underline{E}_2$ .

Таким образом, система уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} & -\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0; \\ & \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + 0 \underline{I}_2 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 = \underline{E}_1; \\ & 0 \underline{I}_1 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 = \underline{E}_2. \end{aligned} \right\}$$

Подставив заданные величины  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$ ,  $\underline{E}_1$ ,  $\underline{E}_2$ , определяют комплексные токи в ветвях, например, по формулам Крамера или методом Гаусса.

**Метод контурных токов.** Введя в рассмотрение контурные токи  $\underline{I}_{11}$ ,  $\underline{I}_{22}$ , составляют систему уравнений для этих токов по второму закону Кирхгофа для каждого из независимых контуров.

Для цепи на рис. 2.24 имеем

$$\left. \begin{aligned} & (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) \underline{I}_{11} - \underline{Z}_3 \underline{I}_{22} = \underline{E}_1; \\ & -\underline{Z}_3 \underline{I}_{11} + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) \underline{I}_{22} = -\underline{E}_2. \end{aligned} \right\}$$

Подставив известные величины  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$ ,  $\underline{E}_1$ ,  $\underline{E}_2$  и решив систему относительно токов  $\underline{I}_{11}$ ,  $\underline{I}_{22}$ , определяют токи в ветвях:

$$\underline{I}_{11} = \underline{\Delta}_1 / \Delta, \quad \underline{I}_{22} = \underline{\Delta}_2 / \Delta,$$

где  $\underline{\Delta} = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 & -\underline{Z}_3 \\ -\underline{Z}_3 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{vmatrix}$ ;  $\underline{\Delta}_1 = \begin{vmatrix} \underline{E}_1 & -\underline{Z}_3 \\ -\underline{E}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{vmatrix}$ ;  $\underline{\Delta}_2 = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 & \underline{E}_1 \\ -\underline{Z}_3 & -\underline{E}_2 \end{vmatrix}$ .

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11}, \quad \underline{I}_2 = -\underline{I}_{22}, \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22}.$$

**Метод двух узлов.** Для схемы на рис. 2.24:

– определяют межузловое напряжение

$$\underline{U}_{ab} = \frac{\underline{E}_1 \underline{Y}_1 + \underline{E}_2 \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}, \quad (2.85)$$

где  $\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_3$ ;

– определяют токи в ветвях по закону Ома в обобщенной форме:

$$\underline{I}_1 = (\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_1, \quad \underline{I}_2 = (\underline{E}_2 - \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_2, \quad \underline{I}_3 = \underline{U}_{ab} \underline{Y}_3. \quad (2.86)$$

**Метод наложения токов.** Для цепи на рис. 2.24 составляют две вспомогательные схемы (по числу источников ЭДС) с одним источником ЭДС в каждой (рис. 2.25, а, б).

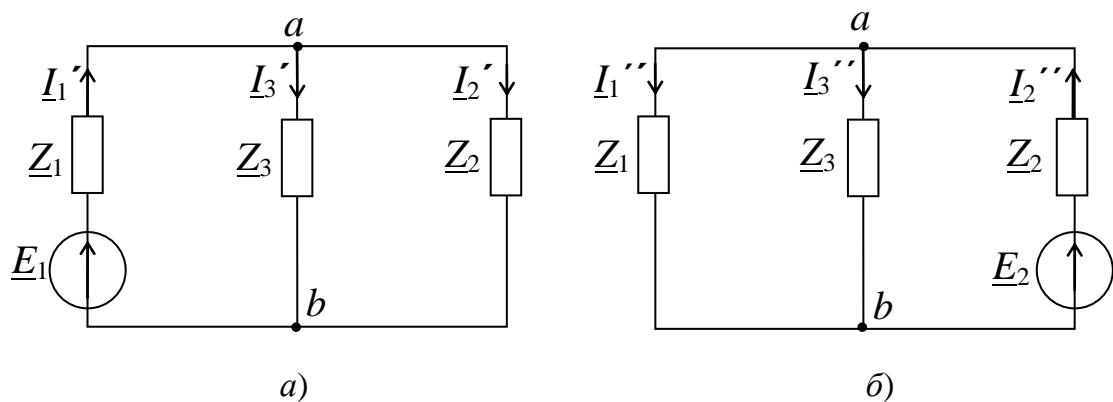


Рис. 2.25. Вспомогательные схемы с частичными токами и одним источником ЭДС (к иллюстрации метода наложения токов в комплексном представлении)

– определяют токи в схеме на рис. 2.25, а:

$$\underline{I}_1' = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}}, \quad \underline{I}_2' = \underline{I}_1' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}, \quad \underline{I}_3' = \underline{I}_1' \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3};$$

– определяют токи в схеме на рис. 2.25, б:

$$\underline{I}_2'' = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}}, \quad \underline{I}_1'' = \underline{I}_2'' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}, \quad \underline{I}_3'' = \underline{I}_2'' \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3};$$

– определяют токи, в ветвях исходной цепи суммируя алгебраически токи в соответствующих ветвях вспомогательных схем:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_1' - \underline{I}_1''; \quad \underline{I}_2 = -\underline{I}_2' + \underline{I}_2''; \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_3' + \underline{I}_3''.$$

**Метод эквивалентного генератора.** Определим, к примеру, ток  $\underline{I}_1$  в ветви электрической цепи на рис. 2.24 по формуле

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_{\tilde{a}} + \underline{E}_1}{\underline{Z}_{\tilde{a}} + \underline{Z}_1}, \quad (2.87)$$

где  $\underline{E}_{\tilde{a}}$ ,  $\underline{Z}_{\tilde{a}}$  – комплексные параметры эквивалентного генератора.

Для определения  $\underline{E}_{\tilde{a}}$  составляют вспомогательную цепь (рис. 2.26, а) с разомкнутой первой ветвью:

$$\underline{E}_{\tilde{a}} = \underline{U}_{ba}^{\tilde{o}\tilde{o}} = \underline{\Phi}_b^{\tilde{o}\tilde{o}} - \underline{\Phi}_a^{\tilde{o}\tilde{o}} = -\underline{I}^{\tilde{o}\tilde{o}} \underline{Z}_3,$$

где  $\underline{I}^{\tilde{o}\tilde{o}} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$ .

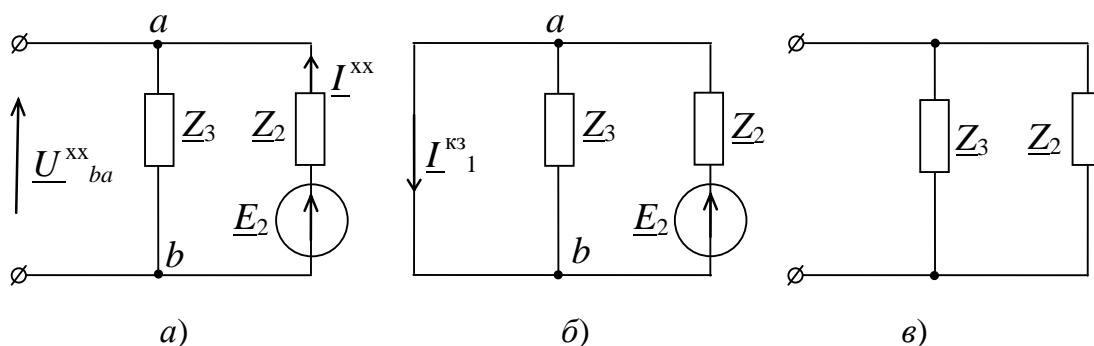


Рис. 2.26. К расчету линейной цепи синусоидального тока методом эквивалентного генератора в комплексной форме:  
а – исходная схема; б, в – вспомогательные схемы

Для определения  $\underline{Z}_{\tilde{a}}$  можно воспользоваться двумя способами:

- закоротив первую ветвь на рис. 2.26, б определяют ток  $\underline{I}_1^{\hat{\epsilon}c}$  короткого замыкания  $\underline{I}_1^{\hat{\epsilon}c} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2}$  и затем определяют  $\underline{Z}_{\tilde{a}} = \frac{\underline{U}_{ba}^{\hat{\epsilon}0}}{\underline{I}_1^{\hat{\epsilon}c}} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$ ;
- оставив разомкнутой первую ветвь, убирают источник ЭДС  $\underline{E}_2$  (рис. 2.26, в) и находят  $\underline{Z}_{\tilde{a}}$  по закону эквивалентных преобразований при параллельном соединении  $\underline{Z}_2$  и  $\underline{Z}_3$ :  $\underline{Z}_{\tilde{a}} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$ .

Подставив найденные значения параметров  $\underline{E}_{\tilde{a}}$  и  $\underline{Z}_{\tilde{a}}$ , определяют ток  $\underline{I}_1$  по формуле (2.87).

### 2.1.13. Векторно-топографическая диаграмма напряжений

Помимо обычных векторных диаграмм, при анализе цепей синусоидального тока применяются топографические диаграммы, которые показывают распределение комплексных потенциалов всех характерных точек цепи (потенциальных узлов, точек последовательного соединения элементов в ветвях) на комплексной плоскости. Для построения такой диаграммы необходимо потенциал одной из точек цепи принять равным нулю и определить относительно этой точки комплексные потенциалы всех остальных точек. После нанесения потенциалов в виде совокупности точек на комплексную плоскость эти точки попарно соединяют между собой так, что каждому отрезку отвечает вектор, отображающий комплексное напряжение на том или ином элементе цепи. Направление вектора напряжения совпадает с направлением возрастаания потенциала на схеме (против направления тока, протекающего через рассматриваемый элемент, либо по направлению ЭДС).

Как правило, векторно-топографическую диаграмму напряжений совмещают с векторно-лучевой диаграммой комплексных токов в ветвях цепи.

Проиллюстрируем методику построения такой диаграммы на примере цепи на рис. 2.27, а.

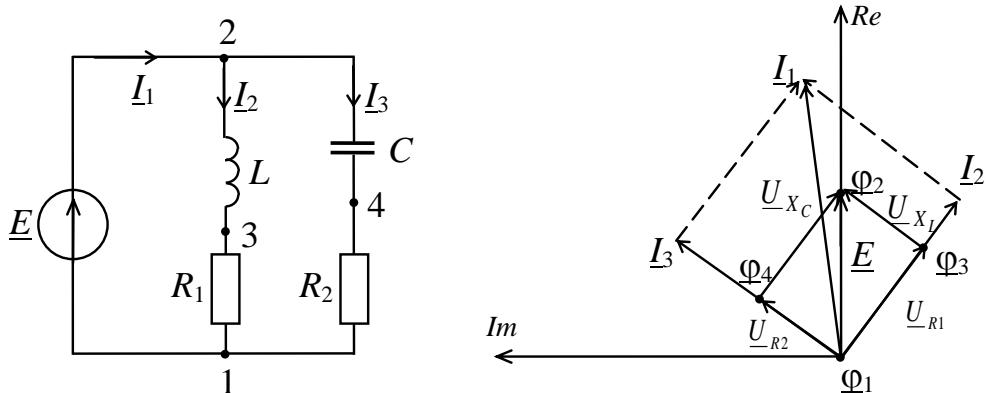


Рис. 2.27. К построению векторно-топографической диаграммы напряжений: а – схема цепи; б – векторно-топографическая диаграмма

Определяем токи в ветвях:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}}{R_1 + j X_L}; \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{E}}{R_2 - j X_C}; \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3.$$

Приняв, что  $\underline{\varphi}_1 = 0$ , определяем комплексные потенциалы точек 2, 3, 4:

$$\underline{\varphi}_2 = \underline{\varphi}_1 + \underline{E} = \underline{E}, \quad \underline{\varphi}_3 = \underline{\varphi}_1 + \underline{I}_2 R_1, \quad \underline{\varphi}_4 = \underline{\varphi}_1 + \underline{I}_3 R_2. \quad (2.88)$$

Задав масштабы  $m_U$ ,  $m_I$ , строим диаграмму (рис. 2.27, б), где начальная фаза ЭДС  $\psi_e$  принята равной нулю. Отмечаем точки  $\underline{\varphi}$  на комплексной плоскости, и каждую пару точек (между которыми в схеме включен элемент цепи) соединяем между собой прямой линией. Затем каждый отрезок размечаем как вектор напряжения на соответствующем элементе цепи стрелкой (в направлении возрастания потенциала) и знаком  $\underline{E}$ , либо  $\underline{U}_R$ , либо  $\underline{U}_X$ .

### 2.1.14. Расчет линейных цепей синусоидального тока при наличии в них магнитосвязанных катушек индуктивности

В состав электрических цепей синусоидального тока могут входить катушки индуктивности, магнитосвязанные с другими катушками. Поток одной из них пронизывает другие и наводит в них ЭДС взаимоиндукции, которые должны быть учтены в расчетах.

При составлении уравнений для магнитосвязанных цепей необходимо знать, согласно или встречно направлены потоки самоиндукции и взаимоиндукции. Правильное заключение об этом можно сделать, если известно направление намотки катушек на сердечнике и выбрано положительное направление токов в них.

На рис. 2.28, *а* катушки включены согласно, а на рис. 2.28, *б* – встречно.

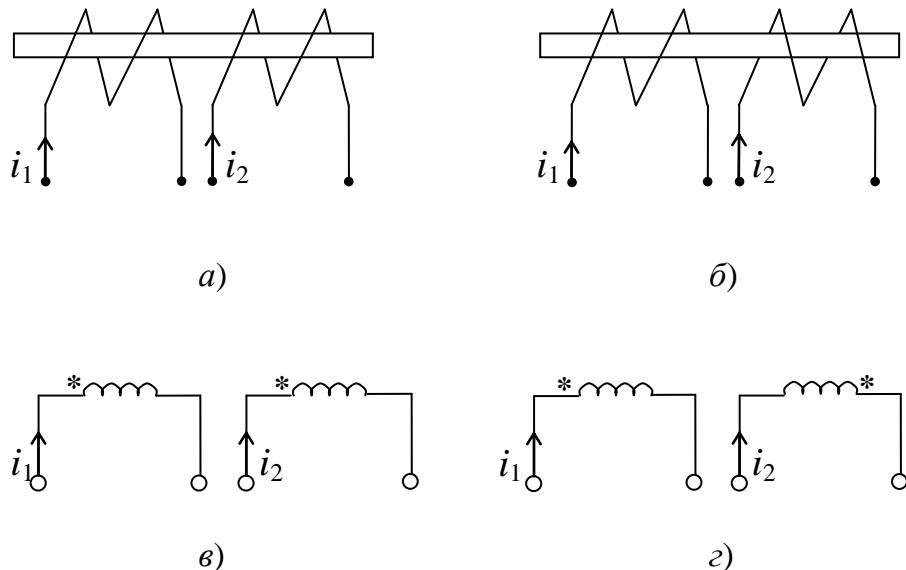


Рис. 2.28. Магнитно-связанные катушки индуктивности:  
*а, б* – согласное и встречное включение катушек;  
*в, г* – условное обозначение на схемах

На электрических схемах сердечники катушек не показывают, а одноименные зажимы (например, начала катушек) помечают звездочками. Схема, представленная на рис. 2.28, *в* эквивалентна схеме, приведенной на рис. 2.28, *а*, а схема, представленная на рис. 2.28, *г* – схеме на рис. 2.28, *б*.

Если на электрической схеме токи двух магнитосвязанных катушек одинаково (по направлению) ориентированы относительно одноименно обозначенных звездочками зажимов, то имеет место согласное включение, в противном случае – встречное.

Методику составления уравнений по законам Кирхгофа при расчете магнитосвязанных цепей рассмотрим на примере электрической цепи на рис. 2.29.

Наличие магнитной связи между катушками обозначают дугой и буквой *M*.

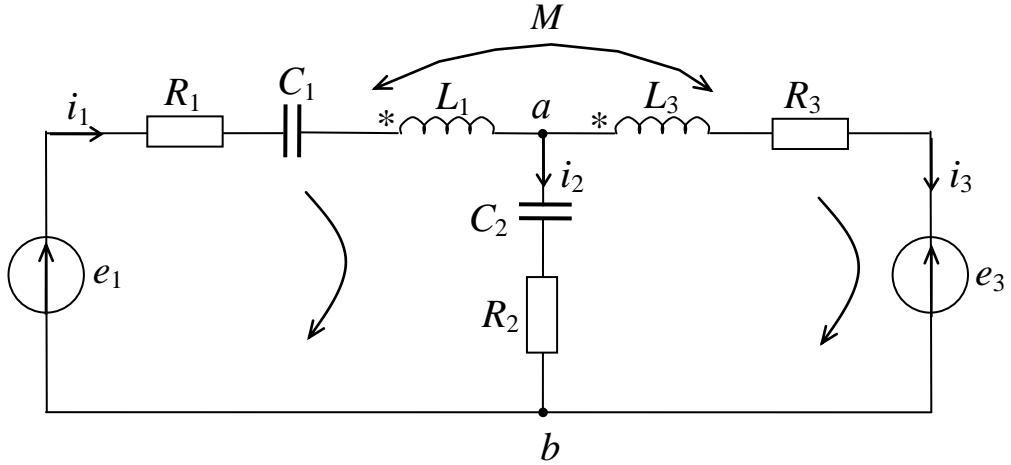


Рис. 2.29. Схема цепи с магнито-связанными индуктивностями  
(к иллюстрации записи уравнений по законам Кирхгофа)

Произвольно выбирают направление токов в ветвях и положительное направление обхода контуров (рис. 2.29).

Уравнения по законам Кирхгофа для мгновенных величин имеют вид

$$\left. \begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 &= 0; \\ i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_1 \frac{di_1}{dt} + I \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_2 R_2 &= e_1; \\ -i_2 R_2 - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_3 \frac{di_3}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + i_3 R_3 &= -e_3, \end{aligned} \right\} \quad (2.89)$$

где  $M$  – взаимная индуктивность.

В комплексной форме эти уравнения записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 &= 0; \\ \underline{I}_1 (R_1 - j \frac{1}{\omega C_1} + j \omega L_1) + \underline{I}_2 (R_2 - j \frac{1}{\omega C_2}) + \underline{I}_3 j \omega I &= \underline{E}_1; \\ \underline{I}_1 j \omega I - \underline{I}_2 (R_2 - j \frac{1}{\omega C_2}) + \underline{I}_3 (R_3 + j \omega L_3) &= -\underline{E}_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.90)$$

Для обоснования метода опытного определения параметров  $M$  и  $K$  рассмотрим согласное и встречное включение двух катушек индуктивности (рис. 2.30).

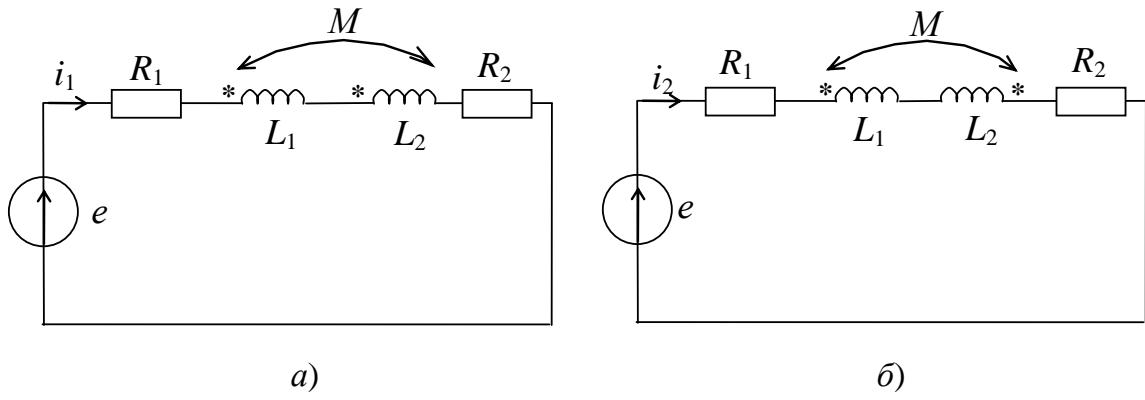


Рис. 2.30. К обоснованию метода опытного определения  $M$  и  $K$ :  
 а – согласное включение индуктивностей;  
 б – встречное включение индуктивностей

При согласном включении (рис. 2.30, а) уравнение по второму закону Кирхгофа имеет вид

$$I_1(R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)) = \underline{E} \text{ или } I_1 Z_{\text{ннн}} = \underline{E},$$

где  $Z_{\text{ннн}} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M) = R_{\text{ннн}} + jX_{\text{ннн}}$ .

$$R_{\text{ннн}} = R_1 + R_2, \quad X_{\text{ннн}} = \omega(L_1 + L_2 + 2M). \quad (2.91)$$

При встречном включении (рис. 2.30, б) эти уравнения имеют вид

$$I_2(R_1 + R_2 + j(L_1 + L_2 - 2M)) = \underline{E} \text{ или } I_2 Z_{\text{ввв}} = \underline{E},$$

где  $Z_{\text{ввв}} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) = R_{\text{ввв}} + jX_{\text{ввв}}$ .

$$R_{\text{ввв}} = R_1 + R_2, \quad X_{\text{ввв}} = \omega(L_1 + L_2 - 2M). \quad (2.92)$$

Векторные диаграммы для согласного и встречного включения катушек приведены на рис. 2.31, а, б соответственно.

Имея прибор для измерения индуктивностей, измеряют  $L_1$  и  $L_2$ , затем соединяют эти катушки согласно и измеряют  $L_{\text{ннн}}$ , а затем – встречно, и измеряют  $L_{\text{ввв}}$ .

Из (2.91), (2.92) следует, что  $L_{\text{ннн}} = L_1 + L_2 + 2M$ ,  $L_{\text{ввв}} = L_1 + L_2 - 2M$  и, следовательно,

$$M = (L_{\text{ннн}} - L_{\text{ввв}})/4. \quad (2.93)$$

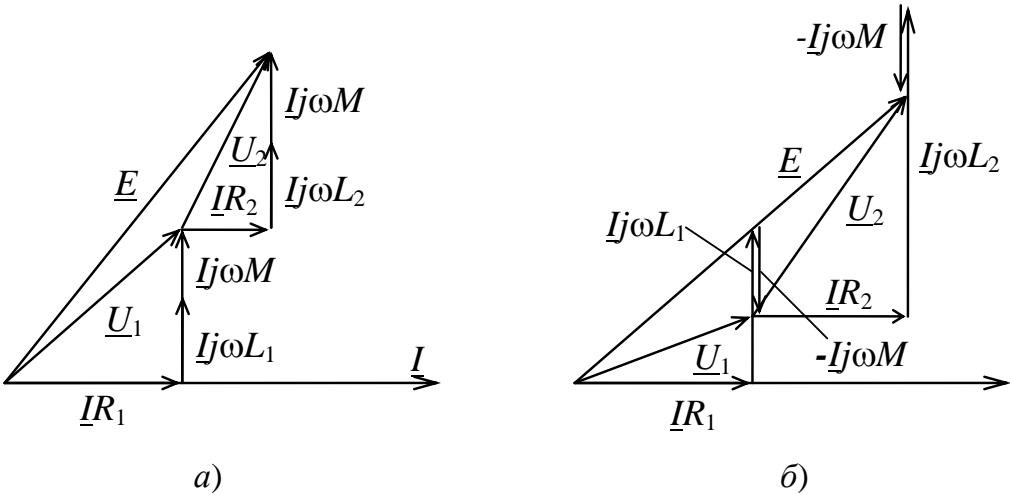


Рис. 2.31. Векторные диаграммы цепей рис. 2.30:  
а – для согласного включения индуктивностей;  
б – для встречного включения индуктивностей

Зная  $L_1$ ,  $L_2$  и  $M$ , определяют коэффициент связи по (2.22). При расчете электрических цепей, содержащих магнитосвязанные катушки индуктивности, часто применяется расчетный прием, называемый развязыванием магнитосвязанных цепей. Суть его состоит в том, что исходную схему путем введения дополнительных индуктивностей и изменения имеющихся преобразуют так, что магнитная связь между всеми элементами в преобразованной схеме (в эквивалентной схеме) отсутствует.

Так как преобразование осуществляют на основе составленных по законам Кирхгофа уравнений для исходной схемы, то вновь полученная (эквивалентная) схема и исходная схема в расчетном смысле полностью эквивалентны.

Составим, к примеру, схему, эквивалентную схеме на рис. 2.29. С этой целью во втором уравнении (2.90) заменим  $I_3$  на  $I_1 - I_2$ , а в третьем уравнении заменим  $I_1$  на  $I_2 + I_3$ , что отвечает исключению тока, который не течет в левом и правом контуре соответственно.

В итоге получим

$$I_1 \left[ R_1 - j \frac{1}{\omega \tilde{N}_1} + j \omega (L_1 + M) \right] + I_2 \left( R_2 - j \frac{1}{\omega \tilde{N}_2} - j \omega M \right) = \underline{E}_1;$$

$$-I_2 \left[ R_2 - j \frac{1}{\omega \tilde{N}_2} - j \omega M \right] + I_3 (R_3 + j \omega L_3 + j \omega M) = -\underline{E}_3.$$

Этим уравнениям соответствует схема на рис 2.32.

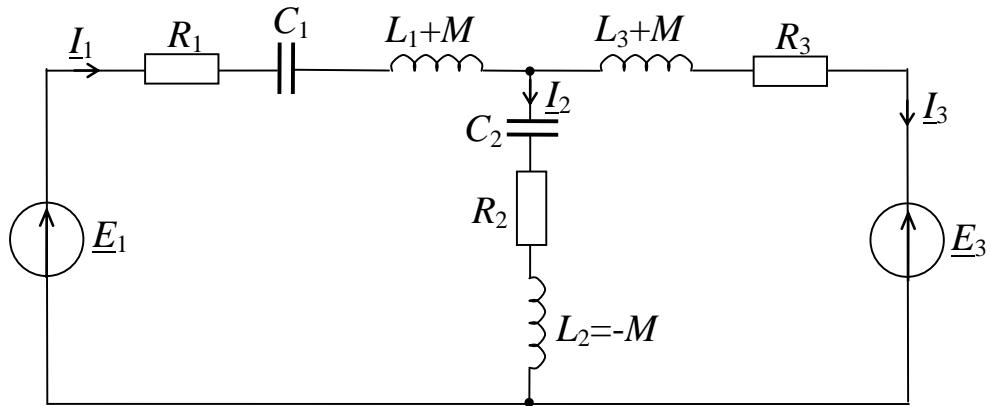


Рис. 2.32. Схема цепи, эквивалентной рис. 2.29, не содержащая связанных магнитно индуктивностей

Из сравнения схем, представленных на рис. 2.32 и 2.29, следует, что  $L_1$  преобразовалось в  $L_1 + M$ ,  $L_3$  – в  $L_3 + M$ , а во второй ветви появилась  $L_2 = -M$ .

Если бы на рис. 2.29 катушки были бы включены встречно, то при развязывании они бы преобразовались в  $L_1 - M$ ,  $L_3 - M$  и в  $L_2 = M$ .

Если в расчетах величины  $L_1$ ,  $L_2$  и  $K$  заданы, то взаимную индуктивность находят по следующим формулам:

$$M = K\sqrt{L_1 L_2} \text{ или } X_M = K\sqrt{X_{L1} X_{L2}}. \quad (2.94)$$

### Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение активной, реактивной и полной мощности. Приведите формулы для расчета этих мощностей.
2. Запишите формулы для расчета комплексной мощности.
3. Как рассчитать комплексную мощность источников ЭДС электрической цепи и всех приемников (ветвей)?
4. Начертите треугольник мощностей и установите формулы связи между  $P$  и  $S$ ,  $Q$  и  $S$ ,  $S$  и  $P$ ,  $Q$ .
5. Запишите уравнение баланса мощностей в комплексной форме для электрической цепи синусоидального тока.

6. Что понимают под коэффициентом мощности, какое экономическое значение он имеет, и какие методы используются для его повышения?

7. Поясните методику расчета разветвленной цепи синусоидального тока с одним источником (метод эквивалентных преобразований).

8. Укажите, в чем сходство и в чем различие расчета цепей при постоянном и при синусоидальном токе.

9. Поясните порядок построения векторно-топографической диаграммы напряжений, совмещенной с векторно-лучевой диаграммой токов.

10. Дайте определение согласного и встречного включения катушек индуктивности.

11. Запишите выражение для комплексных сопротивлений двух последовательно соединенных катушек индуктивности с параметрами  $L_1$ ,  $R_1$ ,  $L_2$ ,  $R_2$  при наличии магнитной связи между ними для согласного и встречного включения.

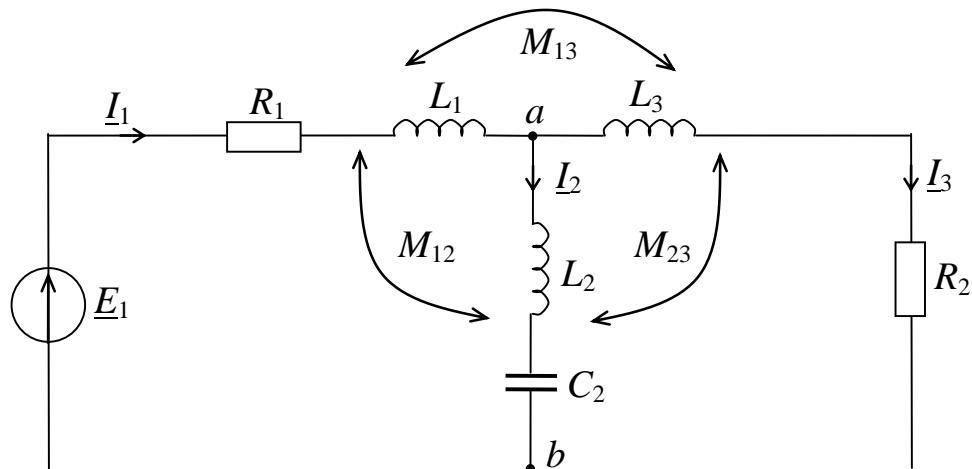


Рис. 2.33

12. Запишите систему уравнений для мгновенных величин электрической цепи на рис 2.33, для комплексных величин.

13. Дайте определение коэффициента связи  $K$  и запишите выражение его через  $L_1$ ,  $L_2$  и  $M$ .

14. Укажите метод опытного определения  $M$  и  $K$ . Приведите формулы, связывающие эти величины с измеряемыми величинами.

## **2.2. Линейные электрические цепи трехфазного синусоидального тока**

### ***2.2.1. Предпосылки возникновения и причины широкого применения трехфазных электрических цепей в современной электроэнергетике***

Трехфазная электрическая цепь является частным случаем многофазных цепей.

При этом под симметричной многофазной электрической цепью понимается совокупность электрических цепей, в которых действует несколько ЭДС одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых по фазе относительно друг друга на определенные углы.

Практическое применение нашли симметричные двенадцати- и шестифазные системы – в выпрямителях, двухфазные – в автоматике. Однако преимущественное распространение получила трехфазная система, для которой угол сдвига фаз между ЭДС равен  $120^\circ$ . Эта система повсеместно применяется в промышленности, сельском хозяйстве, при производстве и передаче энергии.

Такое широкое применение объясняется рядом преимуществ трехфазных систем относительно однофазных. К таким преимуществам относятся:

- меньший расход материала проводов при одинаковой мощности;
- высокие экономические показатели при передаче энергии;
- возможность получения кругового врачающегося магнитного поля;
- простота, надежность и экономичность генераторов и двигателей;
- возможность иметь у потребителя два напряжения разных значений, например 380 и 220 В.

Важнейшей предпосылкой разработки многофазных систем явилось открытие явления врачающегося магнитного поля (Г. Феррарис и Н. Тесла, 1888 г.).

В разработку трехфазных систем большой вклад внесли ученые и инженеры разных стран: серб Н. Тесла, русский М. О. Доливо-Добровольский, немец Хазельвандер, француз М. Депре, американец Ч. Бредли.

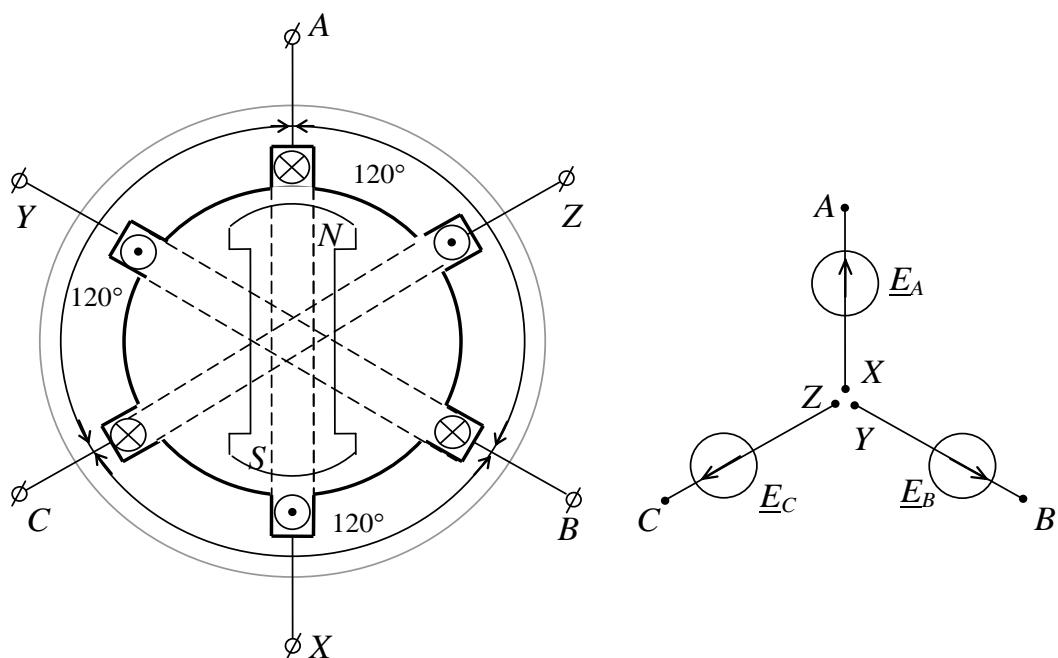
Наибольшая заслуга среди них принадлежит выдающемуся русскому электротехнику М. О. Доливо-Добровольскому, сумевшему придать своим разработкам практическую направленность, создавшему трехфазные асинхронные двигатели, трансформаторы, разработавшему трех- и четырехпроводные цепи и потому по праву считающемуся основоположником трехфазных цепей.

## 2.2.2. Элементы трехфазной электрической цепи. Обозначение фаз. Порядок чередования фаз. Способы соединения обмоток трехфазного генератора. Фазные и линейные напряжения

Трехфазная электрическая цепь синусоидального тока состоит из трех типов элементов: источника электрической энергии (трехфазного генератора), линии передачи электрической энергии (ЛЭП) и приемников электрической энергии.

Три одинаковые по частоте и амплитуде, сдвинутые по фазе относительно друг друга на  $120^\circ$  ЭДС получают с помощью трехфазных синхронных генераторов, устанавливаемых на электростанциях.

Простейший синхронный генератор на рис. 2.34 имеет на статоре три одинаковые обмотки, сдвинутые в пространстве на угол  $120^\circ$  относительно друг друга.



*Рис. 2.34. Схема трехфазного синхронного генератора*

*Рис. 2.35. Обозначение фаз трехфазного генератора на схемах*

При вращении ротора, выполненного в виде электромагнита (обмотка ротора, не показанная на рис. 2.34, включена в цепь постоянного тока), в обмотках статора индуцируются три синусоидальные ЭДС ( $e_A$ ,  $e_B$ ,  $e_C$ ) одинаковой частоты и с равными амплитудами, сдвинутые по фазе относительно друг друга на  $120^\circ$ .

Каждую из обмоток трехфазного генератора называют *фазой трехфазного генератора*.

Порядок, в котором ЭДС проходят через одинаковые значения во времени (например, через максимум), называют *порядком следования*, или *порядком чередования фаз*. В странах бывшего СССР порядок чередования фаз установлен стандартом и обозначается *A-B-C*. Такой порядок или такая последовательность называется *прямым порядком*, или *прямой последовательностью*. Последовательность фаз экспериментально определяется специальными приборами – фазоуказателями, а на распределительных устройствах шины имеют различную окраску: желтую – для фазы *A*, зеленую – для фазы *B* и красную – для фазы *C*.

Обратный порядок недопустим, т. к. при включении синхронных генераторов на параллельную работу это может привести к авариям, а у двигателей трехфазного тока – к обратному направлению вращения ротора.

На схемах замещения фазы трехфазного генератора обозначают по рис. 2.35.

Обмотки статора трехфазного генератора соединяют между собой звездой или треугольником (рис. 2.36), что позволяет экономить количество проводов при передаче электроэнергии по линиям электропередачи по сравнению с их количеством в несвязанной трехфазной системе.

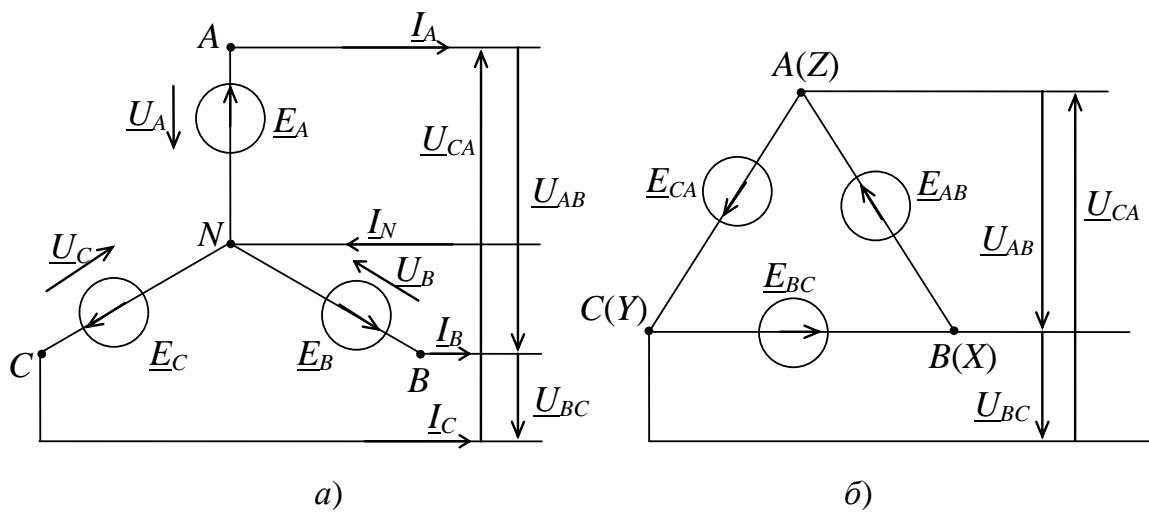


Рис. 2.36. Схемы соединения фаз генератора:  
а – звездой; б – треугольником

При соединении фаз генератора звездой концы трех фаз соединяются в один общий узел, называемый нулевой, или нейтральной точкой (нейтралью) генератора (точка  $N$  на рис. 2.36,  $a$ ).

При соединении фаз генератора треугольником объединяются в одну точку начала и концы соответствующих фаз:  $A$  и  $Z$ ,  $B$  и  $X$ ,  $C$  и  $Y$  (рис. 2.36,  $b$ ).

Следует отметить, что статорные обмотки трехфазного генератора (либо вторичные обмотки понижающих трехфазных трансформаторов) предпочитают соединять между собой звездой, что обеспечивает наличие у потребителя двух разных напряжений: фазного ( $\underline{U}_A$ ,  $\underline{U}_B$ ,  $\underline{U}_C$ ) и линейного ( $\underline{U}_{AB}$ ,  $\underline{U}_{BC}$ ,  $\underline{U}_{CA}$ ).

При этом под *фазным* понимают напряжение между началом и концом каждой фазы, а под *линейным* – между началами любых двух фаз. Начало и конец каждой фазы трехфазного приемника обозначают аналогично выводом генератора, но малыми буквами  $a$  и  $x$ ,  $b$  и  $y$ ,  $c$  и  $z$ .

### 2.2.3. Способы представления (задания) трехфазной системы ЭДС

**Аналитическое представление.** Трехфазные генераторы конструируют так, чтобы при равномерном вращении ротора (индуктора) на выводах  $AX$ ,  $BY$  и  $CZ$  каждой обмотки статора по закону электромагнитной индукции создавалась ЭДС, изменяющаяся во времени по синусоидальному закону  $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ .

Если начальную фазу ЭДС  $e_A$  принять равной нулю, то мгновенные значения ЭДС можно записать так:

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; & e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \right\} \quad (2.95)$$

**Графическое представление.** Графики функций (2.95) приведены на рис. 2.37.

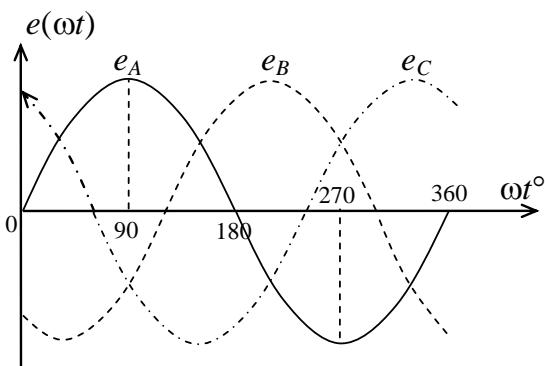


Рис. 2.37. Графики зависимости мгновенных значений фазных ЭДС трехфазного генератора от  $\varphi = \omega t$

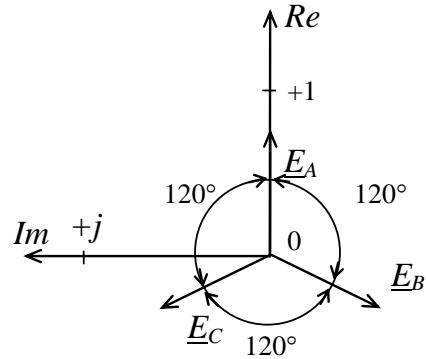


Рис. 2.38. Представление (задание) трехфазной системы ЭДС в векторной форме

**Представление в комплексной форме.** В комплексной (символической) форме выражениям (2.95) соответствуют комплексы действующих значений ЭДС:

$$\underline{E}_A = Ee^{-j0^\circ} = E(1 + j0);$$

$$\underline{E}_B = Ee^{-j120^\circ} = E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \quad (2.96)$$

$$\underline{E}_C = Ee^{j120^\circ} = E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

**Представление векторами.** Так как комплексному числу соответствует вектор на комплексной плоскости, то трехфазная система ЭДС может быть задана в виде трех векторов (рис. 2.38) на комплексной плоскости.

#### 2.2.4. Классификация и способы включения приемников в трехфазную цепь

Приемники, включаемые в трехфазную цепь, могут быть однофазными и трехфазными. К *однофазным* приемникам относятся электрические лампы накаливания, другие осветительные приборы, различные бытовые приборы, однофазные двигатели. К *трехфазным* приемникам относятся трехфазные двигатели и индукционные печи.

Если комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников равны между собой ( $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Z e^{j\varphi}$ ), то такие приемники называются *симметричными*, в противном случае – *несимметричными*.

При этом, если  $Z_a = Z_b = Z_c$ , то трехфазный приемник называется **равномерным**, а если  $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c$ , то **однородным**.

Три однофазных приемника, включенные в трехфазную цепь, в зависимости от соотношения их сопротивлений могут быть эквивалентны как симметричному, так и несимметричному трехфазному приемнику.

Подобно фазам генераторов и обмоткам трехфазных трансформаторов, фазы трехфазных приемников, а также однофазные приемники могут включаться в трехфазную цепь по схеме звезды или треугольник. На рис. 2.39, *a*, *b* приведены схемы включения однофазных и трехфазных приемников, а на рис. 2.39, *в*, *г* – схемы замещения этих приемников.

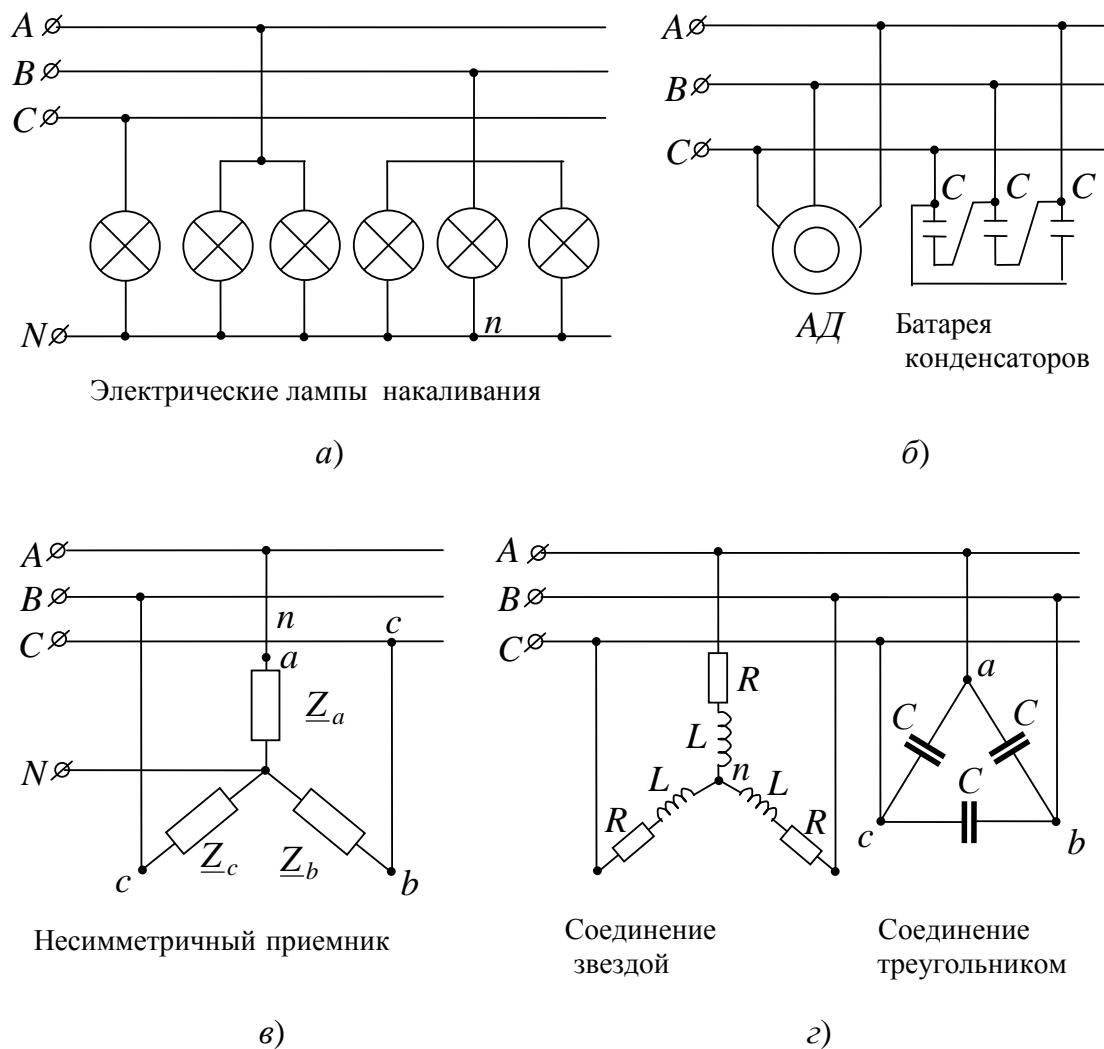


Рис. 2.39. Схемы включения однофазных и трехфазных приемников в трехфазную сеть (*a*, *b*) и их схемы замещения (*в*, *г*)

## 2.2.5. Схемы соединения трехфазных цепей. Условно-положительные направления электрических величин

Совокупность трехфазного генератора, трехфазной нагрузки и линии электропередачи называют **трехфазной электрической цепью**.

Трехфазные цепи классифицируют по схеме соединения генератора и приемника. Если принять схему соединения фаз генератора – звезда, то в этом случае можно указать три схемы соединения (рис. 2.40, а, 2.40 б, 2.40 в).

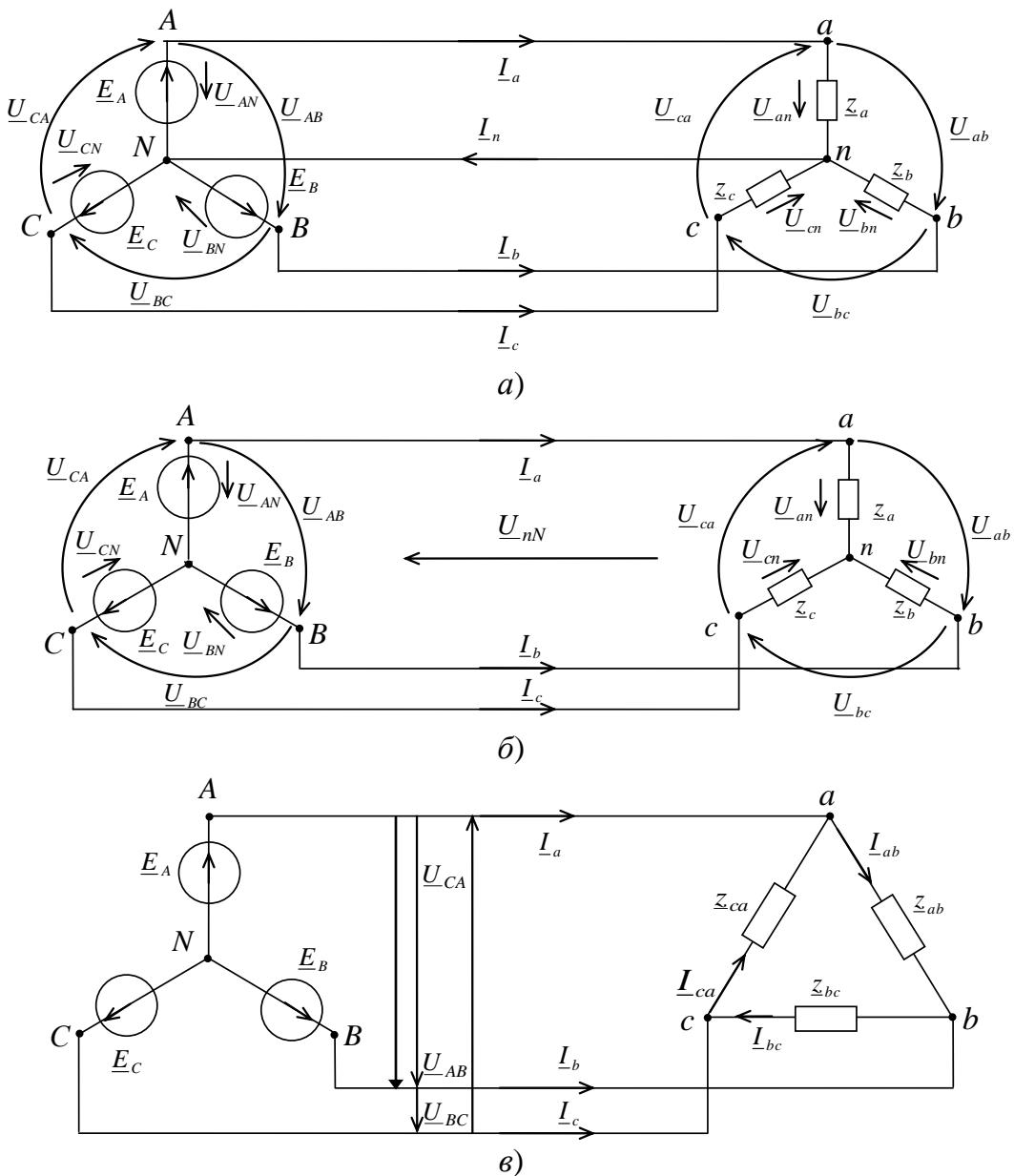


Рис. 2.40. Схемы соединения трехфазных цепей:  
а – звезда-звезда с нейтральным проводом; б – звезда-звезда  
без нейтрального провода; в – звезда-треугольник

Соединение звезда-звезда с нулевым проводом приведено на рис. 2.40, *a*, а без нейтрального провода – на рис. 2.40, *б*. Соединение звезда-треугольник приведено на рис. 2.40, *в*.

Провода, соединяющие точки *A* и *a*, *B* и *b*, *C* и *c*, называют **линейными**, а провод, соединяющий нулевые точки генератора и нагрузки в схеме на рис. 2.40, *а* (точки *N* и *n*), называется **нулевым**, или **нейтральным проводом**.

Условно-положительные направления электрических величин (ЭДС, токов, напряжений) приведены на рис. 2.40.

Токи, протекающие в фазах генератора и нагрузки, называют **фазными токами**, в линейных проводах – **линейными токами**, а в нулевом проводе – **током нейтрального провода**.

Таким образом, режим работы трехфазной цепи характеризуется следующими величинами:

$I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$  – комплексные токи в линейных проводах (и в фазах для соединения звезда-звезда);

$I_n$  – комплексный ток в нейтральном проводе (для соединения звезда-звезда с нулевым проводом);

$U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  – комплексные линейные напряжения генератора.

$U_{AN} = U_A$ ;  $U_{BN} = U_B$ ;  $U_{CN} = U_C$  – комплексные фазные напряжения генератора (для соединения звезда-звезда);

$U_{an} = U_a$ ;  $U_{bn} = U_b$ ;  $U_{cn} = U_c$  – комплексные фазные напряжения приемника (для соединения звезда-звезда);

$U_{nN} = U_n$  – комплексное напряжение между нейтральными точками генератора и приемника (в схеме звезда-звезда без нейтрального провода), или напряжение смещения нейтрали;

$Z_a$ ,  $Z_b$ ,  $Z_c$  – комплексные сопротивления фаз приемника в схемах звезда-звезда;

$Z_{ab}$ ,  $Z_{bc}$ ,  $Z_{ca}$  – комплексные сопротивления фаз приемника в схеме звезда-треугольник.

## 2.2.6. Векторные диаграммы. Соотношения между линейными и фазными напряжениями

Наглядное представление о токах, напряжениях и фазовых соотношениях между ними дают векторные диаграммы токов, совмещенные с топографическими диаграммами напряжений.

При одинаковой схеме соединения фаз генератора и фаз трехфазного приемника и при отсутствии в линейных проводах сопротивлений (если можно пренебречь сопротивлением проводов) диаграмма напряжения приемника совпадает с диаграммой напряжения генератора.

При соединении фазных ЭДС трехфазного генератора звездой (рис. 2.40, *a* и 2.40, *б*), комплексные действующие фазные напряжения этого генератора равны

$$\underline{U}_{AN} = \underline{U}_A = U_{\hat{o}} e^{j0^\circ} = U_{\hat{o}}; \quad \underline{U}_{BN} = \underline{U}_B = U_{\hat{o}} e^{-j120^\circ}; \quad \underline{U}_{CN} = \underline{U}_C = U_{\hat{o}} e^{j120^\circ}. \quad (2.97)$$

При этом комплексные действующие линейные напряжения определяются по второму закону Кирхгофа (рис. 2.40) и равны

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B = U_{\hat{o}} (1 - e^{-j120^\circ}) = U_{\hat{o}} \left(1 + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \\ &= \sqrt{3} U_{\hat{o}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} U_{\hat{o}} e^{j30^\circ}; \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{U}_B - \underline{U}_C = U_{\hat{o}} (e^{-j120^\circ} - j e^{j120^\circ}) = U_{\hat{o}} \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \\ &= -j U_{\hat{o}} \sqrt{3} = \sqrt{3} U_{\hat{o}} e^{-j90^\circ}; \\ \underline{U}_{CA} &= \underline{U}_{\tilde{N}} - \underline{U}_A = U_{\hat{o}} (e^{j120^\circ} - 1) = U_{\hat{o}} \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) = \\ &= \sqrt{3} U_{\hat{o}} \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} U_{\hat{o}} e^{j150^\circ}. \end{aligned} \right\} \quad (2.98)$$

Из сравнения (2.97) и (2.98) следует, что для симметричной трехфазной системы ЭДС действующее значение линейного напряжения в  $\sqrt{3}$  больше фазного, т. е.

$$U_{\ddot{e}} = \sqrt{3} U_{\hat{o}}. \quad (2.99)$$

Такое соотношение можно получить и из векторной диаграммы на рис. 2.41, т. к.  $\frac{U_{\ddot{e}}}{2} = U_{\hat{o}} \cdot \cos 30^\circ$ , или  $U_{\ddot{e}} = 2U_{\hat{o}} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot U_{\hat{o}}$ .

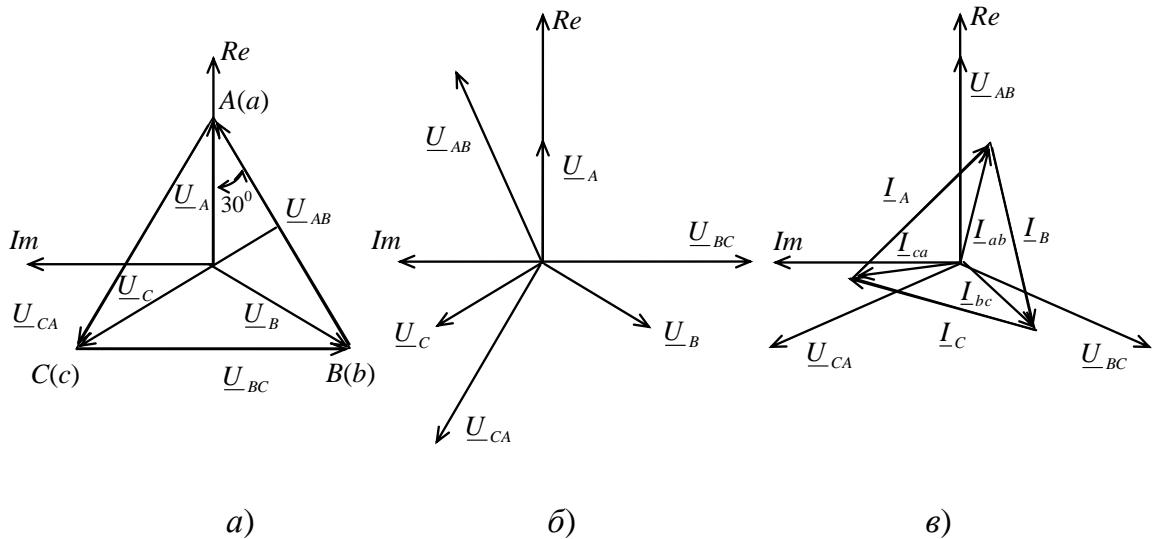


Рис. 2.41. Векторные диаграммы, иллюстрирующие соотношения между фазными и линейными напряжениями и токами

Из схем, приведенных на рис. 2.40, *a*, *б*, следует, что токи в линейных проводах одновременно являются токами в фазах

$$\underline{I}_{\ddot{\epsilon}} = \underline{I}_{\hat{o}} . \quad (2.100)$$

Выражения (2.98) для действующих комплексных линейных напряжений можно записать, используя векторную диаграмму на рис. 2.41, *б*. Переход от рис. 2.41, *а* к рис. 2.41, *б* выполнен плоско-параллельным переносом векторов в начало координат.

При соединении фаз приемника треугольником (рис. 2.40, *в*) фазное напряжение приемника равно линейному напряжению источника:

$$\underline{U}_{\hat{o}} = \underline{U}_{\ddot{\epsilon}} . \quad (2.101)$$

Если приемник симметричный ( $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{cb} = \underline{Z}_{ca}$ ), то векторы фазных токов  $I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}$  образуют симметричную систему векторов, т. е. значения фазных токов и сдвиги фаз между токами и соответствующими фазными напряжениями будут одинаковыми (рис. 2.41, *в*). Из этой диаграммы следует, что

$$I_{\ddot{\epsilon}} = \sqrt{3} \cdot I_{\hat{o}} . \quad (2.102)$$

Вследствие пренебрежения сопротивлениями линейных проводов, напряжения приемника равны:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB} = U_{\ddot{e}} e^{j30^\circ}; \\ \underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC} = U_{\ddot{e}} e^{-j90^\circ}; \\ \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA} = U_{\ddot{e}} e^{j150^\circ}. \end{array} \right\} \quad (2.103)$$

Выражение (2.102) можно также получить аналитически.

Для симметричной нагрузки  $\Phi_{ab} = \Phi_{bc} = \Phi_{ca} = \Phi$ . Тогда, с учетом выражений (2.103), можно записать комплексные фазные токи в виде:

$$I_{ab} = I_{\hat{o}} e^{j(30^\circ - \varphi)}; \quad I_{bc} = I_{\hat{o}} e^{-j(90^\circ + \varphi)}; \quad I_{ca} = I_{\hat{o}} e^{j(150^\circ - \varphi)}.$$

По первому закону Кирхгофа для точек  $a, b, c$  (рис. 2.40, в) получим

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = I_{\hat{o}} e^{j(30^\circ - \varphi)} (1 - e^{j120^\circ}) = \\ &= \sqrt{3} \cdot I_{\hat{o}} e^{j(30^\circ - \varphi)} e^{-j30^\circ} = I_{\ddot{e}} e^{-j\varphi}; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = I_{\hat{o}} e^{-j(90^\circ + \varphi)} (1 - e^{j120^\circ}) = \\ &= \sqrt{3} \cdot I_{\hat{o}} e^{-j(90^\circ + \varphi)} e^{-j30^\circ} = I_{\ddot{e}} e^{-j(120^\circ + \varphi)}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = I_{\hat{o}} e^{j(150^\circ - \varphi)} (1 - e^{j120^\circ}) = \\ &= \sqrt{3} \cdot I_{\hat{o}} e^{j(150^\circ - \varphi)} e^{-j30^\circ} = I_{\ddot{e}} e^{j(120^\circ - \varphi)}. \end{aligned} \quad (2.104)$$

Таким образом,  $I_{\ddot{e}} = \sqrt{3} \cdot I_{\hat{o}}$ .

Векторы токов при совмещении их с топографическими диаграммами напряжений строятся с учетом углов сдвига фаз относительно соответствующих фазных напряжений (2.103). Топографическая диаграмма при соединении треугольником приведена на рис. 2.42, в.

## 2.2.7. Режимы работы трехфазной цепи

При расчете трехфазных цепей предполагают, что в них действует симметричная трехфазная система ЭДС (напряжений), снимаемая чаще всего со вторичной обмотки трехфазного понижающего

трансформатора, соединенной по схеме четырехпроводной звезды (рис. 2.40, а).

При инженерных расчетах, как правило, не учитывают влияние внутренних параметров генератора (или понижающей обмотки трансформатора), питающего приемник, при этом принимают

$$\underline{U}_A = \underline{E}_A, \quad \underline{U}_B = \underline{E}_B, \quad \underline{U}_C = \underline{E}_C. \quad (2.105)$$

При небольшой длине линии электропередачи, соединяющей генератор (трансформатор) с приемником, не учитывают сопротивление соединительных проводов ( $Z_{\text{id}} = 0, \Delta U = 0$ ), и потому:

– для схемы звезда-звезда с нулевым проводом на рис. 2.40, а:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A, \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B, \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C, \quad \underline{U}_{nN} = \underline{\Phi}_n - \underline{\Phi}_N = 0 \quad (2.106)$$

(точки  $A$  и  $a$ ,  $B$  и  $b$ ,  $C$  и  $c$ ,  $N$  и  $n$  на топографической диаграмме совпадают);

– для схемы звезда-звезда без нейтрального провода на рис. 2.40, б:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN}, \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN}, \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN}, \quad (2.107)$$

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}^*, \quad (2.108)$$

где  $\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c$  – комплексные проводимости фаз приемника (точки  $A$  и  $a$ ,  $B$  и  $b$ ,  $C$  и  $c$  на диаграмме совпадают, а точка  $n$  в случае несимметричного приемника смешена относительно точки  $N$ , т. к.  $\underline{\Phi}_n \neq \underline{\Phi}_N$ );

– для схемы звезда-треугольник на рис. 2.40, в:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}, \quad \underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}, \quad \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA} \quad (2.109)$$

(точки  $A$  и  $a$ ,  $B$  и  $b$ ,  $C$  и  $c$  на диаграмме совпадают, а точка  $n$  – отсутствует).

В соответствии с классификацией электроприемников, приведенной в параграфе 2.2.4, режимы работы трехфазной цепи делятся на симметричные и несимметричные.

**Симметричный режим** трехфазной цепи – это режим работы, при котором трехфазные системы напряжений и токов симметричные.

Во всех случаях, когда к трехфазной симметричной системе ЭДС присоединена несимметричная нагрузка, а также в случае сим-

\* Соотношение (2.108) записывается в соответствии с методом межузлового напряжения.

метричной нагрузки, но при обрыве проводов или при коротком замыкании хотя бы одной из фаз имеет место **несимметричный режим** работы трехфазной цепи.

### 2.2.8. Расчет трехфазных цепей

При соединении звезда-звезда с нулевым проводом по рис. 2.40, а режим работы каждой фазы не зависит от режима работы двух других фаз. Токи в фазах и линейных проводах рассчитываются по закону Ома в комплексной форме:

$$\begin{aligned} \underline{I}_a &= \underline{U}_a / \underline{Z}_a, \quad \underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b, \quad \underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c. \quad (2.110) \\ \underline{U}_a &= U_{\hat{o}}, \quad \underline{U}_b = U_{\hat{o}} e^{-j120^\circ}, \quad \underline{U}_c = U_{\hat{o}} e^{j120^\circ}, \\ \underline{Z}_a &= R_a + jX_a, \quad \underline{Z}_b = R_b + jX_b, \quad \underline{Z}_c = R_c + jX_c. \end{aligned}$$

Ток в нейтральном проводе  $\underline{I}_n$  определяется в соответствии с первым законом Кирхгофа для узла  $n$ :

$$\underline{I}_n = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c. \quad (2.111)$$

При симметричной нагрузке, когда  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Z_{\hat{o}} e^{j\varphi}$ , токи в фазах имеют одинаковое значение и сдвинуты по фазе относительно соответствующих фазных напряжений на один и тот же угол  $\varphi$ . Следовательно,

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_n = 0. \quad (2.112)$$

Нейтральный провод в этой схеме обеспечивает сохранение симметрии фазных напряжений (т. к.  $\Phi_n = \Phi_N$  и  $U_{nN} = 0$ ).

При соединении звезда-звезда без нулевого провода по рис. 2.40, б и симметричной нагрузке расчет токов не отличается от расчета в предыдущей схеме.

Если нагрузка несимметричная, то в случае генератора большой мощности, линейные напряжения не изменяются ( $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}$ ,  $\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}$ ,  $\underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}$ ), но потенциал нейтральной точки приемника уже не будет равен нулю и определяется методом двух узлов по (2.108), и потому фазные напряжения приемника не равны фазным напряжениям генератора и определяются по второму закону Кирхгофа выражениями (2.107), а токи в фазах равны:

$$\underline{I}_a = \underline{U}_a \underline{Y}_a, \quad \underline{I}_b = \underline{U}_b \underline{Y}_b, \quad \underline{I}_c = \underline{U}_c \underline{Y}_c. \quad (2.113)$$

Топографическая диаграмма напряжений, совмещенная с диаграммой токов для этого соединения, приведена на рис. 2.42, *б* и соответствует следующим исходным данным:

$$U_{\ddot{e}} = 220 \text{ В}, \quad R_a = 10 \text{ Ом}, \quad X_a = 0, \quad R_b = 5 \text{ Ом},$$

$$X_b = 8,66 \text{ Ом}, \quad R_c = 0, \quad X_c = -10 \text{ Ом}.$$

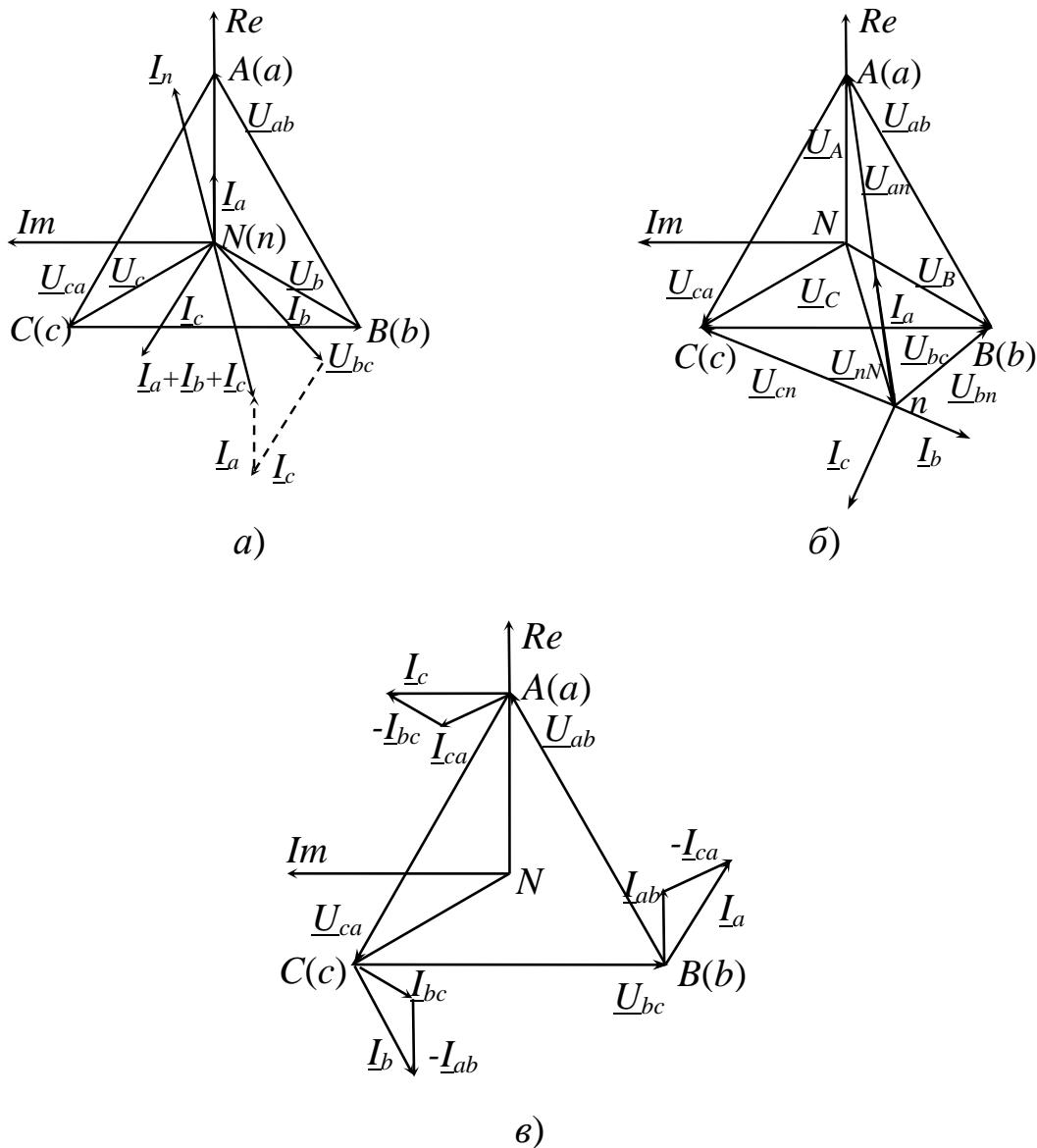


Рис. 2.42. Топографические диаграммы напряжений, совмещенные с диаграммой токов:

- а* – при соединении звезда-звезда с нулевым проводом и несимметричной нагрузке;
- б* – при соединении звезда-звезда без нейтрального провода и несимметричной нагрузке;
- в* – при соединении звезда-треугольник и симметричной нагрузке

При соединении звезда-треугольник по рис. 2.40, в каждая фаза приемника включена на линейное напряжение (2.103), а токи в фазах рассчитываются по закону Ома:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}, \quad \underline{I}_{b\tilde{n}} = \frac{\underline{U}_{b\tilde{n}}}{\underline{Z}_{b\tilde{n}}}, \quad \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}. \quad (2.114)$$

Токи в линейных проводах определяются по выражениям (2.104) из первого закона Кирхгофа для узлов  $a, b, c$ .

Векторную диаграмму токов, совмещенную с топографической диаграммой напряжений (рис. 2.42, в), строят на комплексной плоскости, начиная с построения равностороннего треугольника напряжений  $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$ . Затем строятся векторы фазных токов  $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$  из точек  $b, c$  и  $a$  (из начала  $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}$  и  $\underline{U}_{ca}$  соответственно), а векторы линейных токов строятся в соответствии с выражениями (2.104).

### **2.2.9. Мощность трехфазной цепи. Баланс мощности**

Трехфазная цепь представляет собой совокупность трех однофазных цепей, поэтому активная и реактивная мощность такой цепи равна сумме мощностей отдельных фаз.

Активная мощность трехфазной цепи:

$$P = \begin{cases} P_a + P_b + P_c & - \text{іðè} \text{ нîåäèíåèè} \text{ ôàç} \text{ іðèåìéèà} \text{ çâåçäíé;} \\ P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} & - \text{іðè} \text{ нîåäèíåèè} \text{ ôàç} \text{ іðèåìéèà} \text{ ððåáðæüé èíí.} \end{cases}$$

Активная мощность каждой фазы рассчитывается так же, как и для однофазного приемника:

$$P_{\hat{o}} = U_{\hat{o}} I_{\hat{o}} \cos \varphi_{\hat{o}} = R_{\hat{o}} I_{\hat{o}}^2.$$

Реактивная мощность трехфазной цепи

$$Q = \begin{cases} Q_a + Q_b + Q_c & - \text{äëý} \text{ çâåçäû;} \\ Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} & - \text{äëý} \text{ ððåáðæüé èà.} \end{cases}$$

Реактивная мощность каждой фазы рассчитывается так же, как и для однофазного приемника:

$$Q_{\hat{o}} = U_{\hat{o}} I_{\hat{o}} \sin \varphi_{\hat{o}} = X_{\hat{o}} I_{\hat{o}}^2.$$

Полная мощность трехфазной цепи  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

Мощности трехфазной цепи могут быть определены в комплексной форме:

$$\underline{S} = P + jQ = \begin{cases} \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_a \underline{I}_a^* + \underline{U}_b \underline{I}_b^* + \underline{U}_c \underline{I}_c^* = \\ = (P_a + P_b + P_c) + j(Q_a + Q_b + Q_c) - \ddot{\text{ä}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{y}} \ddot{\text{ç}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{ç}}\ddot{\text{ä}}\ddot{\text{u}}; \\ \underline{S}_{ab} + \underline{S}_{bc} + \underline{S}_{ca} = \underline{U}_{ab} \underline{I}_{ab}^* + \underline{U}_{bc} \underline{I}_{bc}^* + \underline{U}_{ca} \underline{I}_{ca}^* = \\ = (P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}) + j(Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}) - \ddot{\text{ä}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{y}} \ddot{\text{o}}\ddot{\text{ð}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{o}}\ddot{\text{ñ}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{ü}} \ddot{\text{i}} \ddot{\text{e}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{a}}. \end{cases}$$

При симметричной нагрузке мощность всех фаз одинакова, поэтому

$$P = 3P_{\hat{o}} = 3U_{\hat{o}} I_{\hat{o}} \cos \varphi_{\hat{o}} ; \quad Q = 3Q_{\hat{o}} = 3U_{\hat{o}} I_{\hat{o}} \sin \varphi_{\hat{o}} ; \quad S = 3S_{\hat{o}} = 3U_{\hat{o}} I_{\hat{o}} .$$

Мощности при симметричной нагрузке могут быть выражены и через линейные напряжения. При соединении фаз приемника звездой  $U_{\hat{o}} = U_{\ddot{e}} / \sqrt{3}$ ,  $I_{\hat{o}} = I_{\ddot{e}}$ , поэтому

$$P = 3(U_{\ddot{e}} / \sqrt{3})I_{\ddot{e}} \cos \varphi_{\hat{o}} = \sqrt{3} U_{\ddot{e}} I_{\ddot{e}} \cos \varphi_{\hat{o}}; \quad Q = \sqrt{3} U_{\ddot{e}} I_{\ddot{e}} \sin \varphi_{\hat{o}}, \\ S = \sqrt{3} U_{\ddot{e}} I_{\ddot{e}}.$$

При соединении фаз приемника треугольником  $U_{\hat{o}} = U_{\hat{e}}$ ,  $I_{\hat{o}} = I_{\hat{e}} / \sqrt{3}$ , поэтому

$$P = 3(I_{\ddot{e}} / \sqrt{3})U_{\ddot{e}} \cos \varphi_{\hat{o}} = \sqrt{3} U_{\ddot{e}} I_{\ddot{e}} \cos \varphi_{\hat{o}}, \quad Q = \sqrt{3} U_{\ddot{e}} I_{\ddot{e}} \sin \varphi_{\hat{o}}, \\ S = \sqrt{3} U_{\ddot{e}} I_{\ddot{e}}.$$

Таким образом, при симметричной нагрузке формулы мощности, независимо от схемы соединения приемников, одинаковы.

Правильность расчета токов в трехфазной цепи можно проверить, как и в однофазной цепи, составлением баланса мощностей:

$$\underline{S}_{\text{èñò}} = \underline{S}_{\text{jò}} .$$

Комплексную мощность трехфазного генератора для принятой нами схемы соединения звездой можно рассчитать по соотношению

$$S_{\text{énò}} = \underline{U}_A I_a^* + \underline{U}_B I_b^* + \underline{U}_C I_c^*,$$

где  $\underline{U}_A$ ,  $\underline{U}_B$  и  $\underline{U}_C$  определяются по соотношениям (2.97).

Комплексную мощность трехфазного приемника определяют по соотношениям:

$$\underline{S}_{\text{id}} = \begin{cases} \underline{Z}_a I_a^2 + \underline{Z}_b I_b^2 + \underline{Z}_c I_c^2 & - \text{äë ý çâåçäû;} \\ \underline{Z}_{ab} I_{ab}^2 + \underline{Z}_{bc} I_{bc}^2 + \underline{Z}_{ca} I_{ca}^2 & - \text{äë ý ððåbäéüí èéà.} \end{cases}$$

### **2.2.10. Техника безопасности при эксплуатации трехфазных установок**

Трехфазные цепи являются основными цепями в системе электроснабжения, поэтому при их эксплуатации должны обеспечиваться и соблюдаться соответствующие меры безопасности, исключающие возможность поражения человека электрическим током. Для этого токоведущие части электроустановок и отдельных электрических аппаратов должны быть надежно изолированы и снабжены специальными защитными устройствами, а персонал должен быть обучен безопасным методам работы.

Подавляющее большинство электротравм происходит в случае прикосновения к токоведущим частям, находящимся под напряжением, либо к нетоковедущим частям электрических установок при пробое их изоляции.

Для исключения возможности поражения применяется защитное заземление и зануление.

**Защитным заземлением** называется преднамеренное соединение с землей металлических нетоковедущих частей электроустановок, которые могут оказаться под напряжением вследствие замыкания фазы на корпус или по другим причинам. В большинстве случаев для защитного заземления все металлические части электрических установок (корпуса электродвигателей, станки, кожухи электрических аппаратов и др.) надежно, при помощи труб, стальных уголков, полос заземляются. В этом случае человек при прикосновении к нетоковедущим металлическим частям оказывается включенным параллельно защитному заземлению, сопротивление которого мало (менее 4-х Ом), и напряжение, приложенное к человеку, становится безопасным.

**Защитным занулением** называется преднамеренное электрическое соединение с нулевым защитным проводником металлических нетоковедущих частей, которые могут оказаться под напряжением. Защитное зануление применяется в четырехпроводных трехфазных сетях с заземленной нейтральной точкой источника питания, при напряжениях до 1000 В.

В качестве нулевого защитного проводника часто применяется нулевой провод сети. В случае пробоя на корпус фазный и нейтральный провода оказываются замкнутыми накоротко, возникающий при этом ток короткого замыкания вызывает перегорание плавких предохранителей или срабатывание автоматических выключателей, а поврежденная установка отключается от сети.

Согласно правилам устройства электроустановок (ПУЭ) в сетях с напряжением 380/220 В рекомендуется использовать также устройства защитного отключения электроустановок (независимо от того заземлены они или нет), оказавшихся в результате аварии под напряжением.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Запишите выражения для комплексных фазных и линейных напряжений генератора при соединении обмоток генератора звездой.
2. Начертите схему трехфазной цепи (звезда-звезда с нулевым проводом) и запишите формулы для расчета токов в этой цепи.
3. Объясните назначение нейтрального провода.
4. К симметричной трехфазной линии с линейным напряжением  $U_{\text{e}} = 380$  В подключены три одинаковых приемника, соединенных звездой с нейтральным проводом. Активное и реактивное сопротивления каждого приемника равны  $R_b = 3 \Omega$ ;  $X_b = -4 \Omega$ . Определите токи в фазных и нейтральном проводах. Постройте топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с диаграммой токов.
5. Решите пример по п.4, если  $R_a = 3 \Omega$ ,  $X_a = 4 \Omega$ ,  $R_c = 3 \Omega$ ,  $X_c = -4 \Omega$ .
6. В задаче по п. 4 в фазе  $a$  сгорел предохранитель. Определите токи в двух других фазах и нейтральном проводе. Постройте диаграмму.
7. Начертите схему звезда-звезда без нейтрального провода и запишите формулы для расчетов токов:
  - а) для симметричной нагрузки;
  - б) для несимметричной нагрузки.
8. К трехфазной трехпроводной линии (без нейтрального провода) с напряжением  $U_{\text{e}} = 660$  В подключен звездой трехфазный приемник с параметрами  $R_b = 4 \Omega$ ,  $X_a = 4 \Omega$ ,  $X_b = 0$ ,  $X_c = -4 \Omega$ . Определите токи и начертите в масштабах  $m_U$ ,  $m_I$  диаграмму напряжений и токов.

9. Запишите формулы, связывающие фазные и линейные токи и напряжения для трехфазной цепи звезда-треугольник.

10. К трехпроводной трехфазной цепи с линейным напряжением  $U_e = 380$  В подключен треугольником приемник с параметрами  $R_{ab} = X_{Lbc} = |X_{Cca}| = 10$  Ом. Рассчитайте токи в фазах и линейных проводах. Постройте диаграмму напряжений и токов.

11. Проверьте правильность расчета токов в примерах по п. 4, 5, 8, 10 составлением баланса мощностей в комплексной форме.

## 2.3. Электрические цепи несинусоидального тока

### 2.3.1. Общие сведения

**Периодическими несинусоидальными величинами** называют токи  $i$ , напряжения  $u$ , ЭДС  $e$ , которые изменяются во времени по периодическому несинусоидальному закону (рис. 2.43).

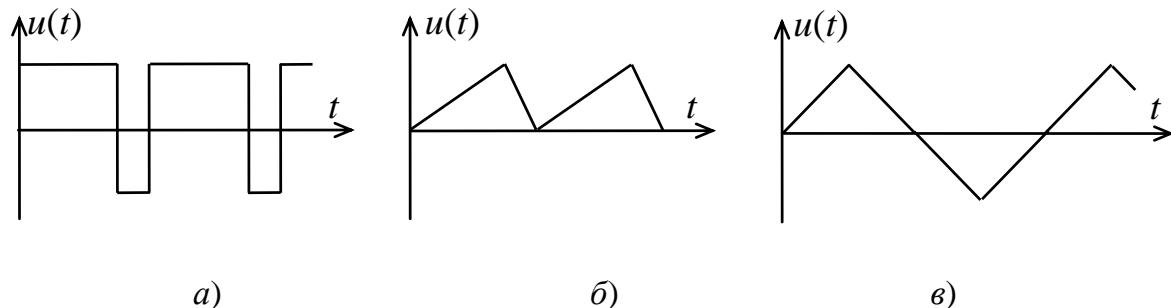


Рис. 2.43. Периодические несинусоидальные напряжения

На рис. 2.43, а приведены двухполярные прямоугольные импульсы, на рис. 2.43, б – однополярные треугольные, а на рис. 2.43, в – симметричные двухполярные треугольные импульсы напряжения. Несинусоидальные токи возникают в электрических цепях, если в них действуют источники несинусоидальных ЭДС (напряжений) или тока, если цепь содержит нелинейные элементы, если параметры элемента (ов) периодически изменяются во времени.

В данном разделе рассматриваются линейные цепи с несинусоидальными источниками ЭДС.

Все периодические величины (ЭДС, токи, напряжения) несинусоидальной формы называются **негармоническими величинами** (сигналами). Они характеризуются формой (прямоугольные, пилообразные, тре-

угольные и др.), полярностью (однополярные, двухполярные), амплитудой  $U_m$ ,  $I_m$ ,  $E_m$ , частотой  $f$  и периодом  $T$ . При этом

$$F(t) = F(t + kT), \quad (2.115)$$

где  $T$  – период функции  $F(t)$ ;  $k = 1, 2, 3\dots$ .

При анализе линейных электрических цепей несинусоидального тока применяются ряды Фурье и принцип суперпозиции. При этом воздействие несинусоидального сигнала заменяется суммой воздействий нескольких гармонических (синусоидальных или косинусоидальных) сигналов, с такими амплитудами, частотами и начальными фазами, алгебраическая сумма ординат которых в любой момент времени равна ординате исходного несинусоидального сигнала.

К примеру, напряжение  $u_3(t)$  (рис. 2.44) можно заменить суммой двух напряжений  $u_1(t) + u_2(t)$ .

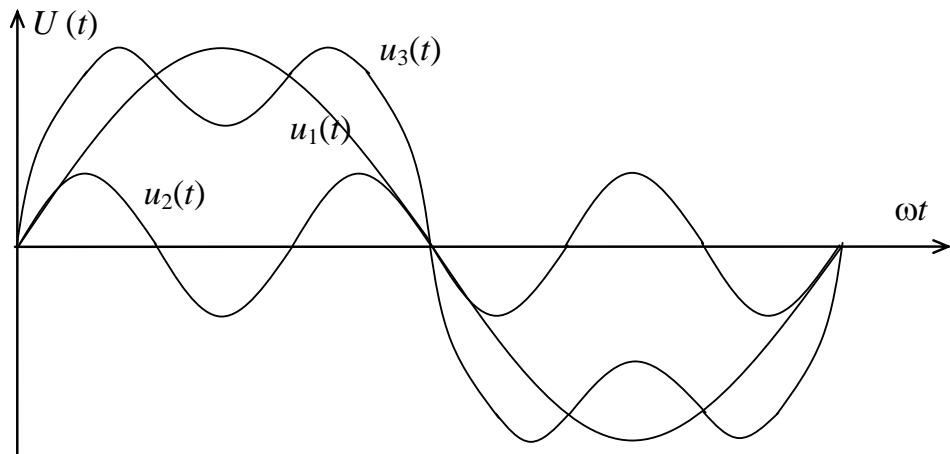


Рис. 2.44. Графическая иллюстрация принципа суперпозиции

Если  $u_1(t) = U_{1m} \sin \omega t$ ,  $u_2(t) = U_{2m} \sin 3\omega t$ , то

$$u_3(t) = U_{1m} \sin \omega t + U_{2m} \sin 3\omega t. \quad (2.116)$$

### 2.3.2. Разложение периодических функций в ряд Фурье

Из математики известно, что всякую периодическую функцию  $F(\omega t)$ , удовлетворяющую условиям теоремы Дирихле (за период  $T$  должно быть конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов), можно представить в виде ряда Фурье, со-

стоящего из суммы постоянной составляющей  $A_0$  и синусоидальных составляющих кратных частот  $k \omega$ , которые называют **гармониками**:

$$F(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \sin(k\omega_1 t + \psi_k), \quad (2.117)$$

где  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$  – частота основной или первой гармоники, или в другой форме

$$F(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_{mk} \sin k \omega_1 t + \sum_{k=1}^{\infty} C_{mk} \cos k \omega_1 t, \quad (2.118)$$

где  $A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) d(\omega t)$  – постоянная составляющая;

$$B_{mk} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) \sin k \omega_1 t d(\omega t) = A_{mk} \cos \psi_k;$$

$$C_{mk} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) \cos k \omega_1 t d(\omega t) = A_{mk} \sin \psi_k;$$

$A_{mk} = \sqrt{B_{mk}^2 + C_{mk}^2}$  – амплитуда  $k$ -й гармоники;

$\operatorname{tg} \psi_k = \frac{C_{mk}}{B_{mk}}$ ;  $\psi_k$  – начальная фаза  $k$ -й гармоники.

### 2.3.3. Представление несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов рядами Фурье

Так как большинство периодических функций, с которыми имеют дело в электротехнике, условиям теоремы Дирихле удовлетворяют, то из этого следует, что периодические ЭДС, токи и напряжения можно представить рядами Фурье:

$$\begin{aligned} e(t) &= E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} E_{mk} \sin(k \omega_1 t + \psi_{ek}); \\ u(t) &= U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} \sin(k \omega_1 t + \psi_{uk}); \\ i(t) &= I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{mk} \sin(k \omega_1 t + \psi_{ik}), \end{aligned} \quad (2.119)$$

где  $E_0$ ,  $U_0$ ,  $I_0$  – постоянные составляющие;  $E_{mk}$ ,  $U_{mk}$ ,  $I_{mk}$  – амплитуды  $k$ -х гармоник;  $\psi_{ek}$ ,  $\psi_{nk}$ ,  $\psi_{ik}$  – начальные фазы.

Примеры рядов Фурье для встречающихся на практике периодических несинусоидальных функций (рис. 2.45) приведены ниже.

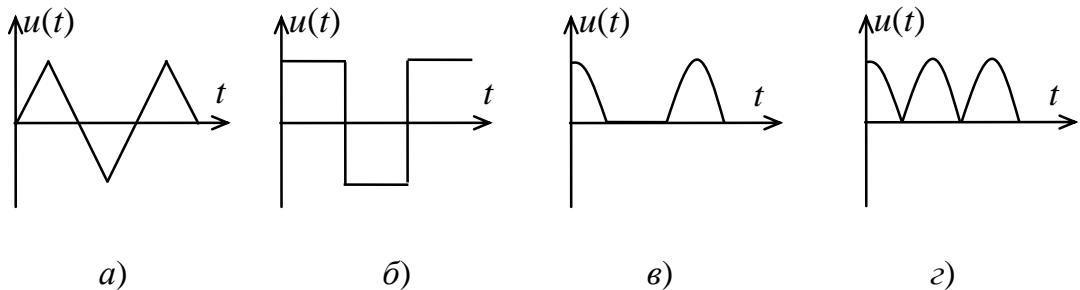


Рис. 2.45. Графики периодических несинусоидальных функций времени:

*а* – треугольные двухполярные; *б* – прямоугольные двухполярные;

*в*, *г* – импульсы напряжения на выходе однополупериодного и двухполупериодного однофазного выпрямителя

Для рис. 2.45, *а*:

$$u(t) = \frac{8U_m}{\pi^2} \left[ \sin \omega_1 t - \frac{1}{9} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{25} \sin 5\omega_1 t - \frac{1}{49} \sin 7\omega_1 t + \dots + \frac{1}{k^2} \sin k\omega_1 t \right].$$

Для рис. 2.45, *б*:

$$u(t) = \frac{4U_m}{\pi} \left[ \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots + \frac{1}{k} \sin k\omega_1 t \right].$$

Для рис. 2.45, *в* (напряжение на выходе однополупериодного выпрямителя):

$$u(t) = \frac{U_m}{\pi} \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \cos \omega_1 t + \frac{2}{3} \cos 2\omega_1 t - \frac{2}{15} \cos 4\omega_1 t + \frac{2}{35} \cos 6\omega_1 t + \dots \right].$$

Для рис. 2.45, *г* (напряжение на выходе двухполупериодного выпрямителя):

$$u(t) = \frac{2U_m}{\pi} \left[ 1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega_1 t - \frac{2}{15} \cos 4\omega_1 t + \frac{2}{35} \cos 6\omega_1 t + \dots \right].$$

На практике кривые негармонических сигналов чаще всего наблюдают на экранах осциллографов. Эти кривые, как правило, не имеют геометрически правильной формы и их аналитические выра-

жения  $F(t)$  бывают неизвестными. Разложение таких кривых в ряд Фурье производят графоаналитическим методом. При этом весь период  $T$  функции  $F(t)$  разбивают на  $n$  частей (четных) ( $n = 20$  или  $n = 36$ ), а вычисления величин  $A_0$ ,  $B_{mk}$ ,  $C_{mk}$  производят по приближенным формулам.

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n U_p ; \quad B_{mk} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n U_p \sin k\omega_1 t, \quad C_{mk} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n U_p \cos k\omega_1 t. \quad (2.120)$$

Отрезок  $\Delta t = \frac{T}{n}$  называется *интервалом дискретизации*. Значение функций  $\sin k\omega_1 t$  и  $\cos k\omega_1 t$  определяется при  $\omega_1 t = (p - 0,5) \cdot \Delta t$ , т. е. в середине каждого  $p$ -го интервала.

### 2.3.4. Основные характеристики несинусоидальных периодических токов и напряжений

На практике при расчетах и измерениях в электрических цепях с периодически изменяющимися токами и напряжениями любой формы в качестве одной из основных характеристик пользуются действующим значением, которое определяется так же, как и для синусоидальных функций

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}, \quad (2.121)$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}, \quad (2.122)$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt} = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots}. \quad (2.123)$$

Таким образом, *действующее значение* периодической несинусоидальной функции равно корню квадратному из суммы квадратов постоянной составляющей ( $I_0$ ,  $U_0$ ,  $E_0$ ) и действующих значений всех гармонических составляющих ( $I_k$ ,  $U_k$ ,  $E_k$ ).

Действующее значение несинусоидальной величины может быть измерено при помощи электроизмерительных приборов электромагнитной, электродинамической, тепловой и других систем.

*Среднее по модулю значение* определяется как среднее арифметическое значение модуля мгновенного значения за период

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt. \quad (2.124)$$

Эта величина измеряется при помощи магнитоэлектрического прибора с выпрямителем.

*Постоянная составляющая* тока  $I_0$ , напряжения  $U_0$  и ЭДС  $E_0$  измеряется при помощи магнитоэлектрического прибора.

Для оценки отклонения формы несинусоидальных кривых тока, напряжения и ЭДС от синусоиды пользуются коэффициентами формы кривой, искажения и амплитуды.

*Коэффициент формы* определяется как отношение действующего значения к его среднему по модулю значению:

$$\hat{E}_d = U / U_{\text{ср}} \quad \text{или} \quad \hat{E}_d = I / I_{\text{ср}}. \quad (2.125)$$

Для синусоиды  $\hat{E}_d = 1,11$ .

*Коэффициент искажений* равен отношению действующего значения первой гармоники к действующему значению несинусоидальной функции

$$\hat{E}_{\text{иск}} = U_1 / U \quad \text{или} \quad \hat{E}_{\text{иск}} = I_1 / I. \quad (2.126)$$

*Коэффициент амплитуды* равен отношению амплитудного значения к действующему

$$\hat{E}_a = U_m / U \quad \text{или} \quad \hat{E}_a = I_m / I. \quad (2.127)$$

Для синусоиды  $\hat{E}_a = \sqrt{2}$ .

*Максимальное* (амплитудное) значение измеряют амплитудным вольтметром или осциллографом.

### 2.3.5. Расчет линейных электрических цепей при несинусоидальном токе

Расчет выполняется методом наложения для каждой составляющей отдельно. Затем производится наложение мгновенных значений токов (напряжений) всех учитываемых гармонических составляющих и постоянной составляющей.

Для постоянной составляющей рассчитывается цепь постоянного тока методами, представленными в разделе 1. При этом учитывается, что индуктивное сопротивление  $k\omega_1 L = 0$ , а емкостное  $\frac{1}{k\omega_1 C} = \infty$ .

Следовательно, участки с индуктивностью закорачиваются, а с емкостью – разрываются.

Расчет для каждой  $k$ -й гармоники производится с применением комплексных чисел (в символической форме), учитывая, что

$$X_{Lk} = k\omega_1 L = k X_{L1} \text{ и что } X_{ck} = \frac{1}{k\omega_1 l} = \frac{X_{c1}}{k}.$$

После выполнения расчетов токов во всех ветвях для каждой гармоники переходят к выражениям для мгновенных токов и записывают выражение для токов в ветвях в виде суммы постоянной составляющей и гармонических составляющих.

### Вопросы для самоконтроля

1. Объясните, как периодические несинусоидальные токи и напряжения могут быть представлены в виде ряда Фурье. Запишите постоянную составляющую и  $k$ -ю гармонику напряжения прямоугольной формы (рис. 2.45, б) при  $U_m = 10$  В,  $\omega_1 = \frac{3}{4}$  рад/с.

2. Определите действующее значение несинусоидального тока

$$i = 5 + 3 \sin(\omega_1 t + 30^\circ) + 2 \sin(3\omega_1 t - 45^\circ) + 4 \sin(5\omega_1 t - 30^\circ) \text{ А.}$$

3. Определите значения  $U$ ,  $U_{\hat{o}}$ ,  $k_{\hat{o}}$ ,  $k_{\hat{a}}$  для периодических несинусоидальных напряжений рис. 2.45, воспользовавшись приведенными разложениями (ограничиваясь 3–4 слагаемыми).

4. Поясните методику расчета токов в ветвях линейной цепи (рис. 2.46) при несинусоидальном напряжении  $U(t) = U_0 + U_{1m} \sin(\omega_1 t + \psi_{u1}) + U_{2m} \sin(2\omega_1 t + \psi_{u2}) + \dots$ , если параметры  $R$ ,  $L$ ,  $C$  заданы.

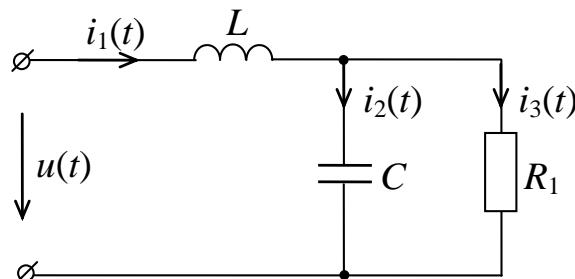


Рис. 2.46

5. Объясните принцип работы низкочастотного фильтра на примере электрической цепи на рис. 2.46. Указание: получите выражение для амплитуд гармонических составляющих напряжений на нагрузке  $R_1$ , по формуле  $U_{mkH} = I_{mk} X_{ck}$  при условии, что  $R_1 \gg X_{ck}$ .

(Ответ:  $U_{mkH} \approx \frac{U_{mk}}{k^2 \omega_1^2 LC}$ , где  $U_{mk}$  – амплитуда  $k$ -й гармоники

напряжения на входе).

## ГЛАВА 3. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

### 3.1. Общие сведения

Изменения схемы соединений (включение и выключение отдельных участков цепи, подключение отдельных элементов), обрывы соединительных проводов или их замыкания называют **коммутациями**.

Следствием коммутаций является переход электрической цепи из одного устойчивого состояния в другое.

Процессы, происходящие в электрической цепи в период перехода из одного установившегося состояния в другое, называют **переходными процессами**.

Переходные процессы протекают не мгновенно, а в течение некоторого промежутка времени (как правило, это секунды, десятилетия и даже сотые доли секунды).

Возникновение переходных процессов объясняется тем, что каждому состоянию электрической цепи соответствует определенный запас энергии в электрических полях конденсаторов ( $W_y = C u_c^2 / 2 = Q u_c / 2$ ) и в магнитных полях катушек индуктивности ( $W_i = \Psi i_L / 2 = L i_L^2 / 2$ ).

Переход к новому режиму цепи связан с перераспределением этих энергий между реактивными элементами и с необратимым преобразованием энергии в резистивных элементах. Такие изменения не могут происходить мгновенно, т. е. скачком, т. к. как для изменения энергии скачком необходима мощность  $P = dW/dt \rightarrow \infty$ , что лишено физического смысла – цепей бесконечной мощности не существует.

Во время переходного процесса токи в цепи и напряжения на элементах могут быть в несколько раз больше, чем в установившемся режиме, и могут привести к аварии. Подбирая значения параметров

отдельных элементов и применяя специальные схемы их подключения, можно ускорить или замедлить время переходного процесса, а также ограничить скачки тока и напряжения во время переходного процесса.

### 3.2. Законы коммутации. Начальные условия

Из закона сохранения энергии и требования конечного значения мгновенной мощности вытекает принцип непрерывности во времени потокосцепления  $\Psi$  и тока  $i$  в индуктивном элементе, а также электрического заряда  $Q$  и напряжения  $U_c$  на емкостном элементе.

Это означает, что в первое мгновение после коммутации ток в индуктивности равен току непосредственно перед коммутацией:

$$i_L(0+) = i_L(0-). \quad (3.1)$$

Напряжение на емкости в начальный момент времени после коммутации равно напряжению перед коммутацией:

$$u_c(0+) = u_c(0-). \quad (3.2)$$

Выражения (3.1) и (3.2) составляют два закона коммутации.

Следует, однако, отметить, что токи и напряжения на резистивных элементах, ток в емкостных элементах  $i_c = \tilde{N} d u_c / d t$  и напряжения на индуктивных элементах  $u_L = L d i / d t$  могут изменяться скачком.

Значения тока в индуктивности и напряжения на емкости в момент времени до коммутации называют **независимыми начальными условиями**. Если считать, что начало отсчета времени ( $t = 0$ ) совпадает с моментом мгновенной коммутации, и если обозначить значения потокосцепления и тока в индуктивности, заряда и напряжения на емкости непосредственно перед коммутацией соответственно:  $\Psi(0-)$  и  $i_L(0-)$ ,  $Q(0-)$  и  $u_c(0-)$ , а в начальный момент после коммутации через  $\Psi(0+)$  и  $i_L(0+)$ ,  $Q(0+)$  и  $u_c(0+)$ , то по законам коммутации

$$\begin{aligned} \Psi(0-) &= \Psi(0+) \quad \text{или} \quad i_L(0-) = i_L(0+) \\ Q(0-) &= Q(0+) \quad \text{или} \quad u_c(0-) = u_c(0+). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Из законов коммутации (3.3) следует, что независимые начальные условия можно определить из расчета электрической цепи до коммутации. Если  $i_L(0-) = 0$  и  $u_c(0-) = 0$ , то такие условия называют **нулевыми независимыми начальными условиями**.

### 3.3. Классический метод расчета переходных процессов

Переходные процессы в электрических цепях описываются системой дифференциальных уравнений, составленных по законам Кирхгофа для мгновенных значений ЭДС  $e$ , токов  $i$  и напряжений  $u$ . Для простых цепей исключением всех переменных, кроме одной, эту систему можно свести к одному дифференциальному уравнению для искомой величины, порядок которого не выше числа реактивных элементов в цепи.

Решается такое обыкновенное линейное неоднородное дифференциальное уравнение классическим, операторным или спектральным методом. Наибольшее применение в электротехнике нашел классический метод.

Из математики известно, что общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения равно сумме частного решения неоднородного уравнения, найденного для установившегося после коммутации режима и общего решения однородного (без правой части) уравнения. Частное решение неоднородного уравнения называют *принужденной составляющей*, а общее решение однородного уравнения – *свободной составляющей решения*.

К примеру, для цепи с последовательным соединением  $RLC$ -элементов (рис. 3.1) согласно второму закону Кирхгофа для мгновенных значений

$$u_R + u_L + u_c = Ri + Ld i / dt + u_c = e. \quad (3.4)$$

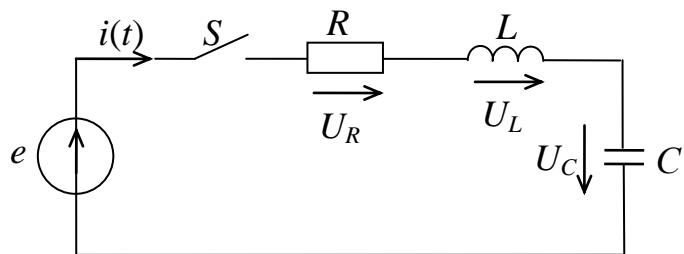


Рис. 3.1. Схема электрической цепи для иллюстрации методики расчета переходных процессов

Так как  $i_c = \tilde{N}du_c/dt$ , то

$$LC \frac{d^2u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = e. \quad (3.5)$$

Такого же вида уравнение можно получить, исключив  $u_c = \frac{1}{C} \int i dt$  из уравнения (3.4):

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{de}{dt}. \quad (3.6)$$

Решение уравнений (3.5) и (3.6) представляется в виде суммы установившейся (принужденной) и свободной составляющих:

$$u_c = u_{c\text{сн}} + u_{c\text{св}}; \quad i = i_{\text{сн}} + i_{\text{св}}. \quad (3.7)$$

Частные решения  $u_{c\text{сн}}$ ,  $i_{\text{сн}}$  неоднородных уравнений (3.5) и (3.6) определяются видом функции  $e(t)$  для цепи, образовавшейся после коммутации методами расчета цепей постоянного или переменного тока.

Общие решения однородных уравнений (для  $e(t) = 0$ ), т. е. свободные составляющие физически описывают процессы изменения энергии в реактивных элементах и содержат столько слагаемых, каков порядок однородного дифференциального уравнения.

Для примера, по рис. 3.1:

$$u_{\text{св}} = A_1' e^{p_1 t} + A_2' e^{p_2 t}; \quad (3.8)$$

$$i_{\text{св}} = A_1'' e^{p_1 t} + A_2'' e^{p_2 t}, \quad (3.9)$$

где  $p_1$ ,  $p_2$  – корни характеристического уравнения вида  $LC p^2 + RC p + 1 = 0$  для уравнения (3.5);  $L p^2 + R p + 1/C = 0$  для уравнения (3.6).

Из этого примера следует, что характеристическое уравнение составляется заменами:  $u$  или  $i$  на единицу;  $\frac{du}{dt}$  или  $\frac{di}{dt}$  – на  $p$ ;  $\frac{d^2 u}{dt^2}$  или  $\frac{d^2 i}{dt^2}$  – на  $p^2$  и т. д.

Постоянные интегрирования  $A_1$ ,  $A_2$  определяются из начальных условий

$$\left. \begin{aligned} u_C(0+) &= u_{\text{сн}}(0+) + u_{\text{св}}(0+) \\ i(0+) &= i_{\text{сн}}(0+) + i_{\text{св}}(0+) \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

с учетом известных связей

$$i_{\text{н}\hat{\text{а}}} = \tilde{N} \frac{d u_c}{d t} = C p_1 A'_1 e^{p_1 t} + C p_2 A'_2 e^{p_2 t}, \text{ т. е. } A''_1 = C p_1 A'_1 \text{ и } A''_2 = C p_2 A'_2.$$

Таким образом, классический метод заключается в составлении дифференциальных уравнений для цепи, полученной после коммутации, в нахождении общего решения в виде суммы установившейся и свободной составляющих, составлении и определении корней характеристического уравнения и постоянных интегрирования из начальных условий.

Важной характеристикой скорости изменения тока или напряжения при переходном процессе является постоянная времени  $\tau$ . Для  $RC$ -цепи  $\tau = RC$ , а для  $RL$ -цепи  $\tau = L/R$ . Постоянная времени  $\tau$  измеряется в единицах времени, и для цепи с одним накопителем энергии  $\tau = 1/p$ .

К моменту времени  $t = \tau$  свободная составляющая  $i_{\text{н}\hat{\text{а}}}$ ,  $u_{\text{н}\hat{\text{а}}}$  уменьшается в  $e = 2,718$  раз. К моменту времени  $t = (4-5)\tau$  переходной процесс практически заканчивается.

### 3.4. Переходные процессы в цепи с емкостным и резисторным элементами

Переходной процесс в цепи на рис. 3.2, *a*, возникающий после замыкания ключа  $S$ , описывается дифференциальным уравнением первого порядка, составленным по второму закону Кирхгофа с учетом того, что  $i_C = Cd u_C / dt$ ;

$$u_R + u_C = Ri + u_C = RCd u_C / dt + u_C = e. \quad (3.11)$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$u_c = u_{c\text{обн}} + u_{c\text{н}\hat{\text{а}}} = u_{c\text{обн}} + Ae^{pt}, \quad (3.12)$$

где  $u_{c\text{н}\hat{\text{а}}} = Ae^{pt}$  – свободная составляющая напряжения на конденсаторе;  $p = -1/(RC)$  – корень характеристического уравнения  $RCp + 1 = 0$ .

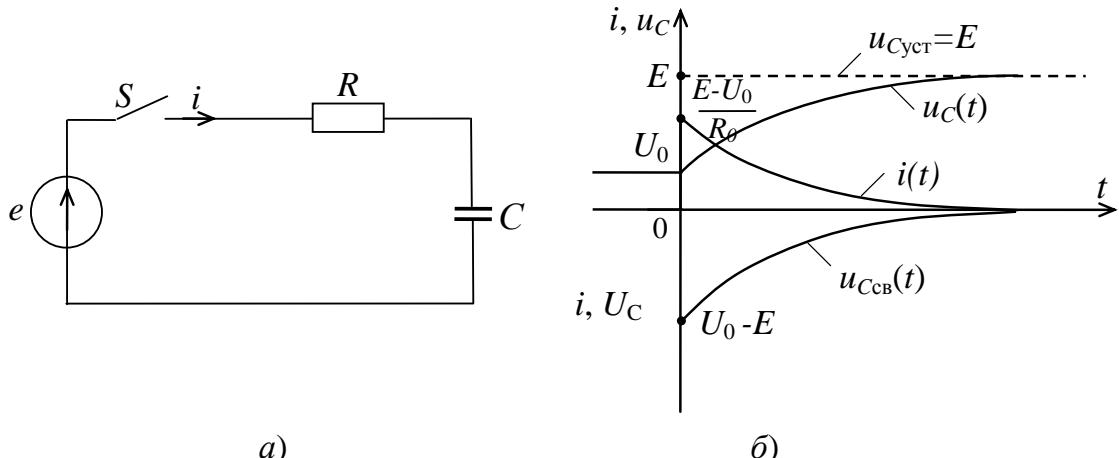


Рис. 3.2. Схема цепи с последовательным соединением  $RC$ -элементов (а) и графики зависимости напряжений и токов от времени (б)

Установившаяся составляющая  $u_{\text{сб}}(t)$  зависит от вида ЭДС  $e$  и схемы цепи после коммутации.

### 3.4.1. Подключение цепи $RC$ к источнику постоянной ЭДС $e = E = \text{const}$

По второму закону Кирхгофа для цепи на рис. 3.2, а  $Ri + u_C = E$ .

Постоянный ток в цепи с конденсатором (идеальным) равен нулю и, следовательно, в установившемся режиме  $i_{\text{онд}} = 0$ ,  $u_{\text{онд}} = E$ , т. е. согласно уравнению (3.12)

$$u_c = E + A e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.13)$$

где  $\tau = RC$  – постоянная времени  $RC$ -цепи.

Если до коммутации (до замыкания ключа  $S$ ) конденсатор был заряжен до напряжения  $U_0 < E$ , т. е.  $u_c(0-) = U_0$ , то при  $t = 0+$  (непосредственно после коммутации) согласно второму закону коммутации  $u_c(0+) = u_c(0-) = U_0$  и по уравнению (3.13)  $u_c(0+) = E + A = U_0$ , откуда  $A = U_0 - E$ . После подстановки в уравнение (3.13) получим

$$u_c(t) = E - (E - U_0) e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.14)$$

ток в цепи

$$i(t) = C \frac{du_c}{dt} = \frac{E - U_0}{R} e^{-t/\tau}. \quad (3.15)$$

Таким образом, напряжение на конденсаторе непрерывно нарастает от  $U_0$  до  $E$  по экспоненциальному закону, а ток  $i$  сначала увеличивается скачком от нулевого значения до  $i(0+) = (E - U_0)/R$ , а затем уменьшается по экспоненциальному закону и стремится к нулю (рис. 3.2, б).

### 3.4.2. Разряд конденсатора через резистор

Если после заряда конденсатора до напряжения  $u_c = E$  (рис. 3.3, а, 3.3, б) переключатель  $S$  перевести в положение 2, т. е. отключить конденсатор от ЭДС  $E$  и подключить к резистору  $R$ , то начнется процесс разряда конденсатора.

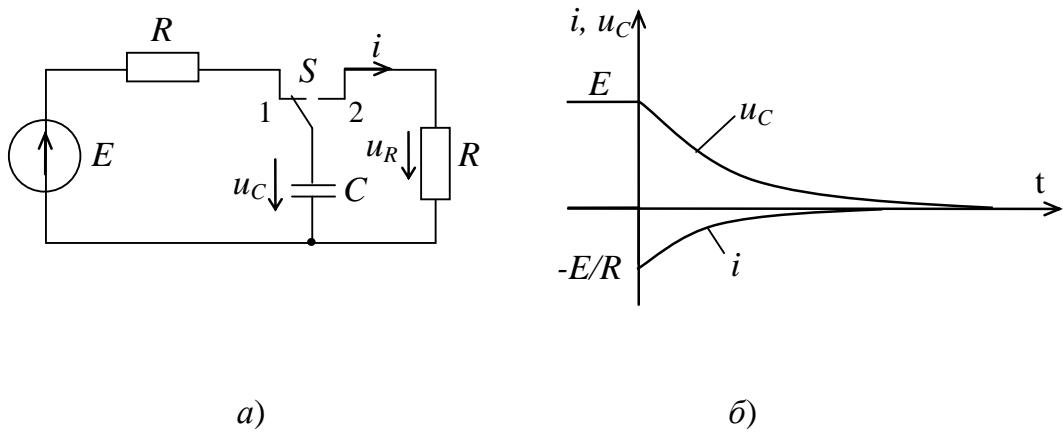


Рис. 3.3. Схема цепи (а) и графики зависимости от времени величин  $u_c$  и  $i$ , обусловленные переходными процессами при переключении переключателя  $S$  из положения 1 в положение 2 (б)

По второму закону Кирхгофа для цепи после коммутации  $u_c + Ri = 0$  или  $u_c + RC d u_c / dt = 0$ , где учтено, что ток разряда направлен противоположно току заряда через конденсатор. Так как в последнем уравнении правая часть равна нулю (уравнение однородное), то  $u_{c\text{обн}} = 0$  и, следовательно,

$$u_c = u_{c\text{нн}} = Ae^{pt} = Ae^{-t/\tau}, \quad (3.16)$$

где корень характеристического уравнения  $p = -1/(RC)$  и постоянная времени  $\tau = RC$ .

Постоянную интегрирования  $A$  определим с учетом начальных условий: при  $t = 0+$ ,  $u_c(0+) = u_c(0-) = E$  и по уравнению (3.16)  $u_c(0+) = A = E$ .

Подставив  $A$  в (3.16), получим

$$u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.17)$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} = \frac{-E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.18)$$

Напряжение  $u_c$  на конденсаторе убывает во времени от  $E$  до нуля по экспоненте, а ток разряда вначале скачком возрастает от нуля до значения  $i(O+) = -E/R$ , а затем стремится к нулю по экспоненциальному закону (рис. 3.3, б).

### 3.5. Дифференцирующие и интегрирующие цепи

В схемах автоматики, в электронике, в измерительной технике не редко необходимо интегрировать и дифференцировать изменяющиеся величины. Эти операции можно выполнить при помощи  $RC$ -цепей.

Схема интегрирующей  $RC$ -цепи изображена на рис. 3.4, а. Если  $R \gg X_C$ , то  $u_{\text{вых}} \approx iR$ , или  $i \approx u_{\text{вых}} / R$ . Так как

$$u_{\text{вых}} = u_c = \frac{1}{C} \int i dt + A \approx \frac{1}{RC} \int u_{\text{вых}} dt + A, \quad (3.19)$$

то

$$u_{\text{вых}} \approx \frac{1}{\tau} \int u_{\text{вых}} dt + A, \quad (3.20)$$

т. е. напряжение на выходе схемы на рис. 3.4, а пропорционально интегралу от напряжения на ее входе, если длительность интервала интегрирования много меньше  $\tau$ .

Из условия  $R \gg X_C = 1/(\omega \cdot C)$  следует, что интегрирование будет тем точнее, чем больше постоянная времени  $\tau$  по сравнению с периодом  $T$  ( $2\pi\tau \gg T$ ). Однако из уравнения (3.20) следует, что при увеличении  $\tau$  уменьшается величина выходного напряжения и для его увеличения приходится включать усилители.

Схема дифференцирующей цепи показана на рис. 3.4, б.

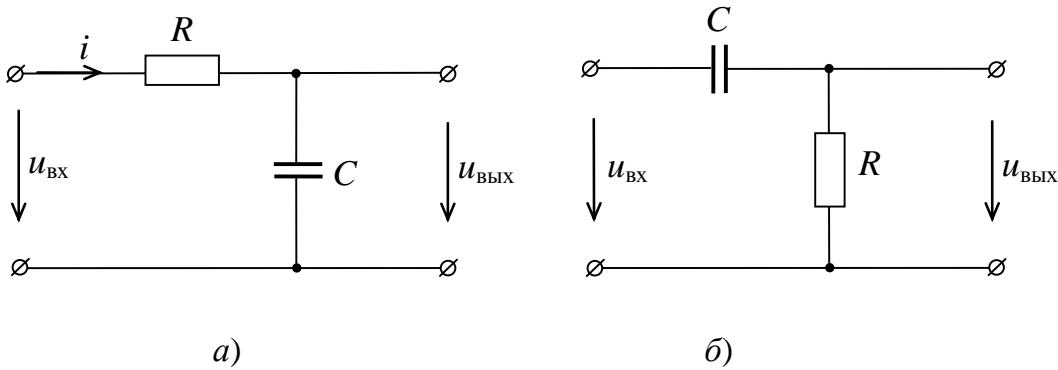


Рис. 3.4. Схемы RC-цепи:  
а – интегрирующей; б – дифференцирующей

Как и в предыдущей цепи,  $u_{\text{вх}} = Ri + u_C$ . В интервале времени, для которого  $Ri \ll u_c$ , можно считать, что  $u_{\text{вх}} \approx u_c$  и ток в цепи  $i = Cd u_c / dt \approx Cd u_{\text{вх}} / dt$ . Так как  $u_{\text{вых}} = Ri$ , то

$$u_{\text{вых}} \approx RC \frac{du_{\text{вх}}}{dt} = \tau \frac{du_{\text{вх}}}{dt}, \quad (3.21)$$

т. е.  $u_{\text{вых}}$  пропорционально производной напряжения на входе цепи, если длительность сигнала значительно больше  $\tau$ . При синусоидальном сигнале на входе необходимо выполнение условия  $U_R \ll U_C$  или  $RI \ll X_C I$ , т. е.  $R \ll X_C = \frac{1}{\omega C}$  или  $\omega RC \ll 1$  и  $2\pi\tau \ll T$ .

Дифференцирование будет тем точнее, чем меньше  $\tau$  по сравнению с периодом  $T$  входного напряжения. Однако из (3.21) следует, что при уменьшении  $\tau$  уменьшается значение выходного напряжения, и для его увеличения приходится включать усилители.

### Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение переходного процесса в электрической цепи. Укажите причины возникновения переходных процессов.
2. Сформулируйте законы коммутации.
3. Поясните суть классического метода расчета переходного процесса. Перечислите его этапы.
4. Что понимается под установившейся и свободной составляющими переходного процесса в электрической цепи?
5. Как составляется характеристическое уравнение и в каком виде записывается решение для свободной составляющей?

6. Как определяются постоянные интегрирования? Какие условия называются начальными?

7. Дайте определение постоянной времени и укажите, как она связана с длительностью переходного процесса.

8. Определите постоянную времени и длительность переходного процесса при включении последовательной  $RL$ -цепи на постоянное напряжение 10 В, если  $R = 100$  Ом,  $L = 0,1$  Гн.

9. Дайте определение дифференцирующей и интегрирующей  $RC$ -цепи. При каких параметрах (при каком значении постоянной времени  $\tau$ ) эти цепи являются дифференциирующими и при каких интегрирующими?

10. Чем отличается интегрирующая  $RC$ -цепь от дифференцирующей?

11. Приведите примеры практического применения дифференцирующих и интегрирующих цепей.

## ГЛАВА 4. НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ЭДС

### 4.1. Особенности электромагнитных процессов в магнитных цепях переменного потока

Рассмотрим процессы в магнитной цепи на рис. 4.1, состоящей из катушки индуктивности и ферромагнитного сердечника.

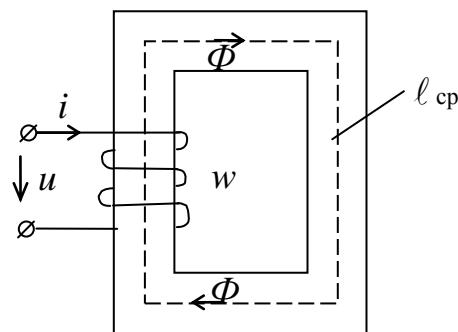


Рис. 4.1. Схема простейшей магнитной цепи

Если пренебречь магнитным потоком рассеяния, замыкающимся вне магнитопровода, а также активным сопротивлением обмотки, то получается идеализированная магнитная цепь. В этом случае переменное напряжение  $u$ , подводимое к зажимам обмотки, уравновешивается только ЭДС  $e$ :

$$u = -e, \quad (4.1)$$

где  $e = -w \frac{d\Phi}{dt}$ .

При этом закон изменения магнитного потока во времени

$$\Phi(t) = \frac{1}{w} \int u(t) dt + K \quad (4.2)$$

полностью определяется законом изменения  $u(t)$  и не зависит от параметров магнитопровода (магнитной цепи).

Постоянная интегрирования  $K = 0$ , если постоянный магнитный поток в магнитопроводе равен нулю.

Это – *первая особенность* электромагнитных процессов в магнитной цепи переменного потока.

Для обмотки с потоком  $\hat{\Phi}$  в магнитопроводе:

$$\Psi(t) = w\Phi(t) = wS B(t), \quad (4.3)$$

$$i(t) = H(t) \frac{l}{w}, \quad (4.4)$$

т. е. потокосцепление  $\Psi$  пропорционально индукции  $B$  магнитного поля, а ток  $i$  – напряженности поля  $H$ .

Переменные  $B(t)$  и  $H(t)$  связаны между собой параметрической зависимостью, которая графически отображается кривой намагничивания (см. параграф 1.3.3). При периодическом изменении напряжения  $u(t)$ , поток  $\hat{\Phi}(t)$  и магнитная индукция  $B(t) = \Phi(t)/S$  испытывают циклические изменения, которые графически отображаются динамической петлей перемагничивания (рис. 4.3).

Производная  $d\Psi/di$  непрерывно изменяется на этой кривой и, следовательно,

$$L = d\Psi/di = L(i) = \text{var}. \quad (4.5)$$

Таким образом, индуктивность обмотки, расположенной на магнитопроводе, непостоянна и зависит от тока в катушке. Это – *вторая особенность* электромагнитных процессов в магнитной цепи переменного потока. Напряжение  $u(t)$  на обмотке и ток  $i(t)$  в ней связаны нелинейным уравнением

$$u(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt} = L(i) \frac{di}{dt}. \quad (4.6)$$

Таким образом, уравнения для магнитных цепей, содержащих обмотку с магнитопроводом, нелинейны и, в частности, при синусоидальном входном напряжении на обмотке, ток оказывается несинусоидальным, что подтверждается уравнением (4.6). Это – *третья особенность* электромагнитных процессов в магнитной цепи переменного потока. По этой причине невозможно использовать векторные диаграммы и комплексные числа для расчетов.

Изменение магнитного поля вызывает нагрев магнитопровода из-за гистерезиса и вихревых токов. Следовательно, в магнитопроводе возникают потери электроэнергии, которые называют **магнитными потерями** (в то время как в магнитопроводе с постоянным потоком этих потерь нет). Это – *четвертая особенность* электромагнитных процессов в магнитной цепи переменного потока.

Магнитные потери часто не учитывают при анализе электромагнитных процессов в магнитных цепях, но при расчете теплового режима электротехнического устройства магнитные потери обязательно учитываются, т. к. они могут быть даже больше электрических потерь в обмотках.

Площадь петли гистерезиса характеризует потери энергии  $W_i$  в единице объема ферромагнитного материала за период изменения напряженности магнитного поля в этом материале. Мощность потерь  $\Delta P_i$  в магнитопроводе пропорциональна  $W_i$ , частоте  $f$  и объему  $V_i$  ферромагнетика

$$\Delta P_i = f W_i V_i . \quad (4.7)$$

Потери на гистерезис зависят от состава ферромагнитного материала, а потери от вихревых токов связаны с образованием вихревого электрического поля в области с переменным магнитным полем. Интенсивность вихревых токов зависит от частоты изменения и интенсивности магнитного поля, а также от электропроводности материала. Для уменьшения удельной электрической проводимости в электротехнические стали вводят кремний. Значительное уменьшение потерь от вихревых токов достигается выполнением магнитопровода из листового материала толщиной (0,0–0,5) мм, с изоляцией листов тонким слоем лака или оксидированием. Чем выше частота перемагничивания, тем тоньше должны быть листы.

## 4.2. График мгновенных значений магнитного потока и тока при синусоидальном напряжении

Пусть к катушке со стальным сердечником приложено синусоидальное напряжение

$$u(t) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.8)$$

Для идеализированной катушки с сердечником ( $R = 0$ ,  $\hat{O}_{\text{даñ}} = 0$ ) ЭДС самоиндукции  $e_L$  связана с напряжением  $u$  соотношением

$$e_L(t) = -u(t) = -U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (4.9)$$

т. е. ЭДС самоиндукции при синусоидальном напряжении также синусоидальна и отстает от  $u$  по фазе на  $\pi$ .

Так как ЭДС пропорциональна скорости магнитного потока в катушке и синусоидальна, то и магнитный поток  $\hat{O}$  (изменением во времени которого создается ЭДС  $e_L$ ) синусоидален и должен опережать эту ЭДС на  $90^\circ$  по фазе, т. е.

$$\Phi(t) = \Phi_m \sin \omega t, \quad (4.10)$$

$$I(t) = \Phi(t) w = w \Phi_m \sin \omega t. \quad (4.11)$$

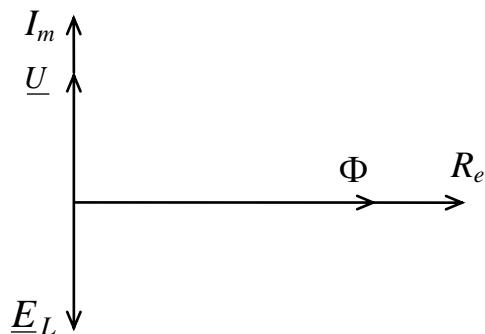


Рис. 4.2. Векторная диаграмма идеализированной катушки с сердечником

Векторная диаграмма идеализированной магнитной цепи приведена на рис. 4.2. Амплитудное значение магнитного потока  $\hat{O}_i$  в сердечнике зависит от величины действующего значения  $U$  синусоид-

дальнего напряжения  $U$ , приложенного к катушке, от частоты  $f$  и от числа витков  $w$  катушки:

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 f w}. \quad (4.12)$$

Поскольку между током в катушке со стальным сердечником и потоком в сердечнике существует нелинейная зависимость (4.4), то при наличии в сердечнике синусоидального магнитного потока, ток в ней изменяется во времени не по синусоидальному закону. Для построения графика зависимости тока от времени необходимо воспользоваться графиком зависимости между током и магнитным потоком (вебер-амперной характеристикой), построенным для магнитопровода с заданными размерами  $S$ ,  $l$  и числом витков  $w$  обмотки по кривой перемагничивания  $B(H)$  (рис. 4.3).

На рис. 4.3 приведена синусоидальная зависимость потока от времени (потокосцепление  $\Psi = \hat{\Phi} w$ ).

По рис. 4.3, *a* находим, что потоку  $\hat{\Phi}_1 = 0$  отвечает ток  $i_1$  (два деления), потоку  $\hat{\Phi}_2$  – ток  $i_2$  (два с половиной деления), потоку  $\hat{\Phi}_m$  – ток  $i_m$  (пять делений) и т. д.

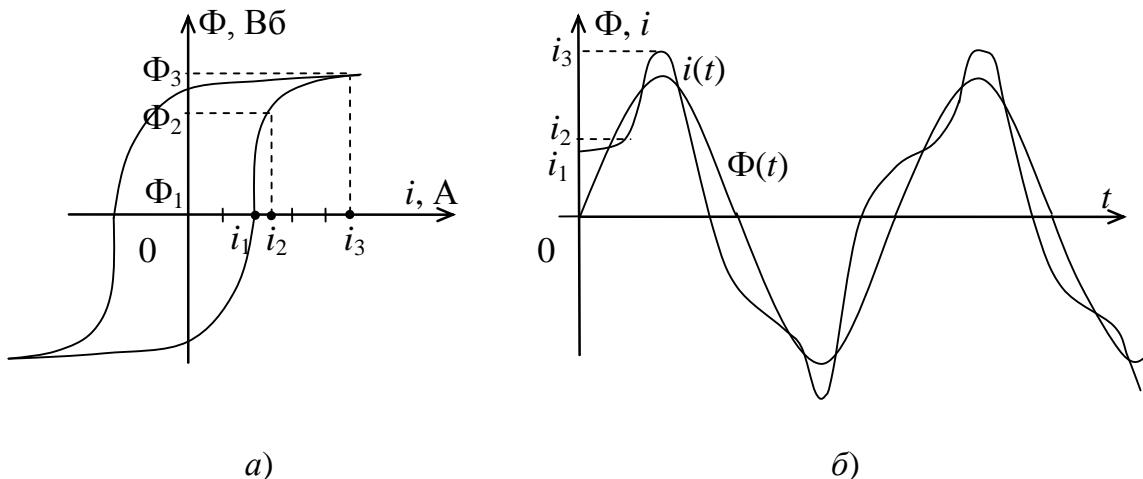


Рис. 4.3. Графики мгновенных значений магнитного потока и тока для катушки со стальным сердечником

Из графика следует, что  $i$  и поток  $\Phi$  достигают максимальных значений одновременно, но нулевых значений не одновременно. Это объясняется отставанием намагничивания стали ( $\Phi$ ) от намагничающей силы ( $F = i w$ ), т. е. гистерезисом.

### 4.3. Анализ электромагнитного состояния катушки с магнитопроводом. Схема замещения. Векторная диаграмма

В некоторых электротехнических устройствах обмотка или ее часть удалены от магнитопровода. При этом значительная часть магнитного потока, создаваемого током в катушке, замыкается по воздуху, минуя магнитопровод и создавая поток рассеяния  $\hat{O}_{\delta\tilde{a}\tilde{n}}$ . ЭДС рассеяния  $\dot{a}_{\delta\tilde{a}\tilde{n}}$  от поля рассеяния может оказывать заметное влияние на ток в обмотке, и эту ЭДС приходится учитывать в уравнении электрического состояния.

При глубоком насыщении магнитопровода ток в обмотке значительно возрастает и падение напряжения на сопротивлении обмотки  $R_{i\hat{a}\hat{i}}$  становится сравнимым с ЭДС от рабочего потока в магнитопроводе. Таким образом, полное уравнение электрического состояния обмотки со стальным сердечником будет иметь вид

$$u = -e - e_{\delta\tilde{a}\tilde{n}} + i R_{i\hat{a}\hat{i}}, \quad (4.13)$$

где  $e = -wd\hat{O}/dt$  и  $e_{\delta\tilde{a}\tilde{n}} = -d\Psi_{\delta\tilde{a}\tilde{n}}/dt$ .

При анализе многих электромагнитных устройств с переменным магнитным полем принято заменять несинусоидальный ток в обмотке эквивалентным синусоидальным током, имеющим такое же самое действующее значение:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}, \quad (4.14)$$

где  $I_k$  – действующее значение  $k$ -той гармоники Фурье – разложения.

Эквивалентный синусоидальный ток должен иметь одинаковую частоту с реальным несинусоидальным током и развивать одинаковую с ним активную мощность в данной цепи.

Введение эквивалентного синусоидального тока позволяет использовать при анализе векторные диаграммы и уравнения электрического состояния в комплексной форме. В частности, уравнение (4.13) можно записать в виде

$$\underline{U} = -\underline{E} - \underline{E}_{\delta\tilde{a}\tilde{n}} + \underline{I} R_{i\hat{a}\hat{i}}. \quad (4.15)$$

Заменяя далее ЭДС рассеяния падением напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния  $\underline{E}_{\text{длн}} = -j X_{\text{длн}} \underline{I}$ , получим

$$\underline{U} = -\underline{E} + j X_{\text{длн}} \underline{I} + \underline{I} R_{\text{iai}} . \quad (4.16)$$

Этому уравнению соответствует эквивалентная схема цепи на рис. 4.4, в которой идеализированная катушка с сердечником дополнена  $R_{\text{iai}}$  и  $X_{\text{длн}}$ :

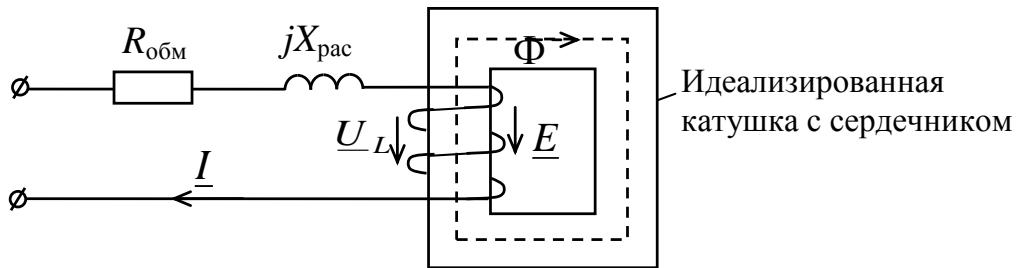


Рис. 4.4. Схема реальной катушки с сердечником

Заменяя далее ЭДС  $\underline{E}$  падением напряжения на индуктивном сопротивлении  $-\underline{E} = \underline{U}_1 = j X \underline{I}$ , получим

$$\underline{U} = j(X_{\text{длн}} + X) \underline{I} + \underline{I} R_{\text{iai}} . \quad (4.17)$$

Этому уравнению соответствует эквивалентная схема на рис. 4.5, а.

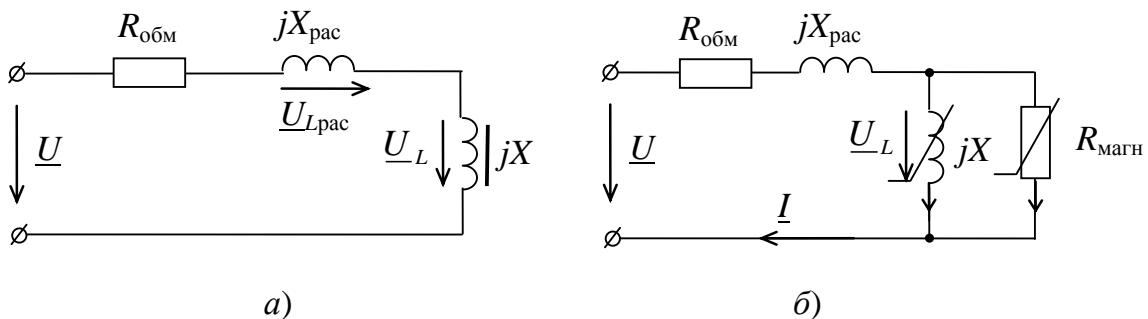


Рис. 4.5. Эквивалентные схемы катушки с сердечником:  
а – без учета магнитных потерь; б – с учетом магнитных потерь

В реальном магнитопроводе имеются также магнитные потери, которые в эквивалентной схеме на рис. 4.5, б учитываются введением  $R_{\text{iai}}$ . Мощность потерь  $I_a^2 R_{\text{iai}}$  в этом резисторе должна равняться мощности магнитных потерь  $\Delta P_{\text{iai}}$ , т. е.  $R_{\text{iai}} = U_L^2 / \Delta P_{\text{iai}} \approx U^2 / \Delta P_{\text{iai}}$ .

Для рис. 4.5, б можно записать систему уравнений

$$\begin{cases} \underline{U} = R_{\text{обм}} \underline{I} + j X_{\text{длн}} \underline{I} + \underline{U}_L \\ \underline{I} = \underline{I}_{\delta} + \underline{I}_a = \frac{\underline{U}_L}{j X} + \frac{\underline{U}_L}{R_{\text{обм}}} \end{cases} \quad (4.18)$$

Системе уравнений (4.18) соответствует векторная диаграмма напряжений, токов и магнитного потока (рис. 4.6).

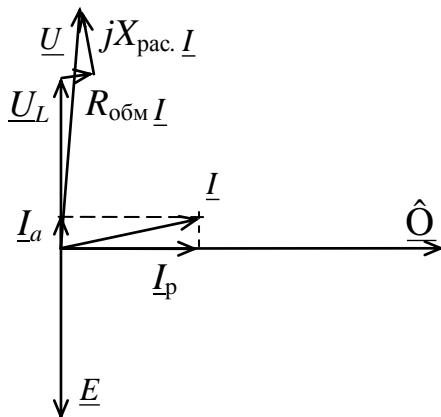


Рис. 4.6. Векторная диаграмма напряжений, токов и магнитного потока катушки с сердечником

Схема замещения реальной катушки с магнитопроводом отличается от схемы замещения катушки индуктивности без магнитопровода наличием  $R_{\text{обм}}$  (учитывающего магнитные потери в магнитопроводе, зависящие от  $\underline{U}$ ) и элемента  $X$  (учитывающего ЭДС от потока в магнитопроводе, зависящего от  $\underline{U}$ ).

### Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите особенности электрических процессов в магнитных цепях переменного магнитного потока.
2. Почему индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником зависит от тока в катушке?
3. От чего зависит закон изменения магнитного потока в магнитопроводе?
4. Почему нагревается магнитопровод с периодически изменяющимся потоком?
5. От каких факторов зависят потери в магнитопроводе на гистерезис и потери от вихревых токов?

6. Запишите уравнения и постройте векторную диаграмму реальной катушки с ферромагнитным сердечником.
7. Изобразите схему замещения катушки с магнитопроводом и поясните физический смысл ее элементов.
8. Объясните, что такое эквивалентная синусоида и для чего она используется?
9. Как можно уменьшить магнитные потери в магнитопроводе?

## ГЛАВА 5. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

### 5.1. Преимущества электрических методов измерения

В современных условиях контроль за технологическими процессами, за потреблением электрической энергии измерение неэлектрических величин осуществляется электрическими методами.

В промышленности применение электрических методов измерения является важнейшим фактором выпуска качественной продукции.

Электрические методы измерений, благодаря их преимуществам, в значительной степени предпочтительнее других методов измерений.

Преимущества:

- незначительное потребление энергии;
- возможность дистанционной передачи измерительной информации;
- большая скорость измерений;
- высокая точность и чувствительность.

### 5.2. Основные понятия и определения

В теории и технике электрических методов измерений пользуются системой понятий и определений, которые рекомендованы к применению в промышленности, в учебных заведениях и в научно-исследовательских институтах.

Под *измерением* понимается определение значения физической величины опытным путем с применением технических средств (средств измерения). Это процесс физического сравнения данной величины с некоторым ее значением, принятым за единицу измерения.

Измерения подразделяют на прямые, косвенные, совокупные и совместные.

**Прямое измерение** – измерение, при котором числовое значение физической величины находят путем сравнения со значением величины того же рода (измерение длины производят метром или рулеткой, тока – амперметром).

**Косвенное измерение** – это измерение, при котором искомое значение физической величины вычисляют по формуле по результатам измерения значений величин другого рода, полученных прямым методом.

Измерения подразделяют также по применяемым методам измерений. При этом под *методом измерений* понимается совокупность используемых при измерении физических явлений и средств измерений.

При проведении измерений применяются такие понятия, как измеряемая величина, измеряемое значение, показания средства измерения, результат измерения.

**Измеряемая величина** – это величина, значение которой должно быть определено измерением.

**Измеряемое значение** – это значение, определяемое по показанию средств измерения.

**Показание средств измерения** – это показание измерительного прибора, либо номинальное значение меры.

**Результат измерения** – это измеренное значение величины, подлежащей измерению.

**Средство измерения** – это техническое средство, используемое при измерении и имеющее нормированные метрологические характеристики или свойства.

По назначению средства измерений подразделяются на меры, измерительные приборы, измерительные преобразователи, вспомогательные устройства, измерительные установки и измерительные системы.

**Мера** – средство измерения, воспроизводящее одно или несколько значений физической величины. В качестве меры может служить измерительный резистор (как мера электрического сопротивления), измерительный конденсатор (как мера электрической емкости), кварцевый генератор (как мера частоты электрических колебаний). Параметры мер и их классы точности нормируются стандартами.

**Измерительный прибор** – средство измерения, предназначенное для выработки сигналов измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем.

Приборы делятся на аналоговые и цифровые. В аналоговом приборе показания являются непрерывной функцией изменения измеряемой величины. Цифровой измерительный прибор вырабатывает дискретные сигналы измерительной информации в цифровой форме.

**Измерительный преобразователь** – это средство измерения, предназначенное для выработки измерительной информации в форме,

удобной для дальнейшего преобразования, передачи, обработки и хранения, не поддающейся непосредственному восприятию наблюдателем.

**Измерительная установка** – это совокупность функционально объединенных средств измерения, предназначенных для проведения измерений выбранным методом и расположенных в одном месте.

### **5.3. Метрологические характеристики средств измерения. Классификация погрешностей измерений**

Важнейшими характеристиками средств измерения, отличающими их от других технических средств, являются метрологические характеристики, с помощью которых определяют значение измеряемой величины и аппаратную составляющую погрешности результата измерений.

К метрологическим характеристикам относятся погрешности средств измерения, чувствительность, цена деления и т. д.

**Погрешность средства измерения** – метрологическая характеристика, количественно выражаяющая отклонение номинального значения физической величины, измеряемое данным средством, от истинного значения.

Погрешности измерений можно подразделить на три группы: грубые (промахи), систематические и случайные.

**Грубые погрешности** иногда называют субъективными, т. к. они чаще всего возникают вследствие невнимательности человека или недостаточной его квалификации и опыта.

**Случайными погрешностями** называют погрешности, значение и знак которых не могут быть заранее указаны. Такие погрешности определяются путем многократного повторения измерений и применением статистических методов обработки результатов этих измерений.

**Систематические погрешности** – это погрешности, абсолютное значение и знак которых либо известны, либо могут быть определены. К ним относятся: погрешности измерительного прибора, погрешности метода измерения и измерительного устройства, погрешности от пренебрежения малыми величинами, погрешности от влияния внешних факторов.

В зависимости от условий применения средств измерения различают также основную и дополнительную погрешности.

**Основная погрешность** – погрешность средств измерения, используемых в нормальных условиях (при нормальном рабочем положении прибора, нормальной температуре окружающей среды, влаж-

ности, давлении, отсутствии внешних электрических и магнитных полей кроме земного магнетизма и т. п.).

**Дополнительная погрешность** – это погрешность средств измерения, возникающая в результате отклонения одной из влияющих величин от нормального значения.

**Систематические погрешности измерительного прибора** подразделяются на аддитивные, пропорциональные и погрешности делений шкалы.

Типичная аддитивная погрешность возникает, когда стрелка измерительного прибора не находится, в отсутствие измерительного сигнала, на нулевой отметке.

Пропорциональные погрешности возникают в частности из-за отклонения от номинальных значений сопротивлений добавочных резисторов и шунтов показывающих приборов.

Погрешности делений шкалы устанавливаются и определяются путем поверки приборов с применением более точных образцовых приборов.

**Систематические погрешности метода измерения и измерительного устройства** возникают, например, когда ЭДС источника напряжения измеряют вольтметром с конечным внутренним сопротивлением.

**Чувствительность прибора**  $S$  к измеряемой величине – это отношение изменения сигнала  $\Delta \alpha$  на выходе измерительного прибора к вызывающему его изменению измеряемой величины  $\Delta x$ :

$$S = d\alpha / dx \approx \Delta \alpha / \Delta x.$$

**Цена деления** шкалы измерительного прибора – это величина, обратная чувствительности

$$C = 1/S.$$

На практике цена деления определяется делением установленного предела на число делений в шкале.

#### **5.4. Систематические погрешности измерительных приборов**

Различают абсолютную, относительную и приведенную погрешности измерительных приборов.

**Абсолютная погрешность**  $\Delta x$  есть разность между измеренным значением  $x$  и истинным значением  $x_0$  измеряемой величины:

$$\Delta x = x - x_0.$$

**Относительная погрешность**  $\delta x$  – отношение абсолютной погрешности  $\Delta x$  к истинному значению  $x_0$ :

$$\delta x = \frac{x - x_0}{x_0} \approx \frac{\Delta x}{x}.$$

Относительная погрешность часто выражается в процентах

$$\delta x \% = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 \% .$$

**Относительная приведенная погрешность** – отношение максимально допускаемого значения абсолютной погрешности измерения  $\Delta x_{\max}$  к нормирующему значению  $x_N$  измеряемой величины:

$$\gamma = \Delta x_{\max} / x_N,$$

где  $x_N$  определяется видом шкалы (рис. 5.1).

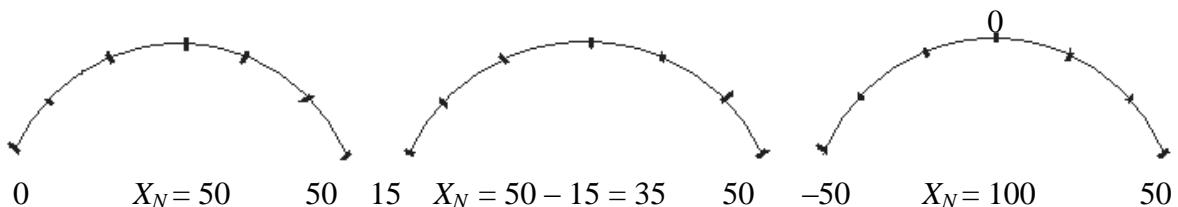


Рис. 5.1. Виды шкал измерительных приборов

Кроме рассмотренных выше погрешностей точностные параметры измерительных приборов характеризуют классом точности.

**Класс точности**  $K$  – это обобщенная характеристика прибора, определяемая модулем относительной приведенной погрешности, выраженной в процентах:

$$K = 100 |\gamma|.$$

Выпускаемые промышленностью электроизмерительные приборы имеют установленные классы точности:  $K = 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0; 5,0$ . Зная указанный на шкале прибора класс точности

$$K = 100 \cdot \left| \frac{\Delta x_{\max}}{x_N} \right|$$

и используя формулу для относительной погрешности  $\delta x \% = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 \%$ , можно определить максимальную погрешность измерения:

$$\delta X = K x_N / x.$$

Результат измерения выражается формулой

$$X = x(1 \pm \delta X).$$

## 5.5. Классификация измерительных приборов

Основными техническими средствами, применяемыми при проведении электрических измерений, являются электроизмерительные приборы. Электроизмерительные приборы классифицируют по назначению, конструктивному исполнению, роду измеряемой величины, принципу действия и условиям эксплуатации, классу точности и другим критериям.

В зависимости от условий эксплуатации измерительные приборы по своему исполнению делятся на три группы: А – для работы в сухих отапливаемых помещениях; Б – в закрытых неотапливаемых помещениях; В – в полевых (В1) или морских (В2) условиях.

По защищенности от внешних полей приборы делятся на две категории с допускаемыми изменениями в показаниях по табл. 5.1.

*Таблица 5.1*

### Допускаемые изменения в показаниях измерительных приборов в зависимости от класса точности и категории

| Класс точности      | Допускаемые изменения показаний, % |             |
|---------------------|------------------------------------|-------------|
|                     | Категория 1                        | Категория 2 |
| 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 | ±0,5                               | ±1,0        |
| 1,0 ; 1,5           | ±1,0                               | ±2,5        |
| 2,5; 4,0            | ±2,5                               | ±5,0        |

Устойчивость к механическим воздействиям определяется следующими категориями: обычновенные, с повышенной прочностью и устойчивые к механическим воздействиям, не чувствительные

к тряске (ТП), вибропрочные (ВП), тряскоустойчивые (ТН), нечувствительные к вибрациям (ВН) и ударопрочные (УП).

В зависимости от рода измеряемой величины приборы подразделяются на амперметры, вольтметры, ваттметры и т. п. и комбинированные, измеряющие две и более величин (например, ампервольтомметры).

По способу преобразования энергии измеряемой величины во врашающий момент, действующий на подвижную часть и по конструктивным особенностям измерительного механизма, приборы разделяют на:

- магнитоэлектрические, основанные на взаимодействии рамки, обтекаемой током, с полем постоянного магнита;
- электромагнитные, основанные на взаимодействии ферромагнитного сердечника с неподвижной катушкой, обтекаемой током;
- электродинамические, использующие силы взаимодействия между подвижной и неподвижной катушками, обтекаемыми токами;
- ферродинамические, электростатические, индукционные, вибрационные, тепловые и др.

Электроизмерительные приборы, показания которых являются непрерывными функциями измеряемых величин, называются аналоговыми приборами.

Электроизмерительные приборы, автоматически вырабатывающие дискретные сигналы измерительной информации, показания которых представлены в цифровой форме, называются цифровыми приборами. По методам измерения различают приборы непосредственной оценки и приборы сравнения. В первых – измеряемую величину определяют по показанию прибора, шкала которого проградуирована в соответствующих единицах. Во вторых, измеряемая величина сравнивается с известной величиной (компенсаторы, мосты).

## **5.6. Измерительные механизмы аналоговых приборов**

Аналоговые приборы отличаются относительной простотой, высокой надежностью. Выпускаются с классом точности до 0,05 включительно.

По конструктивному исполнению их можно разделить на электромеханические и электронные.

Механизмы электроизмерительных приборов отличаются большим разнообразием конструкций, однако в них можно выделить ряд узлов и деталей, характерных для большинства из них. К таким узлам

относятся устройства для установки подвижной части измерительного механизма и создания противодействующего момента, успокоители, отсчетные устройства, корпуса и т. д.

Магнитоэлектрический измерительный механизм основан на силовом взаимодействии магнитного поля постоянного магнита и подвижной (имеющей ось вращения) рамки из медного проводника с постоянным током.

В результате взаимодействия магнитного поля в зазоре магнитной системы с током в катушке создается вращающий момент, под действием которого катушка поворачивается до тех пор, пока вращающий момент  $\vec{M}_{\text{вд}}$  не уравновесится с противодействующим моментом  $\vec{M}_{\text{ид}}$ .

При этом зависимость угла поворота стрелки  $\alpha$  от величины тока  $I$  в рамке имеет вид

$$\alpha(I) = S I,$$

где  $S = \partial \alpha / \partial I$  – величина, постоянная вдоль всей шкалы.

Другим магнитоэлектрическим механизмом является *логометр*, у которого противодействующий момент создается электрическим способом. Подвижная часть логометра состоит из двух жестко скрепленных между собой катушек, имеющих общую ось вращения и помещенных в зазоре постоянного магнита. Направления токов выбирают так, чтобы их вращающие моменты противодействовали друг другу.

Угол отклонения стрелки логометра пропорционален отношению токов в катушках:

$$\alpha = f(I_1 / I_2).$$

Магнитоэлектрические механизмы относятся к числу наиболее точных (классы точности до 0,001 включительно). Благодаря сильному собственному магнитному полю влияние посторонних полей на показания прибора весьма незначительно. Чувствительность этих приборов не имеет себе равных.

Магнитоэлектрические приборы непосредственно могут применяться только в цепях постоянного тока. При подаче на эти приборы изменяющегося во времени тока или напряжения измеряется постоянная составляющая. Для измерения в цепях переменного тока используют выпрямительные и другие преобразователи.

Принцип действия электромагнитных измерительных механизмов основан на действии магнитного поля неподвижной катушки с током  $I$  на сердечник из магнитомягкого материала. Сердечник эксцентрично закреплен на оси, намагничивается и втягивается в щель катушки, создавая врачающий момент  $\hat{M}_{\text{ад}}$ . Противодействующий момент  $\hat{M}_{\text{вд}}$  создается спиральной пружиной.

Угол отклонения стрелки пропорционален току. При обратном направлении тока в катушке, меняются местами магнитные полюса сердечника и он по-прежнему втягивается. Следовательно, *этот механизм пригоден в цепях постоянного и переменного токов.*

Шкала прибора с электромагнитным измерительным механизмом нелинейная.

К достоинствам механизмов этого типа измерительного механизма следует отнести простоту конструкции, способность выдерживать большие перегрузки, пригодность для применения в цепи постоянного и переменного токов без дополнительных преобразователей. Основные недостатки – малая точность и чувствительность.

Принцип действия электродинамических измерительных механизмов основан на действии магнитного поля, созданного током в неподвижной катушке, на проводник с током (или катушку с током), и наоборот. Подвижная катушка, закрепленная на оси, стремится занять такое положение, при котором направление ее магнитного потока  $\hat{O}_1$  совпадает с направлением потока  $\hat{O}_2$  неподвижной катушки. Вращающий момент пропорционален произведению токов в катушках и скорости изменения взаимной индуктивности  $M$  при повороте подвижной катушки, поэтому шкала прибора нелинейная.

Логометр электродинамической системы имеет одну неподвижную катушку и две жестко скрепленных между собой подвижные катушки. При этом при неизменном отношении действующих значений токов подвижных катушек угол отклонения стрелки электродинамического логометра пропорционален сдвигу фаз между этими токами, поэтому приборы с таким механизмом применяют в качестве фазометров.

Достоинством этого типа приборов является высокая точность, а недостатком – относительно большое потребление мощности и чувствительность к тряске и вибрациям.

Принцип работы измерительных механизмов других типов подробно описан в литературе по электротехнике и электрическим измерениям [6].

## **5.7. Условные обозначения на лицевых панелях приборов и выбор приборов для измерений**

Во всем многообразии электроизмерительных приборов помогает разобраться специальная система условных обозначений, наносимых на лицевые панели приборов (Приложение 2).

При решении вопроса о пригодности того или иного прибора для практического применения необходимо учитывать совокупность характеристик прибора: пределы измерения, назначение, класс точности и т. д. Кроме того, следует знать, на какие величины реагирует прибор той или иной системы.

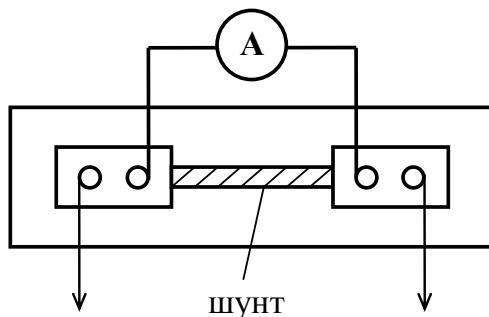
Приборы электромагнитной, электродинамической и тепловой систем реагируют на действующее значение, магнитоэлектрические – на постоянную составляющую, а с выпрямителем – на среднее по модулю значение измеряемой величины тока или напряжения, амплитудные электронные вольтметры – на максимальное значение.

Кроме того, правильный выбор прибора по значению его внутреннего сопротивления позволяет минимизировать его влияние на режим работы электрической цепи.

## **5.8. Измерение силы тока**

Для измерения силы тока в электрических цепях служат амперметры, миллиамперметры и микроамперметры различных систем, а также электронные амперметры. Амперметры подключают в цепь последовательно в ту ветвь, в которой измеряется ток. Для минимизации влияния этих приборов на электрический режим цепи внутреннее сопротивление их должно быть значительно меньше, чем сопротивление ветви. Для расширения пределов измерения тока параллельно измерительному механизму амперметра присоединяют шунт, изготовленный из металла с низким температурным коэффициентом сопротивления.

Схема амперметра с шунтом приведена на рис. 5.2.



*Рис. 5.2. Схема подключения шунта к амперметру*

Если, например, амперметр с сопротивлением  $R_A = 0,15 \text{ Ом}$  и пределом измерения  $I_A = 5 \text{ А}$  требуется приспособить для измерения тока  $I = 30 \text{ А}$ , то через шунт должен протекать ток  $I_\phi = I - I_A = 25 \text{ А}$ . При этом из соотношения  $R_A / R_\phi = I_\phi / I_A$  следует, что  $R_\phi = I_A R_A / I_\phi = 5 \cdot 0,15 / 25 = 0,03 \text{ Ом}$ .

В общем случае, если требуется увеличить предел измерения в  $N$  раз, то необходим шунт с сопротивлением  $R_\phi = R_A / (N - 1)$ .

При измерении малых постоянных токов (менее 1 мА) используют прямые и косвенные методы измерений. В первом случае ток измеряют стрелочными магнитоэлектрическими приборами, для увеличения чувствительности которых применяют усилители постоянного тока.

Более точным является косвенное измерение тока, при котором в измеряемую цепь включается образцовый резистор  $R_0$  и на нем измеряют падение напряжения  $U_x$  компенсационным методом (рис. 5.3) и далее определяют ток по закону Ома  $I_x = U_x / R_0$ .

Значение  $I_p$  в верхнем контуре регулируется  $R_\delta$  и контролируется амперметром  $A$ . В нижнем контуре  $U_x$  уравновешивается падением напряжения  $R' I_p$  путем перемещения движка потенциометра до достижения нулевого показания нуль-индикатора (НИ).

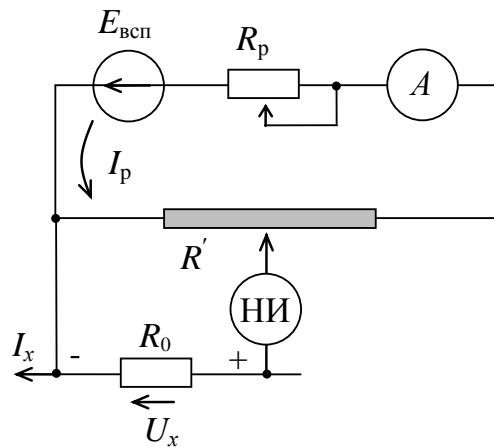


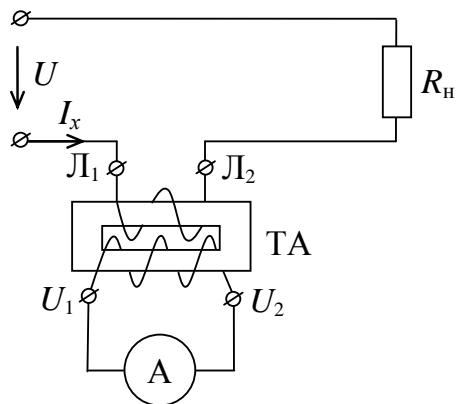
Рис. 5.3. Схема компенсационного метода измерения тока

При компенсации  $U_x = I_x R_0 = I_p R'$  и, следовательно,  $I_\delta = R' I_p / R_0$ . При этом  $R'$  определяется, например, по шкале потенциометра.

Устройства, реализующие компенсационные методы измерения, называются потенциометрами.

Переменные токи до 100  $\mu\text{A}$  обычно измеряют цифровыми микроамперметрами. Токи свыше 100  $\mu\text{A}$  – выпрямительными микроамперметрами. Для измерения переменных токов в диапазоне 10 мА–100 А используют электромагнитные, электродинамические и выпрямительные приборы, работающие в диапазоне частот до десятков кГц.

Измерение больших переменных токов осуществляется теми же приборами, но с использованием измерительных токовых трансформаторов (рис. 5.4). При этом  $I_x = I_A K_I$ .



*Рис. 5.4. Схема подключения измерительного токового трансформатора*

## 5.9. Измерение напряжения

Для измерения напряжения служат вольтметры, милливольтметры, микровольтметры и киловольтметры различных систем. Эти приборы включаются параллельно участку цепи, напряжение на котором измеряется. Для минимизации влияния вольтметра на режим цепи их внутреннее сопротивление должно быть большим. Для расширения пределов измерения последовательно измерительному механизму вольтметра подсоединяется внешнее добавочное сопротивление  $R_{\ddot{a}}$ .

Если  $N$  – число раз, в которое нужно увеличить предел измерения вольтметра, то величина  $R_{\ddot{a}}$  находится из соотношения:

$$R_{\ddot{a}} = R_{\hat{a}}(N - 1),$$

где  $R_{\hat{a}}$  – внутреннее сопротивление вольтметра.

После присоединения  $R_{\ddot{a}}$  цена деления шкалы вольтметра увеличивается в  $N$  раз.

При измерении малых постоянных напряжений ( $10^{-7} \div 10^{-8}$ ) в используют магнитоэлектрические гальванометры. Более точные результаты получают при измерении напряжений в диапазоне ( $1 \div 1000$ ) мВ с помощью потенциометров постоянного тока и цифровых микровольтметров.

Значения постоянных напряжений от десятков милливольт до сотен вольт измеряют приборами магнитоэлектрической, электродинамической систем, электронными аналоговыми и цифровыми вольтметрами, потенциометрами постоянного тока с использованием добавочных резисторов и делителей напряжения.

Для измерения напряжений до нескольких киловольт применяют в основном электростатические вольтметры и приборы других систем с делителями напряжения.

Малые переменные напряжения (до единиц вольт) измеряют приборами выпрямительной системы, аналоговыми электронными вольтметрами. Более точные результаты получают при применении потенциометров переменного тока и цифровых вольтметров.

Для измерения переменных напряжений от единиц до сотен вольт в диапазоне частот до десятков килогерц, используют приборы электромагнитной, электродинамической и выпрямительной систем, потенциометры переменного тока.

Для измерения больших переменных напряжений используют те же приборы, но с применением измерительных трансформаторов напряжения (рис. 5.5). Кроме трансформации напряжения трансформаторы напряжения TV изолируют вторичную цепь от первичного высокого напряжения. При этом  $U = U_V K_U$ .

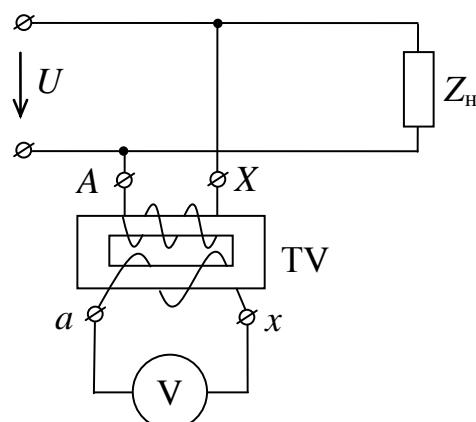


Рис. 5.5. Схема подключения измерительного трансформатора напряжений

## 5.10. Измерение сопротивления

Электрическое сопротивление электротехнических устройств (катушек индуктивности, резисторов, обмоток реле, пускателей, электродвигателей и др.) постоянному току можно условно разделить на малые (до 1Ом), средние (до 100 кОм) и большие (свыше 100 кОм). Для измерения малых сопротивлений применяют метод амперметра–вольтметра и двойные мосты постоянного тока. Наиболее часто на практике встречаются устройства, имеющие средние значения сопротивлений, для измерения которых применяется метод амперметра–вольтметра, омметры, одинарные мосты и различные компенсационные методы. Для измерения больших сопротивлений используют мегаомметры и тераомметры.

*Метод амперметра–вольтметра* является наиболее простым косвенным методом измерения малых и средних значений сопротивлений. Схему на рис. 5.6, *а* применяют при измерении малых сопротивлений, т. к. в этом случае  $I_A \approx I_R$  ввиду того, что  $I_V \ll I_R$ .

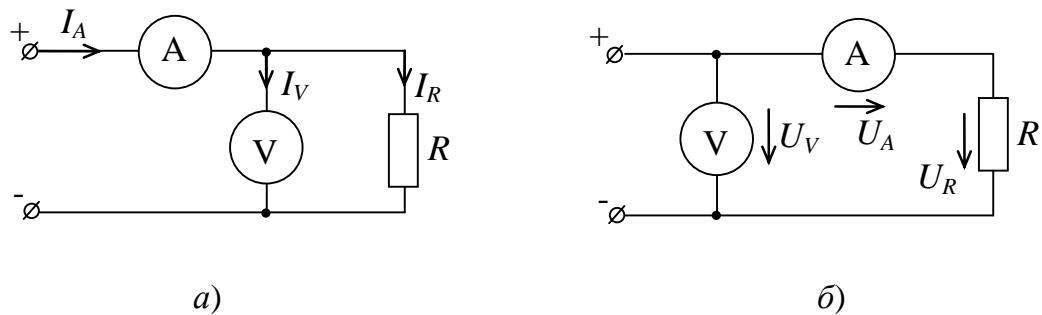


Рис. 5.6. Схема измерения малых (*а*) и средних (*б*) значений сопротивлений методом амперметра–вольтметра

Схему на рис. 5.6, *б* применяют при средних значениях сопротивления  $R$ , т. к. в этом случае  $U_V \approx U_R$  ввиду того, что  $U_A \ll U_R$ .

Измеряемое сопротивление определяется по показаниям приборов по закону Ома  $R = U_V / I_A$ .

При точных измерениях необходимо знать и учитывать внутреннее сопротивление приборов.

**Измерение омметром.** Омметр представляет собой прибор, предназначенный для прямого измерения сопротивлений. На рис. 5.7, *а* приведена упрощенная схема одного из типов омметров.

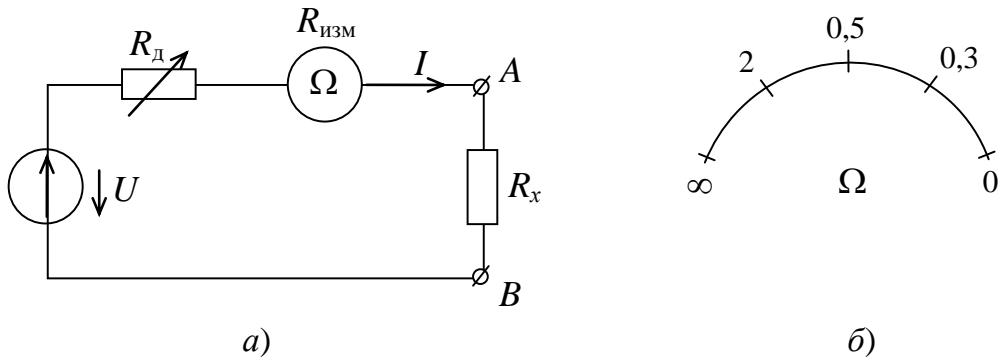


Рис. 5.7. Упрощенная схема омметра (а) и шкала этого прибора (б)  
с магнитоэлектрическим измерительным механизмом

Омметр состоит из прибора с магнитоэлектрическим измерительным механизмом (шкала этого прибора проградуирована в омах), источника питания  $U$ , добавочного резистора  $R_{\ddot{a}}$  и имеет выходные зажимы  $A$  и  $B$ , к которым присоединяется объект с сопротивлением  $R_x$ . Ток в цепи измерителя  $I = U / (R_{\ddot{a}} + R_{\text{экг}} + R_{\tilde{o}})$ . Угол отклонения стрелки

$$\alpha = S_{\text{экг}} I,$$

где  $S_{\text{экг}}$  – чувствительность измерителя по току.

При разомкнутых зажимах  $AB$  ( $R_x = \infty$ ) угол  $\alpha = 0$ , а при закороченных зажимах  $AB$  ( $R_x = 0$ ), угол  $\alpha$  максимальен, поэтому шкала у этого омметра обратная (нулевая отметка не слева, как обычно, а справа (рис. 5.7, б).

При калибровке зажимы  $A$  и  $B$  закорачивают, а стрелку устанавливают на нуль регулировкой  $R_{\ddot{a}}$ .

**Измерение мегаомметром.** По правилам эксплуатации электроустановок низкого напряжения (до 1000 В) сопротивление изоляции участка цепи должно быть не ниже 1000 Ом на каждый вольт рабочего напряжения. Например, при  $U = 220$  В, сопротивление изоляции должно быть не менее чем 220 кОм.

Для измерения сопротивления изоляции электрических цепей, обмоток электрических машин и электроустановок служат мегаомметры – переносные приборы магнитоэлектрической системы.

Мегаомметр состоит из двух основных частей: измерительного устройства и генератора постоянного тока с ручным приводом. Измерительное устройство представляет собой магнитоэлектрический гальванометр, на подвижной оси которого имеется две рамки под углом

друг к другу. По одной рамке протекает ток, пропорциональный силе тока в измеряемой цепи, а по второй рамке – ток, пропорциональный напряжению. Угол поворота стрелки мегаомметра пропорционален токам обоих обмоток и зависит от измеряемого сопротивления.

Для проверки мегаомметра перед измерением его зажимы (линия и земля) соединяют между собой и, вращая рукоятку генератора с частотой 2 об/сек, проверяют установку стрелки прибора на нуль шкалы. Затем повторяют опыт с разомкнутыми зажимами на установку стрелки прибора на отметку  $\infty$ .

Для измерения сопротивления изоляции между двумя обмотками двигателя присоединяют клемму первой обмотки к зажиму «Линия», а клемму второй – к зажиму «Земля».

**Измерение мостовым методом.** Для измерения сопротивления  $R$  резисторов широко применяются измерительные мосты (рис. 5.8) постоянного тока.

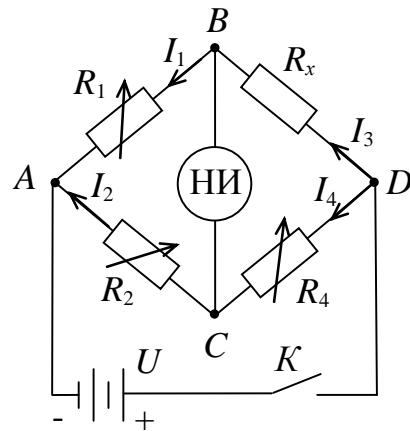


Рис. 5.8. Схема измерительного моста постоянного тока для измерения электрического сопротивления резисторов

Переменные сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_4$  образуют плечи моста.

Плечо  $R_x$  является измеряемым сопротивлением. Плечи моста образуют две параллельные ветви. В диагональ  $BC$  моста включен гальванометр магнитоэлектрической системы в качестве нуль-индикатора, а в диагональ  $AD$ -источник постоянного напряжения  $U$ .

Подбором  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_4$  можно добиться равенства нулю тока в диагонали  $BC$ . В этом случае  $\phi_B - \phi_C = 0$  (мост уравновешен). При этом падения напряжения на участках  $AB$  и  $AC$  равны, т. е.  $I_1R_1 = I_2R_2$ . Равны также падения напряжения на участках  $BD$  и  $CD$   $I_3R_x = I_4R_4$ .

Разделив первое уравнение на второе и учитывая, что при балансе моста  $I_1 = I_3$  и  $I_2 = I_4$ , получим  $\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_2}{R_4}$ , или  $R_x = \frac{R_1 R_4}{R_2}$ . Если  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_4$  известны, то легко найти  $R_x$ .

### 5.11. Измерение индуктивности, взаимной индуктивности и емкости

Для измерения индуктивности  $L$ , взаимной индуктивности  $M$  и емкости  $C$  применяют приборы непосредственной оценки и приборы сравнения.

Индуктивность  $L$  катушки определяют косвенным методом с помощью амперметра, вольтметра и ваттметра (рис. 5.9).

По результатам измерения действующих значений тока  $I$ , напряжения  $U$  и активной мощности  $P$  вычисляют  $Z_{\hat{e}} = U/I$ ,  $R_{\hat{e}} = P/I^2$ ,  $X_L = \sqrt{Z_{\hat{e}}^2 - R_{\hat{e}}^2}$  и затем  $L = X_L/\omega$ .

Более точным является резонансный метод измерения (рис. 5.10). Изменяя емкость конденсатора, добиваются максимального значения тока в цепи, что соответствует режиму резонанса напряжений. Тогда искомая индуктивность  $L = 1/\omega^2 C$ . Частота источника напряжений должна быть известна.

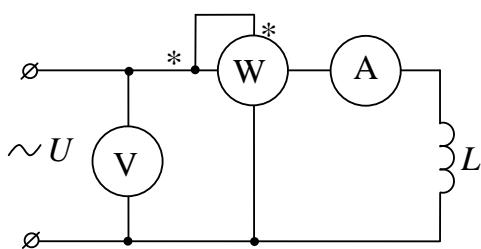


Рис. 5.9. Схема косвенного метода измерения индуктивности

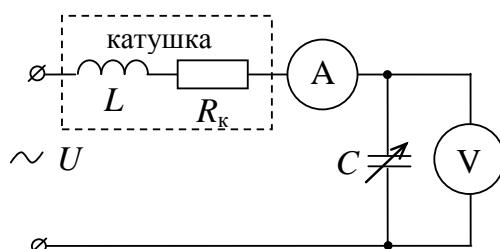


Рис. 5.10. Схема резонансного метода измерения индуктивности

Индукционный метод служит для косвенного измерения взаимной индуктивности  $M$  двух обмоток (рис. 5.11).

По показаниям амперметра  $I_1$  и вольтметра  $U_2$  вычисляется взаимная индуктивность

$$M = U_2 / \omega I_1.$$

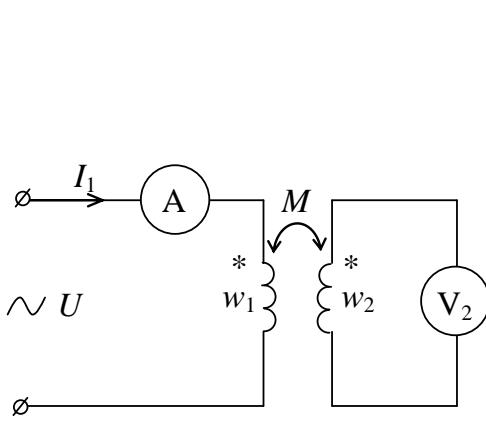


Рис. 5.11. Схема индукционного метода измерения взаимной индуктивности

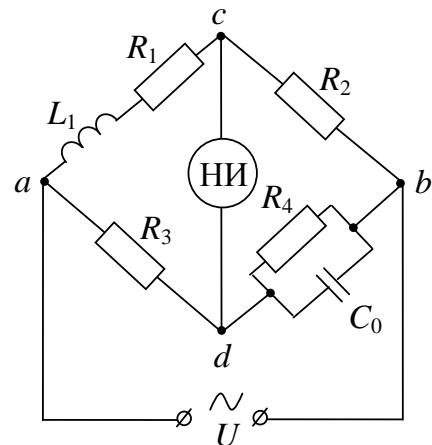


Рис. 5.12. Схема моста для определения параметров  $R_1$  и  $L_1$  катушки

Внутреннее сопротивление вольтметра  $V_2$  в этом методе должно быть достаточно большим, чтобы обеспечить режим, близкий к холостому ходу для вторичной обмотки, при котором  $U_2 \approx E_i$ .

Измерив предыдущим методом  $L_1$  и  $L_2$ , а затем  $M$ , можно определить значение коэффициента связи  $K = M \sqrt{L_1 L_2}$ .

Метод измерения  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  и  $K$ , основанный на опытах согласного и встречного включением катушки, с применением измерителя индуктивности описан в разделе 2.1.13.

Величину емкости конденсатора  $C$  можно измерить по схеме на рис. 5.9, заменив катушку индуктивности  $L$  конденсатором  $C$ .

Если конденсатор имеет большие потери, то по данным измерения  $I$ ,  $U$  и  $P$  определяются

$$R_c = P/I^2; \quad Z_c = U/I; \quad X_c = \sqrt{Z_c^2 - R_c^2}; \quad C = 1/(\omega X_c).$$

Если потери конденсатора пренебрежимо малы, то емкость  $C$  можно измерить по схеме рис. 5.6, б, где вместо  $R$  подключают конденсатор  $C$ , а цепь запитывают от источника синусоидального тока. Тогда  $\tilde{O}_c = U/I$  и  $C = 1/(\omega X_c)$ .

Частота источника питания  $\omega$  должна быть известна.

Мостовой метод измерения как метод сравнения широко применяют в цепях переменного тока для точных измерений емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и взаимной индуктивности  $M$ .

На рис. 5.12 приведена схема моста для определения параметров  $R_1$ ,  $L_1$  индуктивной катушки. Здесь комплексное сопротивление плеч моста равно  $\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$ ,  $\underline{Z}_2 = R_2$ ,  $\underline{Z}_3 = R_3$ ,  $\underline{Z}_4 = 1/\left(\frac{1}{R_4} + j\omega C_0\right)$ .

Подставляя эти выражения в общее условие равновесия  $\underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3$ , и приравнивая далее вещественные и мнимые составляющие, получим

$$R_1 = R_2 R_3 / R_4 \quad \text{и} \quad L_1 = C_0 R_2 R_3.$$

## 5.12. Измерение мощности в цепях постоянного тока и активной мощности в цепях переменного тока

### 5.12.1. Измерение мощности в цепях постоянного тока

Измерение мощности возможно косвенным методом при помощи амперметра и вольтметра, т. к.  $P = U I$ .

### 5.12.2. Измерение активной мощности в цепях переменного тока промышленной частоты

Для измерения мощности применяют приборы, называемые ваттметрами, обычно с электродинамическими измерительными механизмами. Электродинамические ваттметры выпускаются в виде переносных приборов высоких классов точности (0,1; 0,5).

Схема включения такого ваттметра в цепь с комплексным сопротивлением приемника приведена на рис. 5.13.

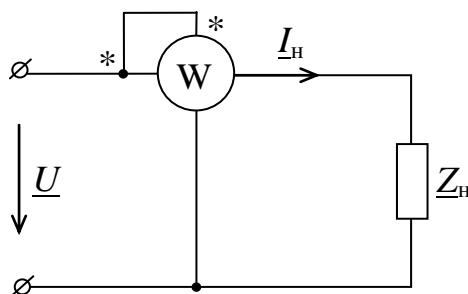


Рис. 5.13. Схема включения ваттметра для измерения активной мощности, потребляемой комплексной нагрузкой  $\underline{Z}_i$

Показания ваттметра определяются по соотношению:

$$P = \operatorname{Re} [\underline{U} \underline{I}^*] = U I \cos \varphi.$$

### 5.12.3. Измерение активной мощности в трехфазных цепях

Активную мощность в трехфазных цепях можно измерить при помощи одного, двух или трех ваттметров в зависимости от схемы соединения фаз приемника и симметрии нагрузки.

При соединении фаз приемника звездой и отсутствии симметрии, как известно

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C.$$

Схема метода трех ваттметров приведена на рис. 5.14.

В частном случае симметричного трехфазного приемника

$$P_A = P_B = P_C \text{ и } P = 3U_0 I_0 \cos \varphi_0.$$

Поэтому в симметричной трехфазной цепи измерение активной мощности может быть выполнено одним ваттметром (рис. 5.15).

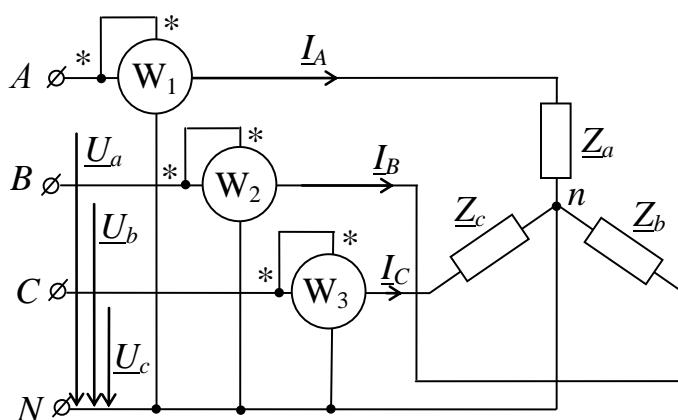


Рис. 5.14. Схема включения ваттметров для измерения активной мощности трехфазной четырехпроводной цепи

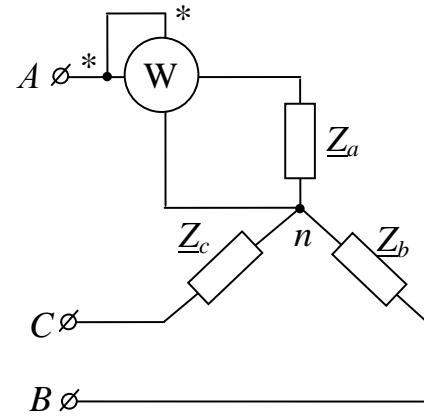


Рис. 5.15. Схема измерения активной мощности, потребляемой симметричным трехфазным приемником

При соединении фаз симметричного приемника треугольником также достаточно измерить мощность в одной фазе (рис. 5.16).

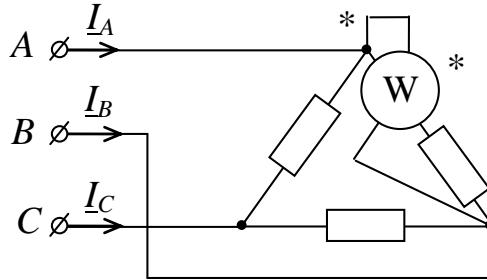


Рис. 5.16. Измерение активной мощности при соединении фаз симметричного приемника треугольником

При этом общая мощность равна утроенному показанию ваттметра.

Мощность любой трехфазной системы (вне зависимости от схемы соединения приемников) равна сумме мощности отдельных фаз или мощности источника питания (генератора, трансформатора).

Из рис. 5.17 следует, что активная мощность трехфазной системы равна алгебраической сумме показаний двух ваттметров  $P = P_{w1} + P_{w2}$ .

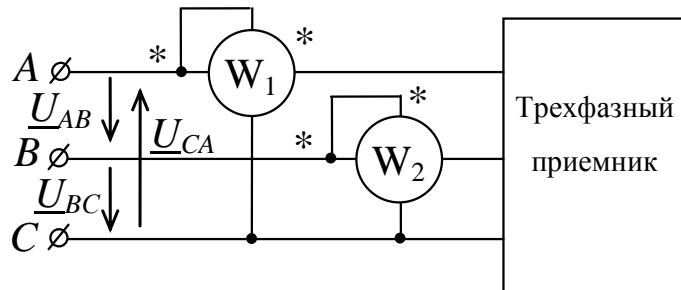


Рис. 5.17. Измерение активной мощности в трехфазной трехпроводной цепи методом двух ваттметров

Действительно,

$$\begin{aligned}
 P &= \operatorname{Re}[\underline{U}_{AC}\underline{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\underline{U}_{BC}\underline{I}_B^*] = \\
 &= \operatorname{Re}[(\underline{U}_A - \underline{U}_C)\underline{I}_A^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C)\underline{I}_B^*] = \operatorname{Re}[\underline{U}_A\underline{I}_A^* + \underline{U}_B\underline{I}_B^* - \underline{U}_C(\underline{I}_A^* + \underline{I}_B^*)].
 \end{aligned}$$

Считая, что фазы генератора соединены звездой и применяя первый закон Кирхгофа для нейтральной точки генератора  $N$ , получим, что:

$\underline{I}_C^* = -(\underline{I}_A^* + \underline{I}_B^*)$ . Следовательно,  $-\underline{U}_C(\underline{I}_A^* + \underline{I}_B^*) = \underline{U}_C \underline{I}_C^*$ . Таким образом,  $P = Re[\underline{U}_A \underline{I}_A^*] + Re[\underline{U}_B \underline{I}_B^*] + Re[\underline{U}_C \underline{I}_C^*] = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$ .

### 5.13. Измерение электрической энергии

Часто требуется знать полученную от источника питания, например из сети, энергию за промежуток времени  $\Delta t = t_2 - t_1$ :

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p dt,$$

где  $p = u i$  – мгновенное значение мощности.

Энергия измеряется электрическими счетчиками, которые обычно имеют индукционные измерительные механизмы. Однофазные и трехфазные счетчики включаются по тем же схемам, что и ваттметры.

У трехфазных счетчиков имеются три одинаковых однофазных измерительных механизма в общем корпусе, действующие на общую подвижную часть.

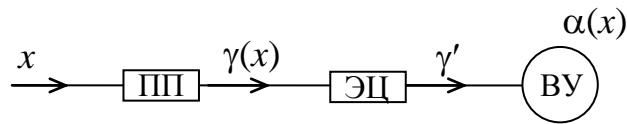
### 5.14. Измерение неэлектрических величин

В инженерной практике при контроле различных производственных процессов и автоматизации управления часто приходится иметь дело с измерением неэлектрических величин: механических (сила, давление, скорость, момент силы и др.), тепловых (температура, теплоемкость и др.), световых (освещенность, световой поток и др.).

Преимущества электрических методов измерения неэлектрических величин состоят в возможности получать данные с высокой степенью точности и в широком диапазоне изменения значений величин, в возможности определять характеристики объектов, находящихся на больших расстояниях и в труднодоступных местах, в возможности изучать быстропротекающие процессы, запоминать результаты измерений и обрабатывать их с помощью ЭВМ и т. д.

Для того, чтобы ту или иную неэлектрическую величину измерить, ее нужно предварительно преобразовать в электрический сигнал. Такое преобразование осуществляют с помощью датчиков или первичных преобразователей.

На рис. 5.18 показана структурная схема устройства для измерения неэлектрической величины электрическим методом.



*Рис. 5.18. Структурная схема устройства для измерения неэлектрических величин электрическим методом:  
ПП – первичный преобразователь; ЭЦ – электрическая измерительная цепь; ВУ – выходное устройство*

Измеряемая неэлектрическая величина воздействует на первичный преобразователь ПП, на выходе которого появляется электрический сигнал  $\gamma(x)$ . Далее этот сигнал преобразуется в ЭЦ в другой электрический сигнал  $\gamma'$ , который воспроизводится выходным устройством ВУ, например, в виде отклонения стрелочного указателя  $\alpha(x)$ .

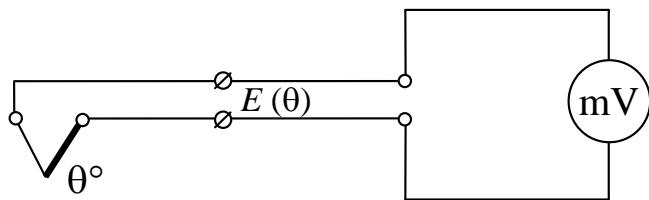
Шкала выходного устройства градуирована непосредственно в значениях неэлектрической величины  $x$ .

Первичные преобразователи (ПП), используемые в измерениях, чрезвычайно разнообразны по устройству и принципу действия. Они делятся на *генераторные и параметрические*.

Генераторные ПП вырабатывают ЭДС, и для их работы не требуется дополнительный источник питания. К генераторным ПП относятся: термоэлектрические преобразователи (термопары), индукционные, пьезоэлектрические, гальванические и ряд других.

Параметрические ПП преобразуют изменение измеряемой неэлектрической величины в изменение того или иного параметра электрической цепи ( $R, L, M, C$ ), и для их работы требуется дополнительный источник питания. К параметрическим ПП относятся: терморезисторы, реостатные, индуктивные и емкостные преобразователи и др. Одну и ту же величину (неэлектрическую) часто можно измерить с помощью различных ПП.

Электрические измерительные цепи обычно состоят из мостов или измерительных потенциометров. В простейшем случае ЭЦ может и вовсе отсутствовать, и сигнал  $\gamma = \dot{\Lambda}(\theta)$  поступает непосредственно на выходной прибор (рис. 5.19), где показана схема измерения температуры термоэлектрическим преобразователем и милливольтметром.



*Рис. 5.19.* Схема электрического метода измерения температуры с применением термопары

Выходные устройства, используемые при измерениях неэлектрических величин, также весьма разнообразны – от стрелочных магнитоэлектрических милливольтметров до самопищущих приборов с записью на диаграммной ленте или ЭВМ.

### Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение методической, инструментальной, абсолютной, относительной и приведенной погрешностей.
2. Поясните принцип действия магнитоэлектрического измерительного механизма.
3. Поясните принцип действия электромагнитного измерительного механизма.
4. Поясните принцип действия электродинамического измерительного механизма.
5. Объясните принцип работы логометров.
6. Изобразите электрические схемы включения амперметра с шунтом и вольтметра с добавочным сопротивлением.
7. Нарисуйте электрическую схему включения электродинамического ваттметра в цепи однофазного тока.
8. Поясните, как определить предел измерения и цену деления ваттметра.
9. Объясните, в каких случаях измеряют активную мощность трехфазного потребителя одним, двумя и тремя ваттметрами.
10. Начертите мостовую схему измерения сопротивлений и запишите условие равновесия моста.
11. Чем отличаются аналоговые приборы от цифровых по принципу работы?

12. Какие критерии лежат в основе классификации аналоговых приборов?

13. Изобразите условные обозначения, приводимые на шкалах аналоговых приборов различных систем.

14. По каким параметрам производится подбор измерительных приборов для измерений?

15. Как осуществляется измерение индуктивности  $L$ , взаимной индуктивности  $M$  и коэффициента связи с применением амперметра, вольтметра и ваттметра?

16. Как измерить емкость при заданной частоте источника питания синусоидального тока?

17. Какие методы измерения электрического сопротивления ( $R$ ) вам известны?

18. Приведите структурную схему устройства для измерения неэлектрических величин электрическим методом.

19. Чем отличается принцип действия генераторных и параметрических первичных преобразователей (датчиков)?

20. На рис. 5.20 приведена схема для измерения тока амперметром  $I_x$  и напряжения вольтметром  $U_x$ ; внутренние сопротивления приборов  $R_A$  и  $R_V$ . Внутреннее сопротивление генератора  $R_0$ , а его ЭДС =  $E_0$ . Определите относительную погрешность измерения тока амперметром при отключении вольтметра ( $S_1$  – замкнут, а  $S_2$  – разомкнут).

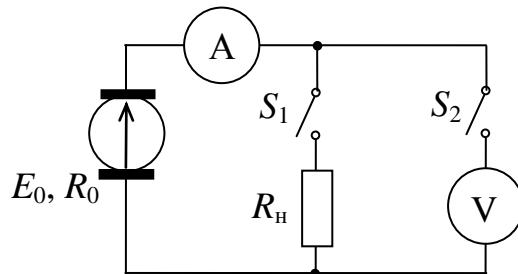


Рис. 5.20

Определите относительную погрешность измерения напряжения вольтметром: а) при отключенном электроприемнике ( $S_1$  – разомкнут, а  $S_2$  – замкнут); б) при включенном электроприемнике ( $S_1$  и  $S_2$  – замкнуты).

## **ЧАСТЬ 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И АППАРАТЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА И СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ**

---

### **ГЛАВА 6. ТРАНСФОРМАТОРЫ**

#### **6.1. Назначение, устройство, конструктивные разновидности силовых трансформаторов, их условное обозначение на схемах и маркировка**

**Трансформатором** называется статическое электромагнитное устройство, состоящее из двух или большего числа индуктивно связанных обмоток и магнитопровода, и предназначенное для преобразования посредством электромагнитной индукции переменного тока одного напряжения в переменные токи других напряжений при неизменной частоте.

Область применения трансформаторов очень широка, чем объясняется их конструктивное разнообразие и большой диапазон мощностей (от долей вольт-ампер до сотен мегавольт-ампер).

Трансформаторы применяются в системе электроснабжения и во вторичных блоках питания (силовые), в радиотехнике (согласующие), в импульсной технике и телевидении (импульсные), для расширения пределов измерения напряжений и токов (измерительные) и т. д.

Первые трансформаторы с разомкнутым магнитопроводом предложил в 1876 г. П. Н. Яблочкив, который применил их для питания электрической «свечи». В 1885 г. венгерские ученые Н. Дерн, О. Блати и К. Циперновский разработали однофазные трансформаторы с замкнутым магнитопроводом. Трехфазные трансформаторы появились в 1887–1891 гг. Их разработали М. О. Доливо-Добровольский и Н. Тесла.

Простейший однофазный двухобмоточный трансформатор (рис. 6.1) состоит из стального сердечника 1 и двух обмоток 2. К одной из обмоток подводят синусоидальное напряжение с действующим значением  $U_1$  от источника питания. Эта обмотка называется первичной и имеет  $w_1$  витков. Другая обмотка, имеющая  $w_2$  витков, называется вторичной. Начало обмоток обозначают буквами  $A$  и  $a$ , либо цифрами 1 и 2, а концы – буквами  $X$  и  $x$ , либо цифрами 1' и 2'.

Сердечник трансформатора, выполняющий роль магнитопровода, изготавливается из листовой трансформаторной (холоднокатаной или горячекатаной) электротехнической стали с высоким содержанием кремния. Стальные пластины толщиной  $0,3 \div 0,5$  мм изолированы друг от друга лаковой или оксидной пленкой, что снижает потери мощности от вихревых токов, замыкающихся в плоскости поперечного сечения каждого листа и вызывающих разогрев сердечника.

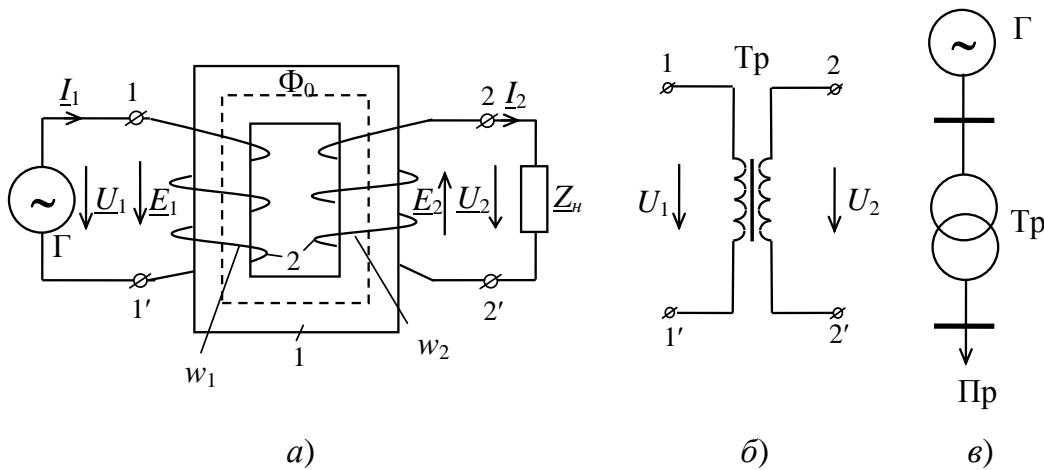


Рис. 6.1. Электромагнитная схема двухобмоточного однофазного трансформатора (а) и его условное изображение на электрических схемах (б, в): 1 – стальной сердечник; 2 – обмотки

По типу и конфигурации магнитопровода трансформаторы подразделяются на стержневые и броневые. В стержневых трансформаторах обмотки насажены на стержень магнитопровода и обхватывают его (рис. 6.2, а). В броневых трансформаторах магнитопровод частично охватывает обмотки (рис. 6.2, б) и как бы «бронирует» их.

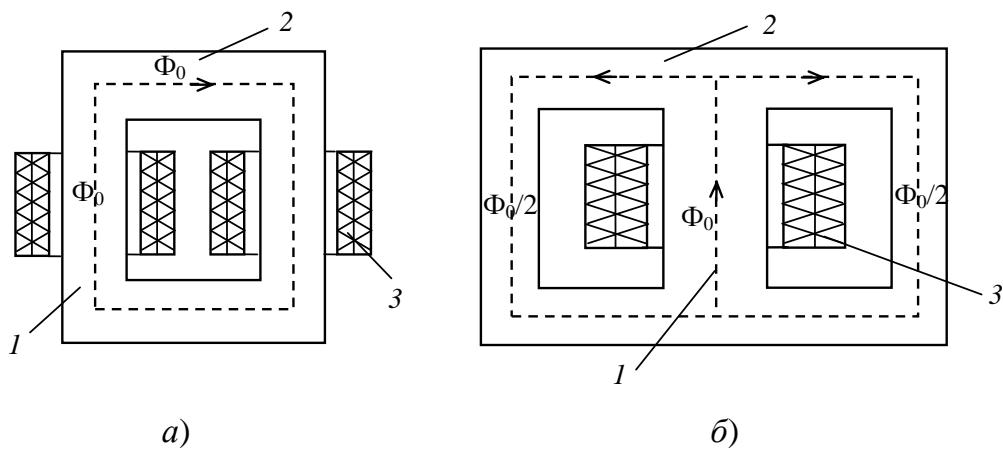


Рис. 6.2. Типы однофазных трансформаторов:  
а – стержневой; б – броневой: 1 – стержень; 2 – ярмо; 3 – обмотки

Горизонтальные части сердечника называют *нижним и верхним ярмом*, а вертикальные – *стержнями*.

Трансформаторы большой и средней мощности обычно изготавливают стержневыми, т. к. они проще по конструкции и имеют лучшие условия для охлаждения.

Обмотки трансформатора чаще всего выполняют из медного провода круглого или прямоугольного сечения. Провод, как правило, покрыт эмалью для обеспечения межвитковой изоляции, либо витки укладывают на некотором расстоянии друг от друга. Обмотки также изолируют друг от друга и от сердечника.

В качестве изоляции применяют специальную бумагу, электрокартон или ткань, пропитанную лаком.

По способу охлаждения силовые трансформаторы делятся на сухие и масляные. Сухие имеют естественное воздушное охлаждение, которое применяется для трансформаторов малой мощности. При увеличении мощности для обеспечения интенсивного отвода тепла магнитопровод с обмотками помещают в специальный бак (кожух), заполненный трансформаторным маслом. Масло является одновременно и изолирующей, и охлаждающей средой.

Силовые трансформаторы, установленные около электростанций, называют повышающими ( $U_2 > U_1$ ), а установленные вблизи потребителей электроэнергии – понижающими ( $U_2 < U_1$ ). Увеличение напряжения для передачи электроэнергии на большие расстояния обеспечивает значительное снижение потерь электроэнергии в проводах линий электропередачи и экономит цветной металл (алюминий) для изготовления этих линий.

Силовые трансформаторы маркируются буквенно-цифровым кодом:

– первый элемент (буква) обозначает фазность (О – однофазный Т – трехфазный);

– второй элемент (буква или две буквы) обозначает вид охлаждения (М – масляное естественное; Д – дутьевое обдувание масляных радиаторов; Ц – циркуляция масла принудительная; ДЦ – принудительная циркуляция масла через охладитель, обдуваемый воздухом; С – сухой, с воздушным охлаждением);

– третий элемент (буква или две буквы) указывают (А – алюминиевые обмотки; Н – с регулятором напряжения под нагрузкой; АН – со стабилизирующим устройством для регулировки напряжения под нагрузкой);

– четвертый элемент (цифра в числителе после букв) – полная мощность в киловольт-амперах, а в знаменателе – высшее напряжение в киловольтах.

Например, ТМН 560/10 – трехфазный трансформатор с масляным естественным охлаждением, с регулятором напряжения под нагрузкой, мощностью  $S = 560$  кВА и  $U_1 = 10$  кВ .

На каждом силовом трансформаторе имеется щиток, на котором указан тип трансформатора, линейные токи при номинальной мощности, частота, число фаз, схема и группа соединения обмоток, а также номинальное первичное и вторичное напряжения.

## 6.2. Режимы работы и основные параметры трансформатора. Понятие идеального трансформатора

Принцип действия трансформатора основан на явлении электромагнитной индукции. Под действием переменного напряжения  $u_1(t)$  в витках первичной обмотки протекает переменный ток  $i_1(t)$ , создающий переменную магнитодвижущую силу  $i_1 w_1$ , которая создает переменный магнитный поток  $\Phi_0$ , замыкающийся по стальному магнитопроводу. При синусоидальном первичном напряжении магнитный поток тоже будет синусоидальным:

$$\hat{\Phi}_0(t) = \hat{\Phi}_m \sin(\omega t). \quad (6.1)$$

Магнитный поток наводит в первичной обмотке ЭДС самоиндукции, пропорциональную числу витков обмотки и скорости изменения магнитного потока:

$$e_1(t) = -w_1 \frac{d}{dt} \hat{\Phi}_0(t) = -\omega w_1 \hat{\Phi}_m \cos(\omega t) = E_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (6.2)$$

где  $E_{1m} = \omega w_1 \hat{\Phi}_m$  – амплитуда первичной ЭДС. Как следует из (6.2), ЭДС первичной обмотки отстает от магнитного потока на угол  $\pi/2$  .

Синусоидальный магнитный поток, сцепленный со вторичной обмоткой через магнитопровод, наводит во вторичной обмотке ЭДС взаимоиндукции

$$e_2(t) = -w_2 \frac{d}{dt} \hat{\Phi}_0(t) = -\omega w_2 \hat{\Phi}_m \cos \omega t = E_{2m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (6.3)$$

где  $E_{2m} = \omega w_2 \hat{\Phi}_m$  – амплитуда вторичной ЭДС.

Из (6.3) следует, что вторичная ЭДС совпадает по фазе с первичной ЭДС, т. е. также отстает по фазе от магнитного потока на угол  $\pi / 2$ .

Действующие значения первичной и вторичной ЭДС равны

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega w_1 \hat{O}_m}{\sqrt{2}} = 2 \frac{\pi}{\sqrt{2}} f w_1 \hat{O}_m = 4,44 f w_1 \hat{O}_m; \\ E_2 &= \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega w_2 \hat{O}_m}{\sqrt{2}} = 2 \frac{\pi}{\sqrt{2}} f w_2 \hat{O}_m = 4,44 f w_2 \hat{O}_m. \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

Отношение первичной ЭДС к вторичной называется *коэффициентом трансформации* трансформатора

$$K = E_1 / E_2 = w_1 / w_2. \quad (6.5)$$

Из выражения (6.5) следует, что коэффициент трансформации равен отношению числа витков обмоток и может быть как больше, так и меньше единицы.

Таким образом, если в трансформаторе первичная и вторичная обмотки имеют различное число витков, то при включении первичной обмотки в сеть переменного тока с напряжением  $U_1$  на зажимах вторичной обмотки возникает напряжение  $U_2$ , не равное  $U_1$  (трансформация напряжения).

У повышающего трансформатора  $w_2 > w_1$  ( $K = w_1 / w_2 < 1$ ), а у понижающего  $w_2 < w_1$  ( $K > 1$ ).

В зависимости от величины снимаемой со вторичной обмотки мощности различают три основных режима работы трансформатора.

**Режим холостого хода** имеет место, когда вторичная обмотка трансформатора разомкнута, т. е. когда  $Z_2 = \infty$  (к зажимам 2–2' ничего не присоединено).

В режиме холостого хода к первичной обмотке подведено номинальное напряжение  $U_1$ , по ней протекает ток холостого хода  $I_0$ , а по магнитопроводу замыкается магнитный поток  $\hat{O}_0$ , наводящий в первичной обмотке ЭДС  $e_1$ , а во вторичной –  $e_2$ . Ток во вторичной обмотке  $I_2 = 0$ .

Силовые трансформаторы конструируют так, чтобы ток холостого хода  $I_0$  был небольшим, и составлял 2,5–10 % от первичного тока  $I_{11}$  при работе трансформатора с полной (номинальной) нагрузкой.

Поскольку при холостом ходе напряжение  $U_2$  на зажимах вторичной обмотки равно наведенной в ней вторичной ЭДС  $E_2$ , а ЭДС  $E_1$  ничтожно мало отличается по величине от приложенного напряжения  $U_1$ , то коэффициент трансформации определяют как отношение напряжений на первичной и вторичной обмотках трансформатора при холостом ходе:

$$K_U = U_1 / U_2. \quad (6.6)$$

Как показано в разделе 4.2 ток  $I_0$  по форме несинусоидальный вследствие влияния гистерезиса и опережает по фазе основной магнитный поток  $\hat{\Phi}_0$  (замыкающийся по магнитопроводу) на угол  $\delta$ , зависящий от соотношения тока намагничивания  $I_{1i}$  (совпадающего по фазе с основным потоком) и активной составляющей тока  $I_{1a}$  (зависящей от потерь в магнитопроводе на гистерезис и нагревание токами Фуко, и опережающей по фазе на  $90^\circ$  поток  $\hat{\Phi}_0$ ) (см. векторную диаграмму катушки со стальным сердечником на рис. 4.6).

Таким образом, режим холостого хода может быть применен для экспериментального определения  $K_u$  путем измерения напряжения  $U_1$  и  $U_2$  с помощью вольтметра с большим значением внутреннего сопротивления.

Кроме того, включив дополнительно в цепь первичной обмотки амперметр и ваттметр, можно определять активное  $R_m$ , индуктивное  $X_m$  и полное  $Z_m$  сопротивления контура намагничивания

$$R_m = \frac{P_0}{U_1 I_0}, \quad Z_m = \frac{U_1}{I_0}, \quad X_m = \sqrt{Z_m^2 + R_m^2}, \quad (6.7)$$

а также коэффициент мощности

$$\cos \phi_0 = \frac{P_0}{U_1 I_0}. \quad (6.8)$$

**Нагрузочный режим трансформатора.** Трансформатор находится в режиме нагрузки, когда его первичная обмотка включена на номинальное первичное напряжение  $U_{1i}$ , а ко вторичной обмотке подключен приемник  $Z_i = R_i + jX_i$ .

При этом ЭДС  $E_2$  создает ток  $I_2$  в цепи вторичной обмотки, а магнитный поток создается одновременным действием двух МДС.

Каждая обмотка сцеплена с основным потоком  $\hat{\Phi}_0(t)$  и имеет потокосцепление рассеяния  $\Psi_{s1}$  и  $\Psi_{s2}$ , которые частично или полностью замыкаются по воздуху.

Поскольку в трансформаторах при номинальных токах потокосцепление рассеяния обмоток составляет около 5 % от основного потокосцепления, то наводимые ими ЭДС  $E_{1s}$  и  $E_{2s}$  примерно в 20 раз меньше  $E_1$ . Падение напряжения на активном сопротивлении обмоток также намного меньше  $E_1$ . Поэтому и при номинальном токе, ЭДС  $E_1 = U_1 = \text{const}$ .

Таким образом, амплитуда магнитного потока

$$\hat{\Phi}_m = \frac{E_1}{4,44 f w_1} \approx \text{const}, \quad (6.9)$$

т. е. почти постоянна при изменении токов в обмотках.

Так как при холостом ходе основной магнитный поток создается магнитодвижущей силой первичной обмотки  $i_1 w_1$ , а при работе под нагрузкой – совместным действием магнитодвижущих сил первичной и вторичной обмоток, то можно записать уравнение равновесия магнитодвижущих сил

$$w_1 i_{1x} = w_1 i_1 + w_2 i_2. \quad (6.10)$$

Разделив это уравнение на  $w_1$ , получим:

$$i_1 = i_{1x} - i_2 \frac{w_2}{w_1}. \quad (6.11)$$

Если принять токи синусоидальными, то (6.11) можно записать в комплексной форме:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 - \underline{I}_2 \frac{w_2}{w_1} = \underline{I}_0 + \underline{I}'_2, \quad (6.12)$$

где

$$\underline{I}'_2 = -\underline{I}_2 \frac{w_2}{w_1}. \quad (6.13)$$

Таким образом, ток первичной обмотки при подключенной ко вторичной обмотке нагрузке имеет две составляющие: намагничивающую и нагрузочную. Первая равна току холостого хода  $I_0$ , а вторую,  $\underline{I}'_2$ , называют приведенным током нагрузки.

Поскольку ток холостого хода составляет единицы процентов от тока номинального, то при токах нагрузки близких к номинальному, током  $I_0$  можно пренебречь. Тогда из (6.12) получим соотношение для действующих значений токов

$$I_1 = I_2 \frac{w_2}{w_1}. \quad (6.14)$$

Из (6.14) следует, что трансформатор преобразует также уровни токов, при этом величина

$$K_I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{K_u} \quad (6.15)$$

называется коэффициентом трансформации по току.

Так как ток во вторичной обмотке в каждый полупериод направлен так, что создаваемый им поток встречен потоку от тока в первичной обмотке, т. е. магнитодвижущая сила  $I_2 w_2$  действует размагничивающе по отношению к МДС первичной обмотки, то, как следствие, растет ток  $I_1$  и потребляемая трансформатором от сети мощность, что обеспечивает неизменный магнитный поток в магнитопроводе.

*Режим короткого замыкания* имеет место, когда выводы вторичной обмотки замкнуты проводом с сопротивлением, равным нулю ( $Z_1 = 0$ ). Если при этом к первичной обмотке трансформатора подведено номинальное напряжение, то токи в обмотках увеличиваются в несколько десятков раз по сравнению с номинальными. Большой ток вызывает сильный нагрев обмоток трансформатора и выход его из строя. Этот режим является аварийным, и по этой причине цепи, содержащие силовые трансформаторы, снабжают устройствами защиты, отключающими трансформатор от источника питания при возникновении режима короткого замыкания либо при длительных токовых перегрузках во вторичных обмотках.

**Идеальный трансформатор.** При рассмотрении действия трансформатора можно пренебречь полями рассеяния обмоток, тепловыми потерями в обмотках и сердечнике, обусловленными активным сопротивлением обмоток и вихревыми токами в сердечнике, а также потерями энергии на перемагничивание сердечника.

Трансформатор, для которого принятые эти условия, называют *идеальным*.

Понятие идеального трансформатора позволяет, в частности, просто определить действующее значение тока в первичной обмотке многообмоточного трансформатора из условия

$$S_1 = S'_2 + S''_2 + \dots + S^n_2, \quad (6.16)$$

где  $S_1 = U_1 I_1$  – полная мощность первичной обмотки;  $S'_2 = U'_2 I'_2$ ,  $S''_2 = U''_2 I''_2$ , ... – полная мощность каждой из вторичных обмоток. Следовательно, ток  $I_1$  в первичной обмотке

$$I_1 = I'_2 \frac{U'_2}{U_1} + I''_2 \frac{U''_2}{U_1} + \dots + I^n_2 \frac{U^n_2}{U_1}. \quad (6.17)$$

### **6.3. Паспортные данные трансформатора.**

**Определение параметров трансформаторов**

**в опытах холостого хода и короткого замыкания.**

**Рабочие характеристики трансформатора**

К паспортным (номинальным) данным трансформатора относятся следующие величины:

$U_{11}$  – номинальное первичное напряжение;

$U_{200}$  – напряжение холостого хода вторичной обмотки;

$S_1$  – номинальная полная мощность;

$U_{1e} \%$  – напряжение короткого замыкания, в процентах от  $U_{11}$ ;

$P_0$ ,  $P_e$  – мощность потерь в опытах холостого хода и короткого замыкания;

$I_0 \%$  – ток первичной обмотки при холостом ходе, в процентах от  $I_{11}$ .

Исходя из паспортных данных, определяют значение номинальных токов в каждой из вторичных обмоток, выбирают необходимое сечение питающих и отводящих линий и аппараты защиты трансформатора.

Параметры трансформатора можно определить экспериментально, осуществив опыт холостого хода и короткого замыкания (рис. 6.3).

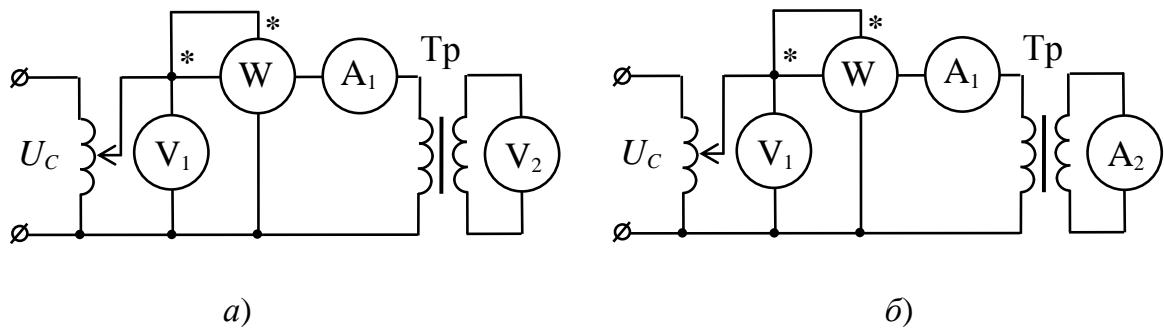


Рис. 6.3. Схема опытов холостого хода (а) и короткого замыкания (б)

В опыте холостого хода (рис. 6.3, а) подводимое к первичной обмотке напряжение  $U_1$  изменяют от 0 до  $1,1U_{1H}$  и по показаниям приборов строят зависимости  $I_0$  и  $P_0$  от  $U_1$  (рис. 6.4).

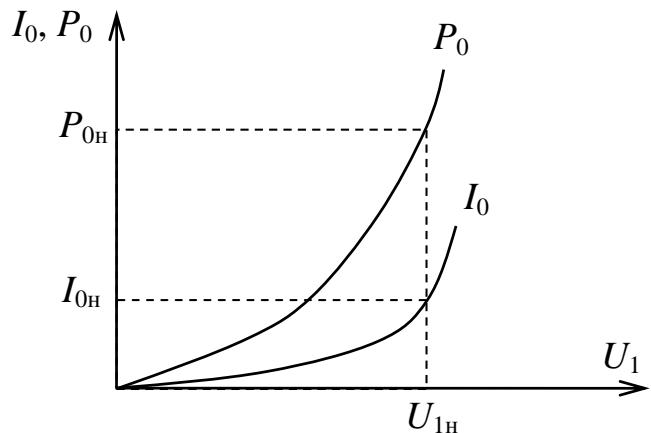


Рис. 6.4. Зависимость параметров трансформатора от напряжения на первичной обмотке в опыте холостого хода

Эти характеристики позволяют определить значение тока холостого хода  $I_0$  и потери мощности холостого хода  $P_{01}$ , соответствующие номинальному значению напряжения  $U_{11}$ .

Поскольку при холостом ходе ( $I_2 = 0$ ) ток в первичной обмотке  $I_1 = I_0$  мал, то малы и потери мощности, затрачиваемые на нагрев обмоток. При этом измеренная ваттметром мощность есть не что иное, как потери мощности в магнитопроводе, пропорциональные квадрату магнитного потока  $\hat{\Phi}_m$  или напряжения  $U_1$ , т. к.  $U_1 \approx E_1 = 4,44 f w_1 \hat{\Phi}_m = C \hat{\Phi}_m$ . Таким образом,  $P_0 = CU_1^2$ , зависимость

$P_0(U_1)$  имеет вид параболы, а зависимость  $I_0(U_1)$  – вид кривой намагничивания магнитопровода трансформатора. По (6.6) определяют  $K_u$ .

В опыте короткого замыкания к первичной обмотке подводят такое напряжение  $U_{1\hat{e}}$ , при котором ток в ней равен номинальному значению  $I_{1i}$ . По данным измерений определяют следующие параметры трансформатора.

Напряжение короткого замыкания

$$u_{\hat{e}} = \frac{U_{1\hat{e}}}{U_1} 100 \% , \quad (6.18)$$

где  $U_{1\hat{e}}$  – измеренное вольтметром напряжение  $U_1$  при  $I_{1\hat{e}} = I_{1i}$ .

В опыте короткого замыкания  $U_{1\hat{e}}$  очень мало ( $4,5\dots 5,5\%$  при  $U_{\text{вн}} = 6\dots 10$  кВ), поэтому можно считать, что измеренная ваттметром мощность  $P_{\hat{e}}$  – это потери, обусловленные активным сопротивлением обмоток трансформатора. При токе  $I_{1\hat{e}} = I_{1i}$  получают номинальные потери мощности на нагрев обмоток  $P_{\hat{e}i}$ , которые называются электрическими потерями короткого замыкания.

Измерив  $U_{1\hat{e}}$  и  $I_{1\hat{e}}$ , можно вычислить полное сопротивление трансформатора

$$Z_{\hat{e}} = \frac{U_{1\hat{e}}}{I_{1\hat{e}}} = \sqrt{R_{\hat{e}}^2 + X_{\hat{e}}^2} , \quad (6.19)$$

активное сопротивление обмоток трансформатора

$$R_{\hat{e}} = \frac{P_{\hat{e}i}}{I_{1\hat{e}}^2} , \quad (6.20)$$

индуктивное сопротивление обмоток

$$X_{\hat{e}} = \sqrt{Z_{\hat{e}}^2 - R_{\hat{e}}^2} . \quad (6.21)$$

Зная  $Z_{\hat{e}}$ ,  $R_{\hat{e}}$ ,  $X_{\hat{e}}$ , можно построить треугольник напряжений короткого замыкания (рис. 6.5). Определяем активную  $U_{1\hat{ea}}$  и реактивную (индуктивную)  $U_{1\hat{ep}}$  составляющие напряжения короткого замыкания.

$$U_{1\hat{ea}} = U_{1\hat{e}} \cos \varphi_{\hat{e}}, \quad U_{1\hat{ep}} = U_{1\hat{e}} \sin \varphi_{\hat{e}}, \quad (6.22)$$

где

$$\cos \varphi_{\hat{e}} = \frac{P_{\hat{e}}}{I_{1\hat{e}} U_{1\hat{e}}} . \quad (6.23)$$

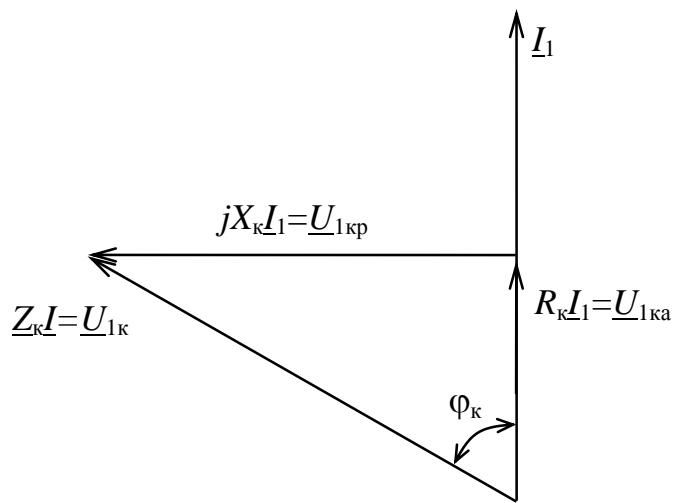


Рис. 6.5. Треугольник напряжений, построенный по данным опыта короткого замыкания

Зная  $I_{1\hat{e}}$  и  $I_{2\hat{e}}$ , определяют коэффициент трансформации по току

$$K_i = \frac{I_{1\hat{e}}}{I_{2\hat{e}}}, \quad (6.24)$$

где  $I_{2\hat{e}}$  – ток во вторичной обмотке трансформатора в опыте короткого замыкания.

Если в схеме на рис. 6.3, б включить во вторичную обмотку последовательно с амперметром  $A_2$  регулируемую нагрузку, позволяющую изменять ток  $I_2$  от 0 до  $1,2I_1$ , то можно экспериментально отснять и построить нагрузочные характеристики трансформатора (рис. 6.6)  $U_2 = F(I_2)$ ,  $I_1 = F_1(I_2)$ ,  $\cos \varphi_1 = F_2(I_2)$   $\eta = F_3(I_2)$  при  $U_1 = \text{const}$   $f = \text{const}$ ,  $\cos \varphi_2 = 1$  (т. е. при активной нагрузке).

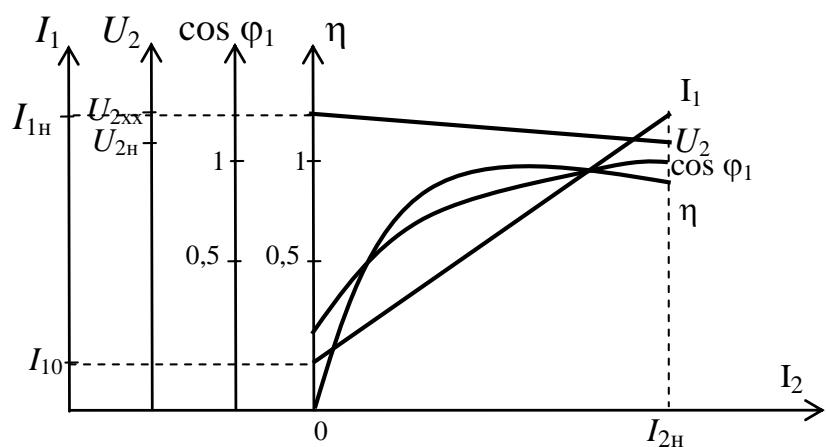


Рис. 6.6. Нагрузочные характеристики трансформатора

## 6.4. Потери энергии и КПД трансформатора. Внешняя характеристика трансформатора

Подводимая к трансформатору мощность

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1, \quad (6.25)$$

а отдаваемая трансформатором в нагрузку мощность

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2. \quad (6.26)$$

Разность

$$P_{\text{т}} = P_1 - P_2 \quad (6.27)$$

представляет собой потери мощности в трансформаторе.

Коэффициент полезного действия трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}. \quad (6.28)$$

Для увеличения точности выражение (6.28) представляют в виде

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{т}}}, \quad (6.29)$$

где  $P_{\text{т}} = P_0 + P_{\hat{e}}$ .

Потери холостого хода  $P_0$  при  $U_1 = \text{const}$  постоянны и не зависят от тока нагрузки  $I_2$ . Эти потери определяются из опыта холостого хода, а в паспорте трансформатора указывают их номинальное значение  $P_0$  (при  $U_1 = U_{1f}$ ).

Потери мощности на нагрев обмоток

$$P_{\hat{e}} = I_{1\hat{e}}^2 R_{\hat{e}}. \quad (6.30)$$

Введя выражение для коэффициента нагрузки трансформатора

$$\beta = \frac{I_1}{I_{1f}} = \frac{I_2}{I_{2f}} = \frac{P_2}{S_f \cos \varphi_2}, \quad (6.31)$$

откуда  $I_1 = \beta I_f$ ,  $P_2 = \beta S_f \cos \varphi_2$ , получим выражение для потерь мощности в обмотках

$$P_{\hat{e}} = \beta^2 I_{1f}^2 R_{\hat{e}} = \beta^2 P_{\hat{e}f},$$

где  $P_{\hat{e}f}$  – номинальные потери в обмотках, определяемые из опыта короткого замыкания и указываемые в паспорте трансформатора.

Таким образом, уравнение (6.29) можно представить в виде

$$\eta = \frac{\beta S_1 \cos \varphi_2}{\beta S_1 \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_{\hat{e}}}. \quad (6.32)$$

Как следует из (6.32), КПД трансформатора достигает максимального значения (рис. 6.6)  $\eta_{\max}$ , при некотором значении  $\beta$ , которое определяется из условия  $d\eta/d\beta = 0$ .

Продифференцировав (6.32), получим, что  $\eta$  максимален при

$$\beta^2 P_{\hat{e}} = P_0.$$

Оптимальный коэффициент загрузки  $\beta_{\text{opt}}$ , при котором  $\eta = \eta_{\max}$ , определяется из равенства

$$\beta_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{\hat{e}}}}. \quad (6.33)$$

Чем меньше разница между  $P_0$  и  $P_{\hat{e}}$ , тем ближе значение  $\beta_{\text{opt}}$  к единице.

Важнейшей характеристикой трансформатора является зависимость вторичного напряжения от тока нагрузки при постоянных значениях первичного напряжения и коэффициента мощности нагрузки  $U_2 = f(I_2)$  при  $U_1 = U_{11} = \text{const}$  и  $\varphi_2 = \text{const}$ :

$$U_2 = E_2 - I_2 Z_2 = U_{21} - I_2 Z_{\hat{e}},$$

где  $Z_2$  – комплексное сопротивление вторичной обмотки.

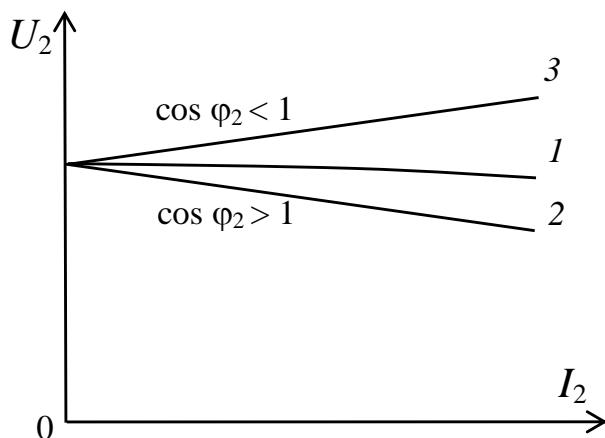


Рис. 6.7. Внешняя характеристика трансформатора для активной (1), активно-индуктивной (2) и активно-емкостной (3) нагрузок

У идеализированных трансформаторов  $U_2 = U_1 / \hat{E} = \text{const}$ , т. е.  $U_2$  не зависит от нагрузки и поэтому его вольт-амперная характеристика проходит параллельно оси  $I_2$ . У реального трансформатора существует ЭДС от полей рассеяния и падение напряжения на вторичной обмотке, поэтому при активно-индуктивных нагрузках напряжение  $U_2$  уменьшается при увеличении тока  $I_2$  (рис. 6.7, линии 1, 2). При емкостном характере нагрузки с ростом  $I_2$  происходит увеличение  $U_2$  (линия 3).

## 6.5. Назначение, устройство, схемы соединения обмоток и группы соединения трехфазных трансформаторов

*Трехфазные* трансформаторы преобразуют электрическую энергию в трехфазных цепях с одним соотношением линейных напряжений и токов в электрическую энергию с другим соотношением этих же величин при неизменной частоте.

В стержневых трехфазных трансформаторах с расположением трех стержней в одной плоскости, замкнутых сверху и снизу ярмами, имеется две трехфазные обмотки высшего напряжения (ВН) и низшего напряжения (НН), в каждую из которых входят по три фазные обмотки (или фазы). Следовательно, трехфазный трансформатор имеет шесть фазных обмоток и двенадцать выводов. Начальные выводы фазных обмоток высшего напряжения обозначают буквами  $A, B, C$ , а конечные –  $X, Y, Z$ . Для обмоток низшего напряжения применяются аналогичные обозначения – буквами  $a, b, c$  и  $x, y, z$ .

Фазные обмотки высшего и низшего напряжения соединяют звездой или треугольником. При этом при соединении звездой нейтральные точки обозначаются буквами  $0$  или  $N$  – для обмоток ВН и  $0$  или  $n$  – для обмоток НН.

Фазный коэффициент трансформации определяется отношением фазных напряжений при холостом ходе

$$K_{\hat{o}} = \frac{(U_{1\hat{o}})^{\circ\circ}}{(U_{2\hat{o}})^{\circ\circ}}. \quad (6.34)$$

Линейный коэффициент трансформации определяется аналогично

$$K_{\ddot{e}} = \frac{(U_{1\ddot{e}})^{\tilde{o}\tilde{o}}}{(U_{2\ddot{e}})^{\tilde{o}\tilde{o}}}. \quad (6.35)$$

Для соединения  $Y - Y$  и  $\Delta - \Delta$   $K_{\ddot{e}} = K_{\hat{o}}$ , для соединения  $Y - \Delta$   $K_{\ddot{e}} = \sqrt{3} K_{\hat{o}}$ , а для соединения  $\Delta / Y$   $K_{\ddot{e}} = K_{\hat{o}} / \sqrt{3}$ .

При параллельном включении силовых трансформаторов в энергосистему либо при использовании в энергосистеме нескольких ступеней трансформации напряжения применяются трехфазные трансформаторы с одинаковой группой соединения обмоток. При этом группа соединения указывает схему соединения обмоток и разность фаз между линейными напряжениями на высшей и низшей стороне.

Угол сдвига фаз между соответствующими линейными напряжениями отсчитывается в направлении вращения часовой стрелки от вектора  $U_{1\ddot{e}}$  к вектору  $U_{2\ddot{e}}$ . Величина этого угла зависит от направления навивки обмоток, маркировки их выводов и типа соединения обмоток.

При одинаковом направлении навивки, одинаковой маркировке выводов и соединении фазных обмоток по схеме  $Y - Y$  угол сдвига фаз между  $U_{AB}$  и  $U_{ab}$  равен нулю, и такой трансформатор относится к группе  $Y/Y - 0$  (рис. 6.8, а).

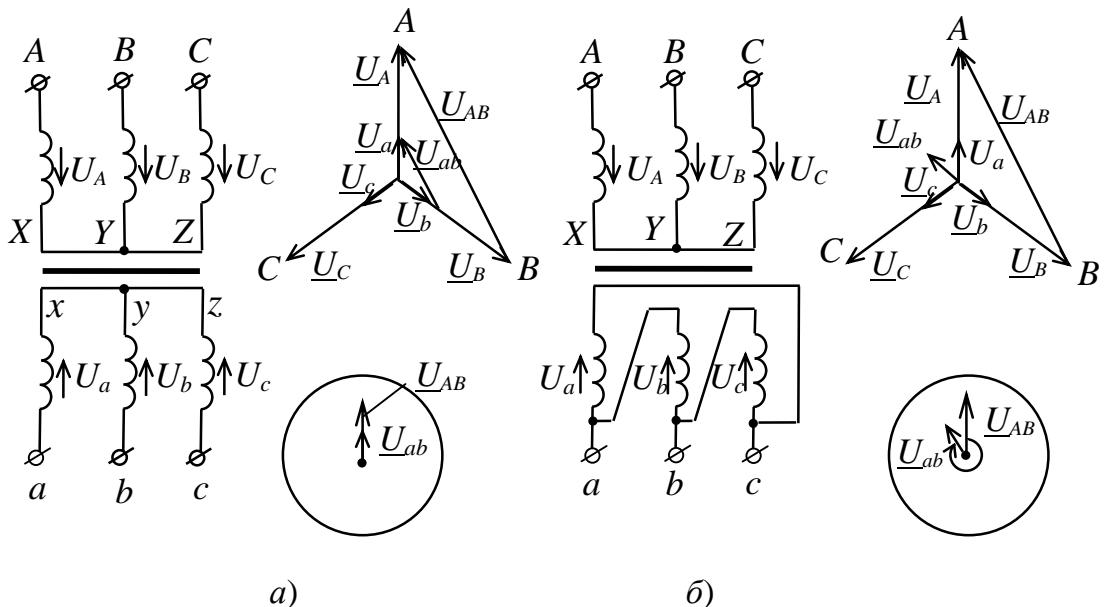


Рис. 6.8. Определение угла сдвига фаз между линейными напряжениями для соединений  $Y/Y$  (а) и  $Y/\Delta$  (б)

Для соединения  $Y/\Delta$  этот же угол равен  $330^\circ = 30 \cdot 11$  и трансформатор относится к группе  $Y/\Delta-11$  (рис. 6.8, б).

Таким образом, группа соединений обозначается кодом, отображающим схему соединения обмоток, и цифрой после дефиса, указывающей фазовый сдвиг между линейными напряжениями, выраженный в часах.

Часовое обозначение угла сдвига фаз обусловлено тем, что векторы  $U_{1e}$  и  $U_{2e}$  могут иметь разность фаз, кратную  $30^\circ$ .

Свойства трехфазных трансформаторов, как и однофазных, определяются номинальными параметрами и характеристиками, которые приводятся в паспортных данных и могут быть определены экспериментально, как и для однофазных трансформаторов.

## 6.6. Устройство, принцип работы и применение автотрансформаторов

*Автотрансформаторы* находят широкое применение при пуске мощных синхронных и асинхронных электродвигателей, для регулировки напряжения. При экспериментальных работах применяются однофазные лабораторные автотрансформаторы (ЛАТР). Они имеют регулируемый коэффициент трансформации и позволяют плавно в широких пределах изменять напряжение  $U_2$ .

Обмотки этих трансформаторов (рис. 6.9) имеют не только магнитную, но и электрическую связь. Если пренебречь падениями напряжений в обмотках и токами холостого хода, то коэффициент трансформации

$$K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2}.$$

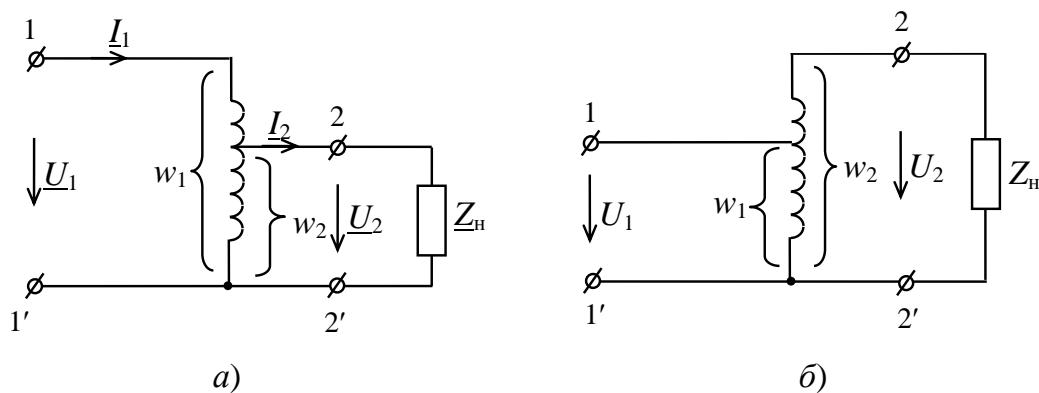


Рис. 6.9. Электрическая схема автотрансформатора:  
а – понижающего; б – повышающего

В общей части обмотки, входящей в первичную и вторичную цепи, протекают токи  $I_1$  и  $I_2$ , и, т. к. они находятся в противофазе, то

$$I_{12} = |I_1 - I_2| = I_1 K - I_1 = I_1(K - 1).$$

При близких значениях  $w_1$  и  $w_2$ , когда  $K = 1$  ток  $I_{12}$  намного меньше тока  $I_1$ . По этой причине сечение провода и габариты автотрансформатора меньше, чем у обычного трансформатора той же мощности.

Недостатком автотрансформатора является наличие гальванической связи между обмотками высокого и низкого напряжения, что ухудшает условия электробезопасности.

### Вопросы для самоконтроля

1. Объясните назначение и принцип действия трансформатора.
2. Как устроен однофазный двухобмоточный трансформатор?
3. Какие конструктивные разновидности однофазных трансформаторов вам известны?
4. Как маркируются силовые однофазные трансформаторы?
5. Дайте определение коэффициента трансформации.
6. Определите значение действующей ЭДС первичной обмотки трансформатора на частоте  $f = 50$  Гц, если число витков  $w_1 = 500$ , а амплитуда магнитного потока  $\Phi_m = 0,0005$  Вб.
7. Как проводятся опыты холостого хода и короткого замыкания трансформатора, и какие параметры трансформатора определяются из этих опытов?
8. Объясните причины нагрева трансформатора и укажите способы его охлаждения.
9. Дайте определение КПД трансформатора. При какой нагрузке КПД имеет максимальное значение?
10. Что понимается под внешней характеристикой трансформатора? Приведите графики этой характеристики для активной, активно-индуктивной и активно-емкостной нагрузок.
11. Почему при изменении тока  $I_2$  во вторичной обмотке изменяется также ток  $I_1$  в первичной обмотке?
12. Как устроен трехфазный трансформатор?
13. Для каких схем соединения линейный коэффициент трансформации  $K_e$  и фазный  $K_\phi$  равны между собой?
14. Чему равно отношение  $K_e / K_\phi$  для схем соединения  $Y / \Delta$ ?

15. Что понимается под группой соединения трехфазного трансформатора?

16. Какие разновидности трансформаторов специального назначения вам известны?

17. Какие достоинства и недостатки автотрансформаторов по сравнению с обычными трансформаторами?

18. Перечислите номинальные параметры силовых трансформаторов.

19. Какой вид имеют рабочие характеристики трансформаторов и как они снимаются?

## ГЛАВА 7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

### 7.1. Классификация электрических машин. Свойство обратимости. Физические явления в электрических машинах. Преобразование энергии в генераторе и в двигателе

Электрические машины широко применяются на электростанциях, в промышленности, на электротранспорте, в системах автоматического управления, в быту.

Электрические машины, преобразующие механическую энергию в электрическую, называются *генераторами*, а машины, преобразующие электрическую энергию в механическую, – *двигателями*.

Любая электрическая машина может быть использована как в качестве генератора, так и в качестве двигателя. Это свойство электрической машины изменять направление преобразуемой ею энергии, называется *обратимостью*.

Электрические машины могут также использоваться для преобразования электрической энергии одного рода тока (частоты, числа фаз переменного тока, напряжения) в энергию другого рода тока. Такие электрические машины называются *преобразователями*.

В зависимости от рода тока электроустановки, в которой должна работать электрическая машина, они делятся на машины постоянного тока и машины переменного тока.

Машины переменного тока могут быть как однофазными, так и многофазными. Наиболее широкое распространение получили трехфазные синхронные и асинхронные машины.

Находят также применение коллекторные машины переменного тока, которые допускают регулирование в широких пределах скорости вращения.

Принцип действия электрических машин основан на использовании электромагнитной индукции и закона Ампера.

Если в магнитное поле полюсов постоянного магнита или электромагнита поместить проводник (рис. 7.1) и под действием какой-либо внешней силы  $F_1$  перемещать его со скоростью  $V$  перпендикулярно магнитному полю, то на концах этого проводника возникнет ЭДС  $E$

$$E = BlV,$$

где  $B$  – индукция магнитного поля;  $l$  – активная длина проводника.

Направление ЭДС  $E$  определяется по правилу правой руки.

Если этот проводник замкнуть на какой-либо приемник электрической энергии, то в замкнутой цепи под воздействием ЭДС  $E$  будет протекать ток  $I$ , совпадающий по направлению с ЭДС в проводнике.

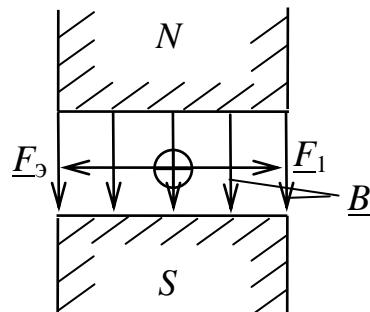


Рис. 7.1. Модель электрической машины

В результате взаимодействия тока  $I$  в проводнике (посредством созданного им магнитного поля) с магнитным полем магнита создается электромагнитная сила  $F_y$ , направление которой определяется по правилу левой руки. Эта сила будет направлена против силы  $F_1$ , перемещающей проводник в магнитном поле. При  $F_y = F_1$  проводник будет перемещаться с постоянной скоростью.

В такой простейшей электрической машине механическая энергия, затрачиваемая на перемещение проводника, преобразуется в энергию электрическую, потребляемую электроприемником, т. е. машина работает генератором.

Если от постороннего источника электрической энергии пропускать через проводник ток, то в результате взаимодействия этого тока с магнитным полем магнита создается электромагнитная сила  $F_y$ , под действием которой проводник будет перемещаться в магнитном поле,

преодолевая силу торможения какого-либо механизма, т.е. машина будет работать двигателем.

Таким образом, рассмотренная модель электрической машины, как и любая электрическая машина, обратима. Для увеличения ЭДС и величины электромеханических сил электрические машины снабжаются обмотками, состоящими из большого числа проводов, которые соединяются между собой так, чтобы ЭДС в них имели одинаковые направления и складывались.

ЭДС в проводнике, как известно, будет индуцироваться также и в том случае, когда проводник неподвижен, а перемещается магнитное поле.

## 7.2. Асинхронные электрические машины

### 7.2.1. Назначение, устройство, конструктивные разновидности трехфазных асинхронных двигателей, их маркировка и обозначение выводов обмоток

Асинхронные электродвигатели предназначены для преобразования электрической энергии переменного тока в механическую энергию.

Асинхронные электродвигатели – самые распространенные из всех видов электрических машин из-за их простоты, надежности, меньшего веса, габаритов, стоимости и т. д.

Промышленностью выпускаются трехфазные, однофазные и универсальные асинхронные двигатели, способные работать как от однофазной, так и от трехфазной сети.

Наибольшее применение в качестве двигателей электрического привода получили трехфазные асинхронные электродвигатели (ТАД) с короткозамкнутым и фазным ротором. Такие двигатели выпускаются сериями:

- A – AO (1949–1951 гг.),*
- A2 – AO2, мощностью 0,6–100 кВт (1958–1960 гг.),*
- A – AK, мощностью 100–1000 кВт (1964–1985 гг.),*
- A3 – AO3, мощностью 132–500 кВт,*
- IA и AI (A и P), мощностью 0,06–500 кВт, до настоящего времени,*
- PA, мощностью 0,37–100 кВт,*
- 5 А (5АН), 6 А мощностью 0,37–400 кВт.*

Асинхронные электродвигатели различаются по степени защиты (*IP23, IP44* и др.), по способу охлаждения (*IC01, IC014* и др.), способу монтажа (*IM1001* и др.). *IP* означает International protection: 23 защи-

щенное, 44 закрытое исполнение; *IC* – International cooling: 01 – машина с самовентиляцией; *IM* – International mounting: 1001 – машина на лапах с двумя подшипниковыми щитами, с горизонтальным расположением вала.

Машины также подразделяются по климатическим условиям эксплуатации:

У – для районов с умеренным климатом;

ХЛ – с холодным климатом;

ТВ – с влажным климатом;

О – общеклиматическое исполнение.

Сведения о маркировке, номинальных параметрах и областях применения асинхронных электродвигателей приводятся в справочниках [10], [11].

Приведем примеры условных обозначений асинхронных электродвигателей различных серий:

5А250М4 – асинхронный двигатель пятой серии: 250 – высота от оси вращения до опорной плоскости лап в мм; *M* – средняя длина корпуса; 4 – число полюсов ( $n = 1500$  об/мин).

РА100М4 – асинхронный двигатель: 100 – высота от оси вращения до нижней плоскости лап в мм; *M* – средняя длина корпуса; 4 – число полюсов.

АИР132S6 – асинхронный двигатель интерэлектро (международная организация стран СЭВ); *P* – вариант увязки мощностей и установочных размеров; 132 – высота от оси вращения до нижней плоскости лап в мм; *S* – малая длина корпуса; 6 – число полюсов ( $n_1 = 1000$  об/мин).

МТКФ-311-6, МТКН-311-6 – асинхронный двигатель краново-металлургический, работающий при повышенных температурах; *F*, *H* – классы нагревостойкости; 3 – габарит, 1 – первая серия, 1 – первая длина; 6 – число полюсов ( $n_1 = 1000$  об/мин).

УАД-72 – универсальный асинхронный двигатель, способный работать в однофазном (с конденсатором) или в трехфазном режимах.

Трехфазный асинхронный двигатель (ТАД) состоит из неподвижного статора и вращающегося ротора. Статор имеет цилиндрическую форму и состоит из корпуса, сердечника и обмоток. Корпус изготавливается из стали, чугуна или алюминиевого сплава. Сердечник набирается из тонких листов электротехнической стали. Листы изолируют друг от друга тонкой оксидной пленкой, набирают в пакет и запрессовывают в корпус статора. С внутренней стороны листов

сердечника вырубаются продольные пазы, в которые укладываются обмотки статора, выполненные из медного изолированного эмалью провода и состоящие из трех отдельных обмоток, оси которых повернуты в пространстве относительно друг друга на  $120^\circ$ .

Обмотки называются фазами статора и соединяются между собой треугольником или звездой в зависимости от значения подводимого трехфазного напряжения.

Начала обмоток статора обозначают буквами  $C_1, C_2, C_3$  или  $A, B, C$ , а концы – буквами  $C_4, C_5, C_6$  или  $X, Y, Z$ . Для соединения обмоток статора звездой или треугольником (при стандартном монтаже выводов на клеммах монтажной коробки) необходимо выводы соединять по схеме, указанной на рис. 7.2.

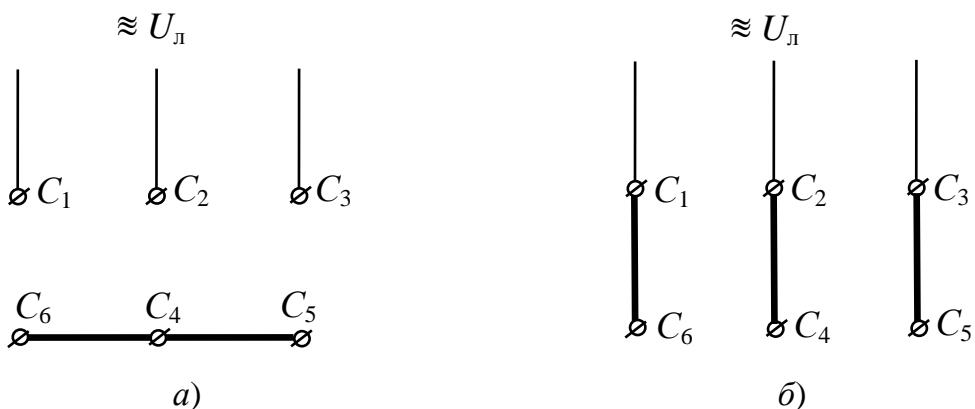
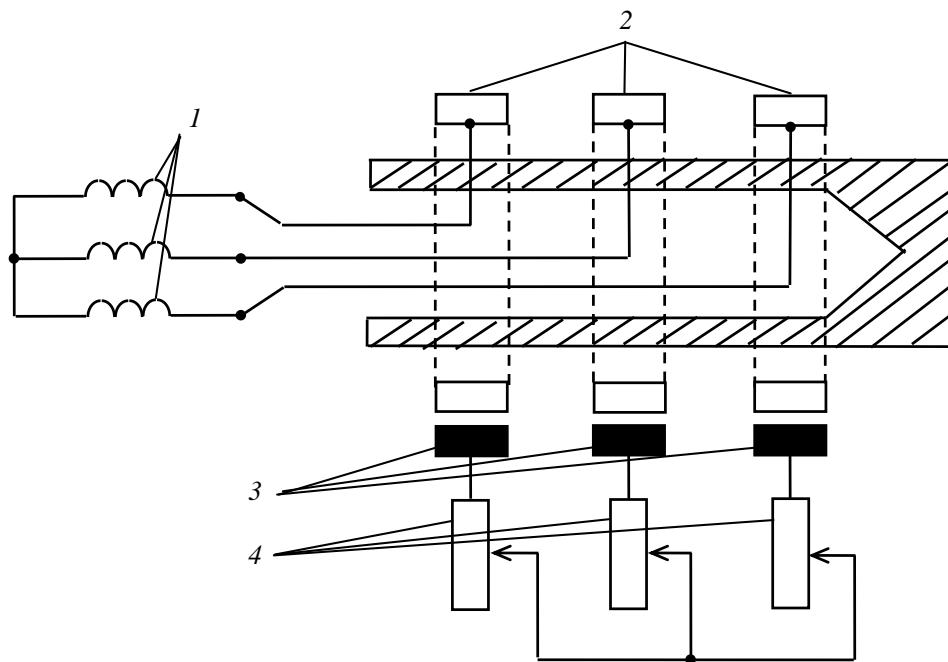


Рис. 7.2. Монтаж выводов обмоток статора при соединении звездой (a) и треугольником (б)

Ротор ТАД состоит из стального вала, на который напрессован сердечник в виде пакета тонких пластин электротехнической стали с продольными пазами. В пазы заливаются стержни из алюминия (в короткозамкнутом роторе), либо укладываются обмотки из медного провода (в роторе с контактными кольцами).

Стержни короткозамкнутого ротора замкнуты по торцам кольцами, образуя «беличью» клетку, а обмотки фазного ротора соединяют в звезду с выводом свободных концов на контактные кольца и далее через щетки к клеммам монтажной коробки. Выводы обмоток фазного ротора обозначают буквами  $P_1, P_2, P_3$ .

В процессе работы контактные кольца скользят по неподвижным щеткам, обеспечивая электрическое соединение обмотки вращающегося ротора с трехфазным реостатом (рис. 7.3), используемым для уменьшения пусковых токов.



*Рис. 7.3. Схема соединения обмоток фазного ротора ТАД:*  
 1 – обмотки; 2 – контактные кольца;  
 3 – щетки;  
 4 – трехфазный пусковой реостат

### **7.2.2. Принцип работы ТАД. Формирование двухполюсного вращающегося магнитного поля статора. Частота вращения ротора**

Работа асинхронного двигателя основана на явлении, названном «диск Араго-Ленца» (рис. 7.4). Это явление состоит в следующем.

Если перед полюсами постоянного магнита поместить медный диск 1 на оси 2 и начать вращать магнит вокруг его продольной оси при помощи рукоятки 3, то медный диск будет вращаться в том же направлении, что и магнит. Это объясняется тем, что при вращении магнита магнитные линии его поля, замыкаясь от северного полюса к южному, пронизывают диск и наводят в нем вихревые токи. В результате взаимодействия вихревых токов с магнитным полем магнита возникает сила, приводящая диск во вращательное движение. На основании закона Ленца направление индуцированного в диске тока таково, что он противодействует причине его возникновения. Поэтому вихревые токи в диске стремятся задержать вращение магнита, но, не имея возможности сделать это, приводят во вращение диск так, что он следует за магнитом.

При этом скорость вращения диска всегда меньше, чем магнита.

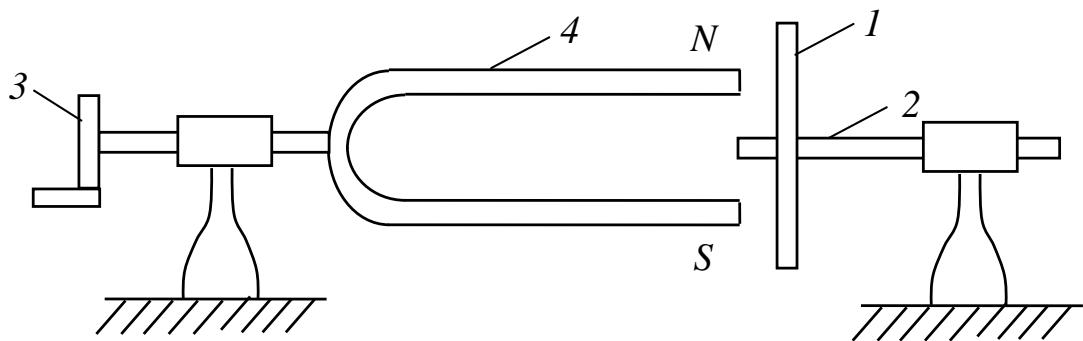


Рис. 7.4. Схема опыта «Диск Араго-Ленца»:

1 – медный диск; 2 – ось; 3 – рукоятка  
для вращения магнита; 4 – постоянный магнит

В асинхронном двигателе постоянный магнит заменен вращающимся магнитным полем статора, которое пересекает проводники обмоток ротора и индуцирует в них ЭДС. Если цепь обмоток ротора замкнута накоротко или на пусковой реостат, то по проводникам ротора потечет ток по направлению ЭДС. В результате взаимодействия тока в обмотках ротора с вращающимся магнитным полем статора создается вращающий момент, под действием которого ротор начинает вращаться вслед за полем статора. При этом под вращающим моментом понимается сумма произведений сил, действующих на каждый проводник ротора на расстояния от этих проводников до оси ротора. Направление этих сил определяется по правилу левой руки. Сила  $F$  и момент  $M$  направлены согласно с направлением вращения магнитного поля.

Частота вращения ротора  $n_2$  всегда меньше частоты вращения поля  $n_1$ , т. е. ротор «отстает» от вращающегося поля. Только при этом условии (асинхронности) в проводниках ротора наводится ЭДС  $E$ , протекает ток  $I$  и создается вращающий момент  $M$ .

*Вращающееся магнитное поле* статора создается за счет пространственного сдвига плоскостей фазных обмоток статора на  $120^\circ$  и подключения этих обмоток к трехфазной симметричной системе напряжений. При этом поле может быть двухполюсным и многополюсным, что зависит от числа катушек в каждой фазной обмотке статора.

Рассмотрим формирование двухполюсного вращающегося магнитного поля на примере ТАД с тремя обмотками, соединенными звездой (рис. 7.5, а).

Зависимость токов в обмотках статора от времени приведена на рис. 7.5, б.

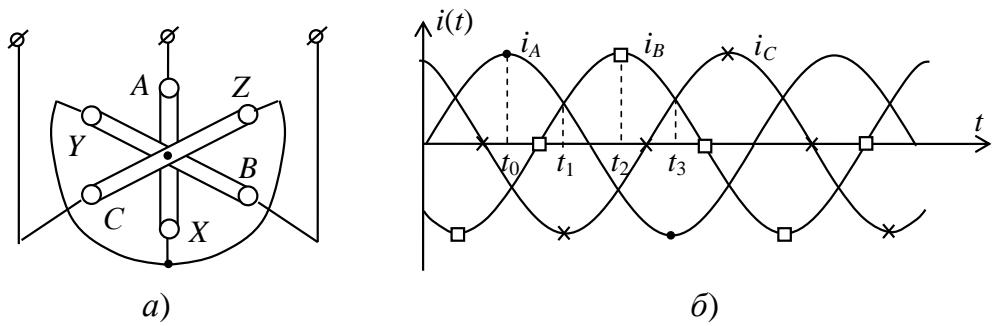


Рис. 7.5. Схема соединения обмоток статора ТАД звездой (а) и токи в обмотках (б) при питании ТАД трехфазной симметричной системой ЭДС

Пусть в каждой обмотке только по одному витку, уложенному в диаметрально-противоположных пазах статора. Из рис. 7.5, б следует, что для момента времени  $t_0$  ток  $i_A$  течет в фазе  $AX$  от  $A$  к  $X$ , а в фазах  $BY$  и  $CZ$  – от  $Y$  к  $B$  и от  $Z$  к  $C$ . На рис. 7.6 эти направления отмечены знаками «+» и «●» в каждом проводнике. Пользуясь правилом правого винта, находим картину распределения магнитного поля для момента времени  $t_0$ . При этом ось результирующего магнитного поля с индуктивностью  $B_{\text{рез}}$  расположена горизонтально.

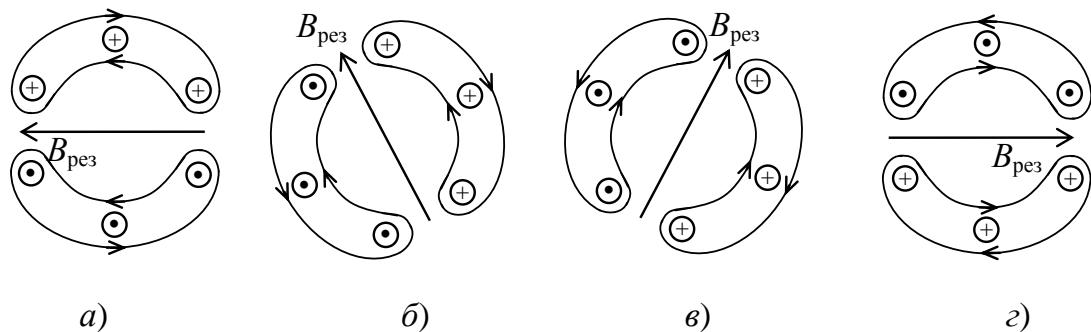


Рис. 7.6. Формирование двухполюсного вращающегося магнитного поля статора ТАД

На рис. 7.6, б, в, г приведены картины магнитного поля для моментов времени  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ , построенные аналогично.

Если  $\omega$  – угловая частота вращения, то угол поворота вектора  $B_{\text{рез}}$

$$\alpha = \omega(t - t_0),$$

где  $\omega = 2\pi f$ .

За время  $t = T$ , т. е. за период, ось вектора  $B_{\text{дл}}$  займет первоначальное положение, т. е. магнитное поле статора ТАД сделает один оборот  $\alpha = \omega T = 2\pi f \frac{1}{f} = 2\pi$ .

В рассмотренном примере число полюсов  $2p = 2$ , а магнитное поле вращается с частотой  $n_1 = 60f_1 = 60 \cdot 50 = 3000$  об/мин. При этом направление вращения магнитного поля статора совпадает с порядком чередования фаз  $A-B-C$  в системе трехфазного питающего напряжения.

Если поменять местами выводы любых двух фаз, то направление вращения поля будет обратным.

Электрическое поле эквивалентно полю двухполюсного электромагнита, поэтому трехфазный двигатель, обмотки которого создают такое поле, называется *двухполюсным*.

Если число катушек в каждой фазе статора увеличить, а сдвиг фаз между токами в фазах сохранить в  $120^\circ$ , то частота вращения магнитного поля изменится и станет равной

$$n_1 = 60f_1 / p, \quad (7.1)$$

где  $p$  – число пар полюсов.

В табл. 7.1 приведены значения  $n_1$  для различных  $p$ :

*Таблица 7.1*

**Зависимость частоты вращения  $n_1$  магнитного поля статора ТАД от числа пар полюсов  $p$**

| P              | 1    | 2    | 3    | 4   | 5   | 6   | 8   | 10  |
|----------------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $n_1$ , об/мин | 3000 | 1500 | 1000 | 750 | 600 | 500 | 375 | 300 |

### *7.2.3. Работа ТАД под нагрузкой. Скольжение, номинальные параметры и рабочие характеристики*

В рабочем режиме ротор ТАД вращается с числом оборотов  $n_2 < n_1$ , поэтому магнитное поле статора скользит относительно ротора с числом оборотов  $n_s = n_1 - n_2$ . Относительное отставание ротора от вращающегося магнитного поля статора характеризуется *скольжением*  $s$

$$s = \frac{n_s}{n_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}, \quad (7.2)$$

где  $\Omega_1 = 2\pi \frac{n_1}{60} = \frac{\omega_1}{p}$ ,  $\Omega_2 = 2\pi \frac{n_2}{60} = \frac{\omega_s}{p}$  – угловая частота вращения магнитного поля статора и угловая частота скольжения ротора;  $\omega_1 = 2\pi f_1$ ,  $\omega_s = \omega_1(1-s)$  – угловая частота тока статора и ротора.

Для большинства современных ТАД скольжение ротора при номинальной нагрузке составляет (2...6) %, т. е.  $s = 0,02...0,06$ , а при работе на холостом ходе – доли процента. При заторможенном роторе ( $n_2 = 0$ ) скольжение максимально и равно единице ( $s = 1$ ).

От частоты скольжения и величины магнитного потока зависит значение ЭДС  $E_{2s}$ , наводимой в обмотке ротора

$$E_{2s} = s E_2, \quad (7.3)$$

где

$$E_2 = 4,44 \hat{E}_2 f_1 w_2 \hat{O}_m \quad (7.4)$$

это ЭДС, наводимая в обмотке ротора в неподвижном его состоянии ( $s = 1$ ,  $n_2 = 0$ );  $\hat{E}_2$  – обмоточный коэффициент, учитывающий то обстоятельство, что вследствие конструктивных особенностей асинхронного двигателя вращающийся магнитный поток сцеплен не со всеми витками обмотки ротора и статора ( $\hat{E}_2 < 1$ );  $f_1 = pn_1 / 60$  – частота тока в статоре.

Ток  $I_{2s}$ , возникающий в обмотках ротора, можно определить по закону Ома

$$I_{2s} = \frac{E_{2s}}{Z_{2s}} = \frac{E_{2s}}{\sqrt{R_2^2 + X_{2s}^2}}, \quad (7.5)$$

где  $Z_{2s}$  – полное сопротивление фазы ротора;  $R_2$  – активное сопротивление фазы ротора;  $X_{2s}$  – индуктивное сопротивление фазы ротора.

Так как  $X_{2s} = 2\pi f_1 s L_2 = s X_2$ ,  $X_2 = 2\pi f_1 L_2$ , то, с учетом (7.3), выражение для тока можно представить в виде

$$I_{2s} = \frac{E_2 s}{\sqrt{R_2^2 + (s X_2)^2}}. \quad (7.6)$$

При холостом ходе ток ротора близок к нулю.

Электромагнитный момент, развиваемый электродвигателем, можно определить, исходя из электрических потерь мощности в обмотках ротора

$$P_{\dot{y}2} = m_2 I_{2s}^2 R_2 = M \frac{\omega_1 s}{p}, \quad (7.7)$$

откуда

$$M = \frac{p m_2 I_{2s}^2 R_2}{\omega_1 s} = \frac{p m_2 s^2 R_2 E_2^2}{\omega_1 s \sqrt{R_2^2 + (s X_2)^2}}. \quad (7.8)$$

Магнитный момент, развиваемый асинхронным электродвигателем в момент пуска ( $s = 1$ ,  $n_2 = 0$ ),

$$M_i = \frac{p m_2 R_2 E_2^2}{\omega_1 \sqrt{R_2^2 + X_2^2}}, \quad (7.9)$$

где  $p$  – число пар полюсов в статоре;  $m_2$  – число фаз обмотки ротора.

График зависимости  $M(s)$  приведен на рис. 7.7.

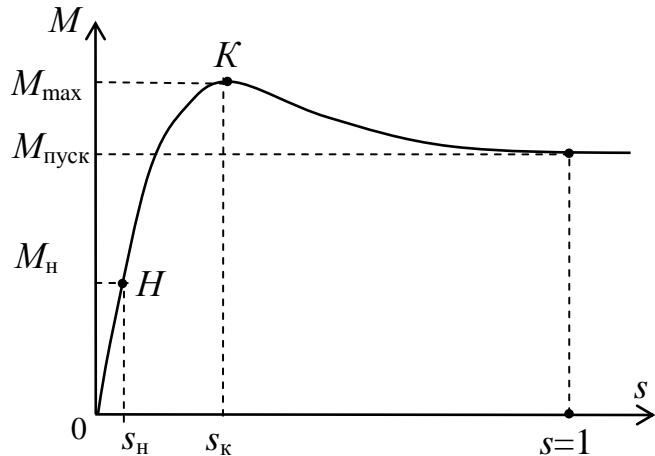


Рис. 7.7. Зависимость момента  $M$  от скольжения  $s$

Точка  $M = 0$ ,  $s = 0$  соответствует идеальному холостому ходу двигателя, а точка  $M_i$ ,  $s_i$  – номинальному режиму.

Участок  $HK$  соответствует механической перегрузке двигателя. В точке  $K$  момент достигает максимального значения. Скольжение  $s_e$ , соответствующее максимальному моменту, называется *критическим скольжением*.

При практических расчетах момент, развиваемый асинхронным двигателем, для заданного скольжения  $s$  определяют по приближенной формуле Клосса

$$\dot{I} = \frac{2M_{\max}}{\frac{s_{\hat{e}}}{s} + \frac{s}{s_{\hat{e}}}}. \quad (7.10)$$

Зная  $P_{2i}$ ,  $n_{2i}$  и  $m = \frac{M_{\max}}{M_i}$  (определяемые из справочника),

и учитывая связь частоты вращения ротора  $n_2$  со скольжением (7.2),

$$n_2 = n_i(1 - s), \quad (7.11)$$

определяют номинальный момент  $M_i = \frac{9,55 P_{2i}}{n_{2i}}$ , максимальный момент

$M_{\max} = m M_i$ , критическое скольжение  $s_{\hat{e}} = s_i \left( m + \sqrt{m^2 - 1} \right)$ , где

$s_i = \frac{n_i - n_{2i}}{n_i}$  и строят механическую (скоростную) характеристику асин-

хронного двигателя, под которой понимается зависимость частоты вращения ротора  $n_2$  от момента  $M$  (рис. 7.8). От вида этой характеристики зависит пригодность асинхронного двигателя для привода различных рабочих механизмов. Для многих станков требуется, чтобы эта характеристика была жесткой, т. е. чтобы  $n_2$  изменялось незначительно при изменении нагрузки. В то же время рабочие механизмы, работающие при резко изменяющихся нагрузках (прессы, краны, ножницы) требуют быстрого изменения частоты вращения ротора двигателя.

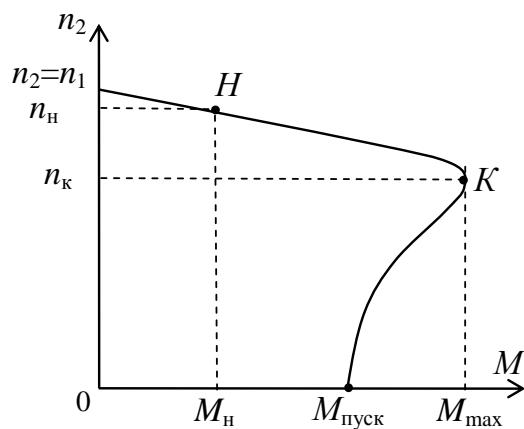


Рис. 7.8. Механическая (скоростная) характеристика

Частота вращения вала двигателя остается неизменной, пока вращающий (электромагнитный) момент  $M$  равен моменту сопротивления:  $M = M_c$ .

При уменьшении  $M_c$  это равенство нарушается, что приводит к росту частоты вращения  $n_2$  ротора и к уменьшению скольжения. В результате уменьшается ток ротора  $I_2$  (7.6), уменьшается вращающий момент  $M$  и равновесие моментов восстанавливается.

Свойство автоматического установления равновесия между статическим моментом сопротивления  $M_c$  и преодолевающим его моментом двигателя называется *саморегулированием*.

Работа двигателя может быть устойчива только на участке  $OK$  (рис. 7.7), когда увеличение нагрузки на вал двигателя, приводящее к увеличению скольжения, будет скомпенсировано ростом вращающего момента.

Если же  $M_c$  превысит  $M_{\max}$ , то двигатель остановится, т. к. с ростом скольжения на этом участке вращающий момент снижается.

Отношение  $\dot{I}_{\max} / \dot{I}_i$  называется перегрузочной способностью двигателя.

Отношение пускового момента к номинальному  $M_i / M_{\max}$  называется кратностью пускового момента. Работа двигателя с  $M_{\max} > M_i$  допустима лишь кратковременно из-за перегрева.

Зависимости развиваемого двигателем момента  $M$ , потребляемой мощности  $P_1$ , коэффициента мощности  $\cos \varphi_1$ , коэффициента полезного действия  $\eta$ , скольжения  $s$  и тока статора  $I_1$  от мощности  $P_2$  на валу являются рабочими характеристиками асинхронного двигателя (рис. 7.9).

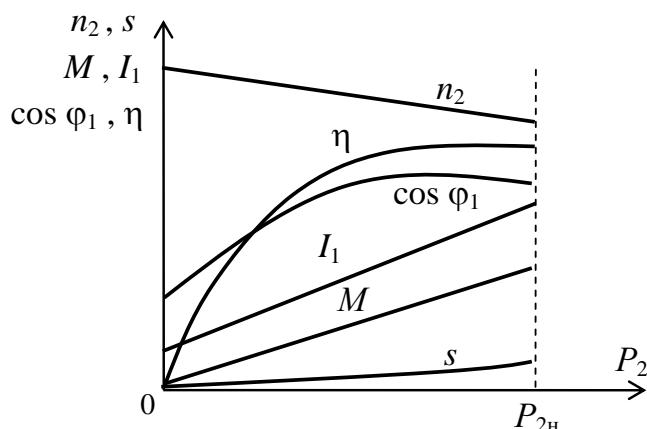


Рис. 7.9. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

Коэффициент мощности ТАД определяют по формуле

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_{\hat{o}}}{U_{\hat{o}} I_{\hat{o}}} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_{\ddot{e}} I_{\ddot{e}}}, \quad (7.12)$$

а коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\beta P_{2i}}{\beta P_{2i} + \Delta P_c + \beta^2 \Delta P_y}, \quad (7.13)$$

где  $\beta = P_2 / P_{2i}$  – коэффициент загрузки электродвигателя;  $\Delta P_c = \Delta P_m + \Delta P_i$  – постоянные потери (сумма потерь в магнитопроводе и механические потери);  $\Delta P_y$  – переменные электрические потери в двигателе (потери в обмотках, пропорциональные квадрату тока).

К паспортным (номинальным) параметрам ТАД относятся величины:

- номинальные линейные напряжения  $U_1^\Delta / U_1^Y$ ;
- номинальная механическая мощность на валу  $P_{2i}$ ;
- схема соединения  $\Delta/Y$ ;
- номинальная частота вращения  $n_{2i}$ , соответствующая  $P_{2i}$ ;
- номинальные КПД  $\eta_i$  и  $\cos \varphi_{1i}$ .

Эти данные позволяют выбрать двигатель по заданной статической нагрузке, рассчитать линию его питания и выбрать пускозащитные аппараты.

#### **7.2.4. Схемы включения трехфазного асинхронного двигателя в электрическую сеть. Способы пуска, торможения и реверсирования. Регулирование частоты вращения ротора**

Схема включения обмоток статора ТАД под напряжение (схема запуска) зависит от соотношения номинального напряжения двигателя и номинального напряжения в сети.

Например, в паспорте двигателя указано номинальное напряжение 220/380 В. В этой записи первое число соответствует схеме соединения статорных обмоток двигателя треугольником – при линейном напряжении сети 220 В (рис. 7.10, б), а второе – схеме соединения статорных обмоток двигателя звездой – при линейном напряжении сети 380 В (рис. 7.10, а). В обоих случаях напряжение на фазе обмотки будет 220 В.

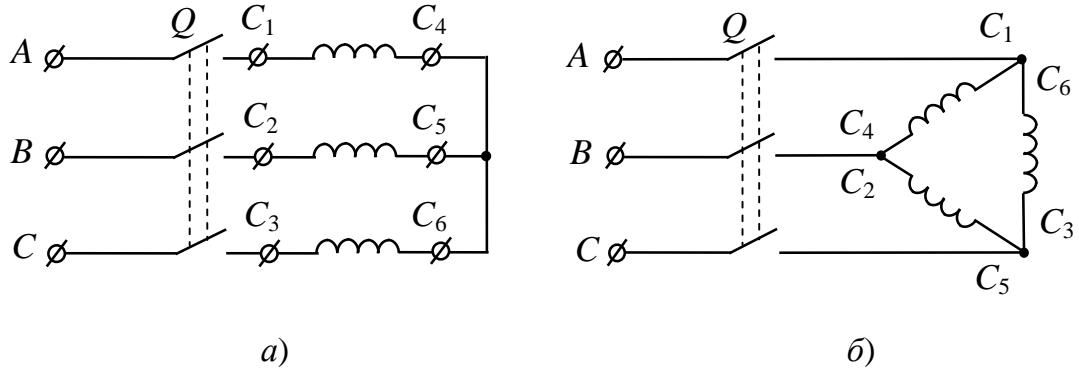


Рис. 7.10. Схемы подключения ТАД к трехфазной электрической сети:  
а – звездой; б – треугольником

Трехфазные АД иногда используются (эксплуатируются) в режиме однофазного питания. Известно много схем такого питания, две из них приведены на рис. 7.11.

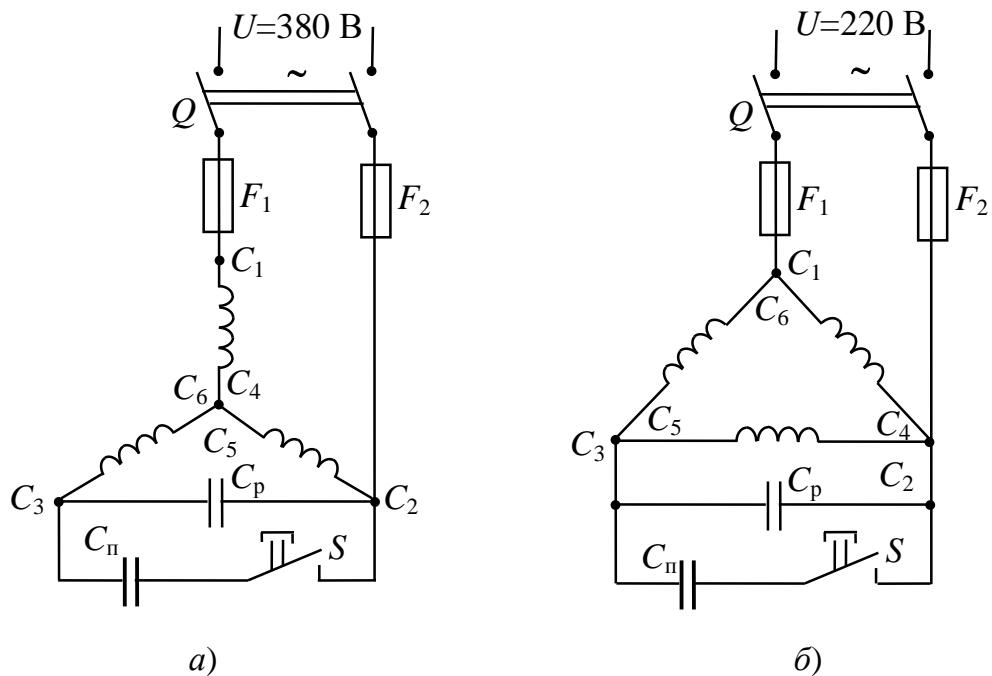


Рис. 7.11. Схема подключения ТАД с короткозамкнутым контуром к однофазной сети при соединении обмоток звездой (а) и треугольником (б)

Значение рабочей емкости можно определить расчетным путем по соотношению

$$\tilde{N}_\delta = K \frac{I_\delta}{U_{\text{наг}}}, \quad (7.14)$$

где  $I_0$  – номинальный фазный ток двигателя;  $U_{\text{н}\ddot{\text{а}}\text{д}}$  – напряжение однофазной сети;  $K = 2800$  для звезды;  $K = 4800$  для треугольника.

Как правило, рабочей емкости достаточно для запуска ТАД без нагрузки. При запуске под нагрузкой для увеличения пускового момента с помощью кнопки  $S$  параллельно  $C_p$  подключают пусковую емкость  $\tilde{N}_i = (2 - 3)\tilde{N}_0$ .

В зависимости от конструкции ротора (короткозамкнутый или фазный), мощности двигателя, характера нагрузки возможны различные способы пуска: прямой пуск, пуск с использованием дополнительных сопротивлений, пуск на пониженном напряжении, пуск переключением обмоток и др.

*Прямой пуск* осуществляется непосредственно включением обмоток статора на напряжение сети. Ток, потребляемый двигателем в начальный момент пуска, называется пусковым. Пусковой ток при  $S = 1$  в 5–7 раз превышает номинальный и вызывает резкие колебания напряжения, что отражается на работе других приемников. Этот способ пуска применяют при относительно небольшой (15–20 кВт) мощности двигателя.

Для более мощных ТАД запуск осуществляют при *пониженном напряжении*, используя для регулировки величины питающего напряжения трехфазные автотрансформаторы.

Для увеличения пускового момента используют при прямом пуске двигатели с улучшенными пусковыми свойствами (со специальной конструкцией беличьей клетки, с двойной клеткой).

Если при нормальной работе фазы статора соединены треугольником, то при пуске их вначале соединяют звездой, а после разгона обмотки переключают треугольником (рис. 7.12).

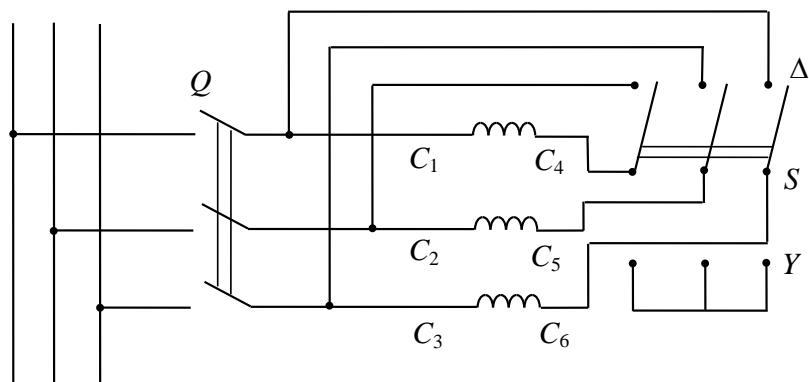


Рис. 7.12. Схема пуска переключением обмоток статора

В этом случае напряжение в фазе в схеме «звезда» (при пуске) в 1,73 раз меньше линейного, а линейный ток при пуске в 3 раза меньше, чем при соединении треугольником.

При разгоне ротора в конце пуска переключатель  $S$  переводится в верхнее положение (рис. 7.12). Недостатком этого метода пуска является то, что пусковой момент также уменьшается в 3 раза.

Пуск ТАД с фазным ротором осуществляется по схеме на рис. 7.3 с применением трехфазного пускового реостата, ограничивающего пусковые токи.

Тормозные режимы в асинхронных двигателях возникают при определенных условиях работы или создаются искусственно с целью ускорения процесса остановки двигателя.

Торможение может быть: генераторное (с отдачей энергии в сеть), противовключением и динамическое.

Если частота вращения ротора  $n_2$  больше, чем частота вращения магнитного поля  $n_1$ , то электромагнитный момент изменяет свой знак и становится тормозящим. Такой режим работы АД называется *генераторным*, а торможение – *генераторным торможением*.

Если в работающем ТАД изменить порядок чередования фаз (переключением любых двух фаз), то направление вращения поля изменится на противоположное, и, следовательно, изменится направление электромагнитного момента, который тормозит ротор. После остановки ротора двигатель быстро отключают от сети, иначе ротор начнет вращаться в противоположную сторону. Такой способ называется *торможением противовключением*.

*Динамическое торможение* осуществляется путем отключения статора от сети переменного тока и включения обмоток статора в сеть постоянного тока. В результате МДС статора создает неподвижное магнитное поле, которое при взаимодействии с током ротора создает на валу двигателя тормозной момент.

В ТАД частота вращения ротора определяется из равенства

$$n_2 = \frac{60 f_1 (1 - s)}{p} = n_1 (1 - s), \quad (7.15)$$

где  $n_1 = 60 f_1 / p$  – частота вращения магнитного поля статора.

Из этого равенства следует, что изменять  $n_2$  можно двумя способами: изменением частоты  $f_1$  питающей сети и числа пар полюсов  $p$ .

### 7.3. Однофазные асинхронные двигатели

В схемах автоматического управления, в бытовой аппаратуре, в приводах механизмов малой мощности находят широкое применение однофазные асинхронные электродвигатели, которые питаются от сети однофазного тока. При этом обмотка статора может быть однофазной, двухфазной и даже трехфазной (рис. 7.11), а ротор однофазного двигателя такой же, как и у трехфазного, т. е. может быть как короткозамкнутым, так и с контактными кольцами. Можно назвать следующие серии однофазных асинхронных электродвигателей, выпускаемых электротехнической промышленностью:

- серия АОЛБ – до 600 Вт;
- серия АВЕ – до 400 Вт;
- серия 5АЕУ – до 1500 Вт;
- серия УАД – единицы и десятки ватт.

Как правило, у однофазных АД отсутствует пусковой момент, и поэтому они снабжаются пусковым устройством (пусковой обмоткой, пусковым конденсатором). При наличии в статоре двух обмоток одну (рабочую) включают в сеть непосредственно или с пусковым реостатом, а вторую катушку (пусковую) – через реактивное сопротивление (рис. 7.13).

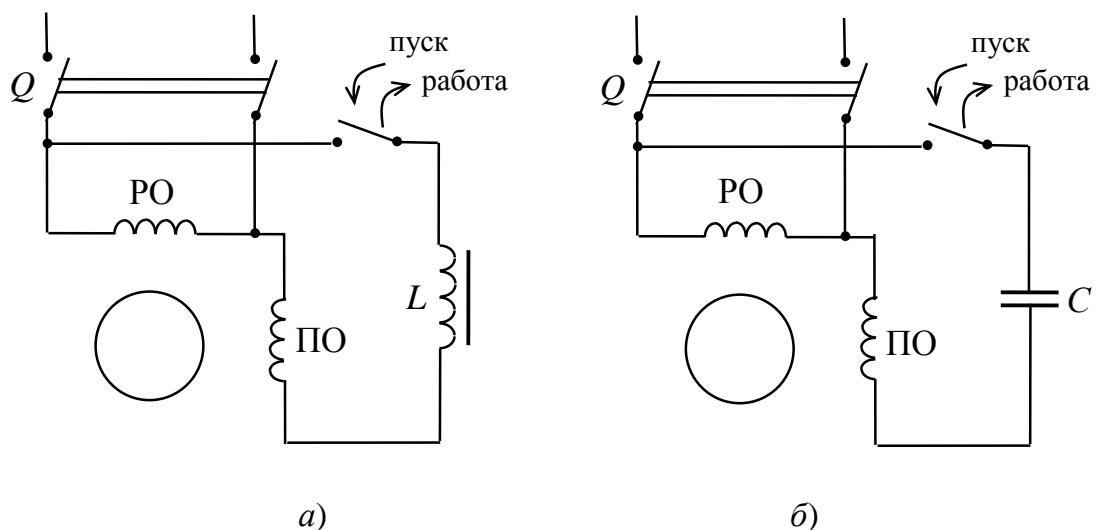


Рис. 7.13. Схемы запуска однофазных асинхронных электродвигателей

Пусковая обмотка у некоторых АД включается только на период пуска, а у других – рассчитана на длительную работу, т. е. не отключается после пуска.

Выводы обмоток однофазных АД обозначают буквами  $C_1$  – начало и  $C_2$  – конец рабочей обмотки;  $\tilde{I}_1$  – начало и  $\tilde{I}_2$  – конец пусковой обмотки.

### Вопросы для самоконтроля

1. Какие конструктивные разновидности асинхронных двигателей вам известны?
2. Как устроены ТАД с короткозамкнутым и фазным ротором?
3. Какие физические явления лежат в основе работы ТАД?
4. Какие данные приводятся на табличках, укрепленных на корпусе ТАД?
5. Как маркируются ТАД с короткозамкнутым ротором серии 4А?
6. Как обозначаются выводы статорных обмоток ТАД с короткозамкнутым ротором и выводы (зажимы) роторных обмоток ТАД с фазным ротором?
7. Каковы условия получения вращающегося магнитного поля статора ТАД и что понимается под явлением, называемым «диск Араго-Ленца»?
8. От чего зависит частота вращения ротора ТАД и какие способы ее регулировки вам известны?
9. Что такое скольжение, и в каких пределах эта величина изменяется?
10. Как зависит момент  $M$ , развиваемый ТАД, от величины подводимого напряжения?
11. Запишите формулу Клосса и определите по ней величину пускового момента  $M_{\tilde{I}}$ ?
12. Приведите графики  $M(s)$  и  $n_2(M)$  и укажите на них точки  $M_1$ ,  $M_{\tilde{I}}$ ,  $M_{\text{езд}}$ .
13. Что понимается под механической характеристикой ТАД?
14. Как изменить направление вращения ТАД?
15. Какой вид имеют рабочие характеристики ТАД, как они снимаются и как используются для выбора электродвигателя для электропривода?
16. Приведите схемы запуска ТАД от трехфазной и однофазной электрической сети?
17. Чем объяснить значительное превышение пусковых токов в сравнении с  $I_1$ , и какие способы снижения пусковых токов применяются?

## **7.4. Машины постоянного тока**

### **7.4.1. Назначение, устройство, классификация и маркировка. Обозначение выводов**

Машины постоянного тока (МПТ), как и асинхронные, чаще используются в режиме двигателя. В режиме генератора МПТ применяются в качестве возбудителей мощных синхронных генераторов, устанавливаемых на электростанциях, а также в качестве источников цеховых сетей постоянного тока, для зарядки аккумуляторов, в мобильных маломощных электростанциях и т. д.

В режиме двигателя МПТ широко применяются в электротранспорте (электровозы, троллейбусы, трамваи, электрокары и т. д.), т. к. позволяют в широких пределах регулировать частоту вращения, развивающие большие пусковые моменты. Кроме этого, ДПТ применяются в подъемно-транспортных устройствах, для привода строгальных станков и т. д.

МПТ состоит из статора и вращающейся части – ротора, называемого в МПТ якорем. Статор состоит из станины, служащей корпусом и магнитопроводом МПТ, главных и дополнительных полюсов электромагнитов с обмотками, через которые пропускают постоянный ток (ток возбуждения), подшипниковых щитов, закрывающих корпус с торцов и центрирующих на подшипниках якорь, и щеточной траверсы со щетками.

Дополнительные полюсы устанавливаются между основными и служат для улучшения условий коммутации. На траверсе закреплены пальцы, электрически изолированные от траверсы. На пальцах устанавливаются щеткодержатели со щетками из графита или смеси графита с медью.

Якорь состоит из сердечника, обмотки и коллектора. Магнитопровод сердечника якоря набирается из листов электротехнической стали. В продольные пазы магнитопровода укладываются секции обмоток, концы которых припаиваются к пластинам коллектора. Токопроводящие медные пластины коллектора располагают по цилиндрической поверхности и изолируют друг от друга и от вала якоря мicanитовыми прокладками. К коллекторным пластинам прижимаются щетки, с помощью которых в режиме ДПТ подводится постоянное напряжение от источника постоянного тока, а в режиме генератора подключается внешняя нагрузка (приемник электрической энергии). Как и все электрические машины МПТ обладают свойством обратимости.

Как и асинхронные двигатели МПТ выпускаются сериями. Ранее выпускаемые ДПТ серии 2П заменяются двигателями новой серии 4П, которые по ряду конструктивных особенностей (сборочным единицам, способу охлаждения, защиты и т. д.) унифицированы с асинхронными машинами серии 4А и АИ. Приведем примеры маркировки ДПТ:

2ПН90МУХ4 (2П – серия; Н – с самовентиляцией; высота от оси вала до опорной плоскости 90 мм; М – длина сердечника якоря; УХ – климатическое исполнение; 4 – категория размещения).

2ПФ132ЛУХ4 (2П – серия; Ф – с независимой вентиляцией от постороннего вентилятора; 132 – расстояние от оси вала до опорной плоскости лап; Л – вторая длина сердечника якоря; УХ – климатические условия; 4 – категория размещения).

4ПО80А1 (4П – серия; 0 (или Б) – закрытое исполнение; 80 – расстояние от оси вала до опорной плоскости лап в миллиметрах и т. д.).

Крановые и краново-металлургические двигатели постоянного тока серии Д предназначены для электроприводов крановых механизмов, экскаваторов, механизмов металлургического производства, работающих в условиях повышенной влажности, температуры и вибрации.

Аналогично маркируются и генераторы постоянного тока, например:

2ПН100МУХЛ4 (2ПН – серия; 100 – высота от оси вала до опорной поверхности лап; М – длина сердечника якоря; УХ – климатическое исполнение и т. д.).

Выводы обмоток статора и ротора МПТ маркируются по ГОСТ 187074 следующим образом:

Я1, Я2 – выводы обмоток якоря;

К1, К2 – выводы компенсационной обмотки;

Д1, Д2 – выводы обмоток дополнительных полюсов;

С1, С2 – выводы последовательной обмотки возбуждения (серийной);

Ш1, Ш2 – выводы параллельной обмотки возбуждения (шунтовой).

Свойства и характеристики МПТ зависят главным образом от схемы включения обмотки главных полюсов. По этому признаку МПТ делятся на машины с независимым возбуждением, с параллельным возбуждением, с последовательным и смешанным возбуждением.

В МПТ с независимым возбуждением обмотка возбуждения питается от отдельного источника постоянного напряжения. В машинах

с параллельным возбуждением обмотка возбуждения и обмотка якоря включены параллельно и питается от одного источника.

В МПТ с последовательным возбуждением ток возбуждения  $I_{\hat{a}}$  равен току в обмотке якоря  $I_{\hat{y}}$ , т. к. обмотка возбуждения и обмотка якоря соединены последовательно.

В МПТ со смешанным возбуждением содержатся две обмотки возбуждения, одна из которых соединена с якорем последовательно, а вторая – параллельно.

Для трех последних схем включения при работе в режиме генератора говорят о самовозбуждении, т. к. в этом случае обмотка возбуждения питается от зажимов якоря самого генератора.

#### 7.4.2. Работа машины постоянного тока в режиме двигателя

##### 7.4.2.1. Принцип действия двигателя

Простейшая схема ДПТ приведена на рис. 7.14. Если к щеткам подвести постоянное напряжение, то через щетки, коллекторные пластины и виток потечет ток  $i$ . По закону Ампера в результате взаимодействия тока  $i$  и магнитного поля  $\vec{B}$  создается сила, которая направлена перпендикулярно  $\vec{B}$  и  $i$  (определяется правилом левой руки). На верхний проводник сила действует вправо, на нижний – влево. Эта пара сил создает врачающий момент  $M$ , поворачивающий виток по часовой стрелке.

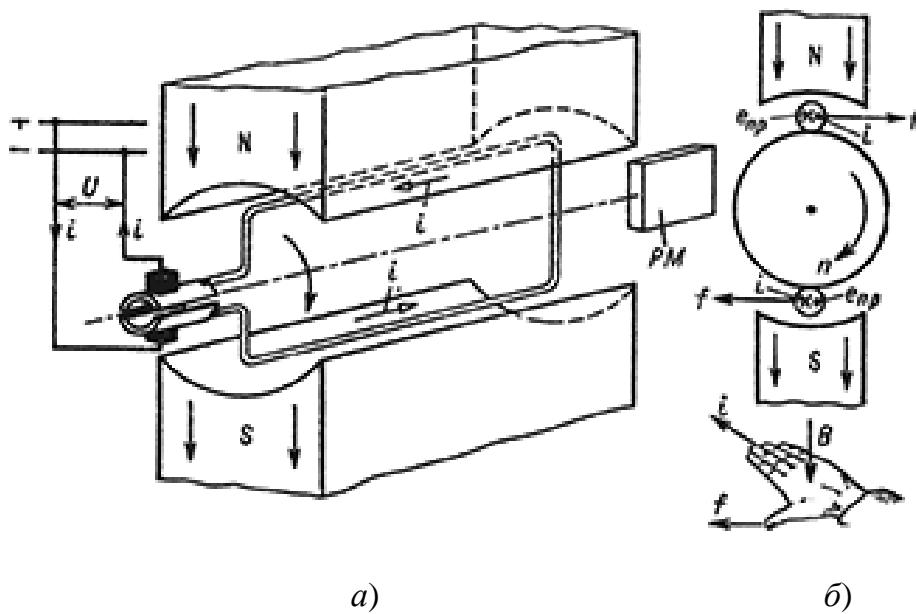


Рис. 7.14. Схема (а) и принцип действия (б) ДПТ

При переходе верхнего проводника в зону южного полюса, а нижнего – в зону северного полюса концы проводников и соединенные с ними коллекторные пластины вступают в контакт со щетками другой полярности. Направление тока в проводниках витка изменяется на противоположное, а направление сил  $F$ , момента  $M$  и тока во внешней цепи не изменяется. Виток непрерывно будет вращаться в магнитном поле и может приводить во вращение вал рабочего механизма.

Таким образом, коллектор в режиме двигателя не только обеспечивает контакт внешней цепи с витком, но и выполняет функцию механического инвертора, т. е. преобразует постоянный ток во внешней цепи в переменный ток в витке.

При работе МПТ в режиме двигателя проводники якоря пересекают магнитное поле и в них наводится ЭДС (рис. 7.14, б). Ее направление определяется по правилу правой руки. Так как эта ЭДС направлена против тока и, следовательно, навстречу приложенному напряжению сети  $U$ , то ее называют противо-ЭДС ( $E_{i\delta}$ ). В установившемся режиме  $E_{i\delta} \approx U$ .

#### 7.4.2.2. Параметры и характеристики машин постоянного тока в режиме двигателя

Работа МПТ в режиме ДПТ характеризуется следующими параметрами и зависимостями:

- мощностью, потребляемой двигателем от источника питания  $P_1$ ;
- механической мощностью на валу  $P_2$ ;
- питающим напряжением  $U$ ;
- потребляемым током  $I$ ;
- током якоря  $I_y$ ;
- током возбуждения  $I_a$ ;
- частотой вращения  $n$ ;
- электромагнитным моментом  $\vec{M}_{y,i}$ .

Зависимости между этими величинами описываются:

- уравнением развиваемого ДПТ электромагнитного момента

$$\vec{M}_{y,i} = \tilde{N}_i I_y \hat{O}; \quad (7.16)$$

- уравнением электрического состояния

$$U = E_{i\delta} + R_y I_y; \quad (7.17)$$

– уравнением равновесия моментов в установившемся режиме работы двигателя,

$$\dot{I}_{\text{y.i}} = \dot{I}_{\text{n}} + \dot{I}_{\text{i}}, \quad (7.18)$$

где  $\dot{I}_{\text{n}}$  – момент сопротивления на валу, создаваемый нагрузкой;  $\dot{I}_{\text{i}}$  – момент потерь, создаваемый всеми видами потерь в двигателе;  $\tilde{N}_i$  – конструктивный коэффициент момента, зависящий от конструкции обмотки якоря и числа полюсов ДПТ;  $I_{\text{y}}$  – ток якоря в двигателе;  $R_{\text{y}}$  – сопротивление обмотки якоря;  $\Phi$  – магнитный поток одной пары главных полюсов электродвигателя.

$$\dot{A}_{\text{id}} = \tilde{N}_a \dot{\Phi} n, \quad (7.19)$$

– противо-ЭДС, т. е. ЭДС, которая наводится в обмотке вращающегося якоря и направлена против тока якоря;

$C_e$  – конструктивный коэффициент ЭДС  $E$ ;  $n$  – частота вращения якоря электродвигателя.

Важнейшими из характеристик ДПТ являются следующие зависимости:

– механическая характеристика  $n(\dot{I}_{\text{n}})$  – зависимость частоты вращения от момента на валу при  $U = \text{const}$  и  $I_a = \text{const}$ ;

– регулировочная  $n(I_a)$ ;

– скоростная  $n(I_y)$ ;

– рабочие характеристики – зависимости  $\dot{I}_{\text{y.i}}$ ,  $P_1$ ,  $n$ ,  $I$ ,  $\mu$  от  $P_2$  при  $U = \text{const}$  и при  $R_a = \text{const}$ .

Механическая характеристика может быть естественной и искусственной. Под *естественной* понимается характеристика, снятая при отсутствии в схеме каких-либо дополнительных сопротивлений (например, реостатов в цепи якоря или возбуждения).

Под *искусственной* понимается характеристика, снятая при наличии реостатов.

Уравнение механической характеристики может быть получено из выражения для ЭДС МПТ (7.19), с учетом (7.17).

Следовательно,

$$n = \frac{U - I_y R_y}{C_a \dot{\Phi}}. \quad (7.20)$$

Заменив  $I_{\ddot{y}}$  из выражения для электромагнитного момента  $I_{\ddot{y}} = \frac{\dot{I}_{\ddot{y},i}}{\tilde{N}_i \hat{O}}$ , получим уравнение механической характеристики

$$n = \frac{U}{C_e \hat{O}} - \frac{R_{\ddot{y}}}{C_e C_{\dot{a}} \hat{O}^2} \dot{I}_{\ddot{y},i}. \quad (7.21)$$

#### 7.4.2.3. Двигатель постоянного тока с параллельным возбуждением

Электрическая схема этого ДПТ приведена на рис. 7.15. Обмотка якоря и обмотка возбуждения включены параллельно друг другу.

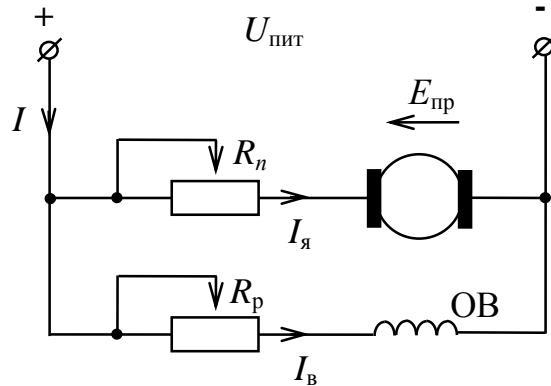


Рис. 7.15. Электрическая схема ДПТ с параллельным возбуждением

$$I = I_{\ddot{y}} + I_{\dot{a}}. \quad (7.22)$$

Естественная механическая характеристика для этого типа ДПТ описывается уравнением (7.21).

Если  $\hat{O} = \text{const}$ , то

$$n = n_{xx} - b M_{\ddot{y},i}, \quad (7.23)$$

где  $n_{xx} = \frac{U}{C_e \hat{O}}$  (при  $M_{\ddot{y},i} = 0$ ) – частота вращения без нагрузки на валу (в режиме холостого хода);  $b = \frac{R_{\ddot{y}}}{\tilde{N}_i C_{\dot{a}} \hat{O}^2}$  – угловой коэффициент.

Поскольку  $R_{\ddot{y}}$  у ДПТ мало, то с увеличением нагрузки  $\dot{I}_{\ddot{y}} = M_{\ddot{y},i}$  на валу, частота вращения  $n$  вала изменяется мало. Характеристики

такого типа называются жесткими. Ток  $I$ , потребляемый ДПТ, растет пропорционально моменту на валу.

Частоту вращения якоря ДПТ параллельного возбуждения регулируют изменением магнитного потока главных полюсов ( $R_p$ ), изменением тока якоря  $I_{\dot{y}}$  ( $R_{\dot{y}}$ ), изменением  $U_{\text{иё}}$  (рис. 7.16).

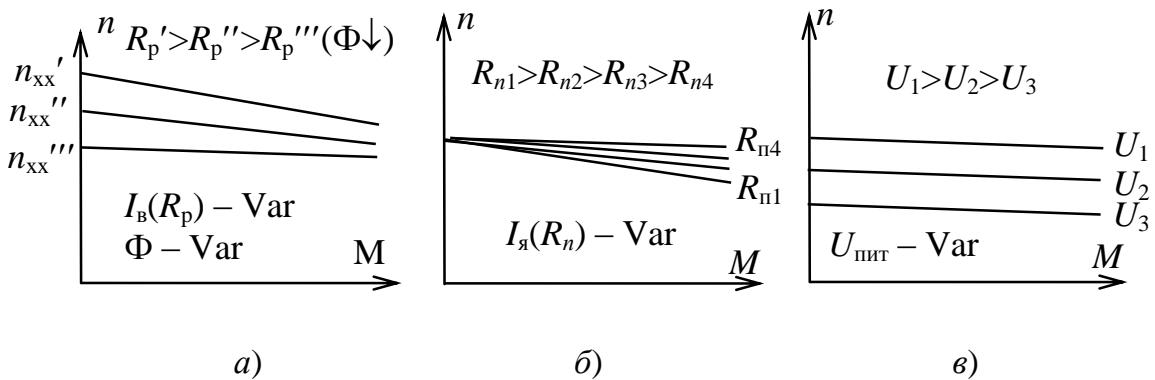


Рис. 7.16. Способы регулировки частоты вращения якоря ДПТ параллельного возбуждения

Регулировочная характеристика ДПТ параллельного возбуждения  $n = f(I_{\dot{a}}) = \frac{U - I_{\dot{y}}R_{\dot{y}}}{N_{\dot{a}}\hat{O}}$  приведена на рис. 7.17. При обрыве цепи возбуждения магнитный поток  $M$  минимален и равен остаточному потоку. При этом  $n$  настолько возрастает, что ротор может механически разрушиться за счет центробежных сил. Такое явление называется разносом двигателя.

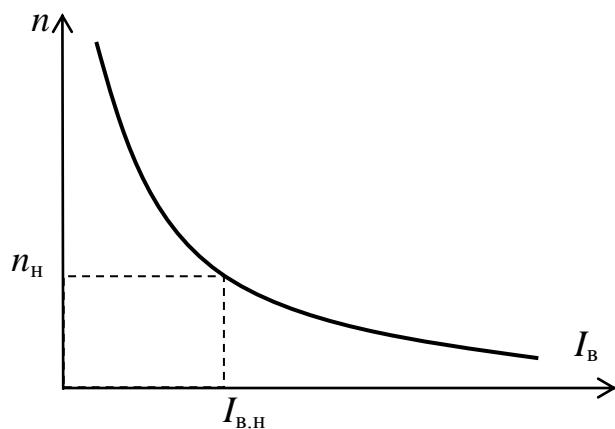


Рис. 7.17. Регулировочная характеристика ДПТ

У ДПТ параллельного возбуждения три режима торможения:

- генераторное (рекуперативное);
- торможение противовключением;
- динамическое торможение.

Пуск ДПТ возможен тремя способами:

- прямой пуск  $I_i = 5 \div 10 I_i$ ;
- пуск с реостатом в цепи якоря  $R_i + R_y$ ;
- пуск при пониженном питающем напряжении  $U_{i\text{ед}}$  в цепи якоря.

Реверсирование (изменение направления вращения) осуществляется изменением направления тока либо в обмотке возбуждения, либо в обмотке якоря.

#### 7.4.2.4. Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения

Электрическая схема этого типа двигателя приведена на рис. 7.18. Из схемы следует, что  $I = I_y = I_a$ .

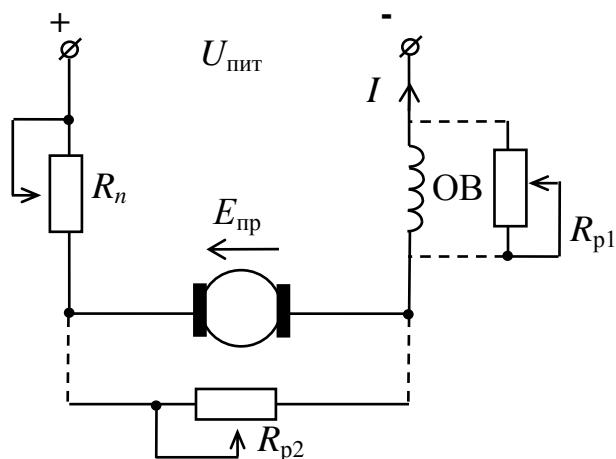


Рис. 7.18. Электрическая схема ДПТ с последовательным возбуждением

Из рис. 7.18 следует уравнение электрического равновесия

$$U = E_{i\text{ед}} + (R_y + R_a)I_y,$$

где  $R_a$  – сопротивление обмотки возбуждения.

С учетом того, что  $E_{i\text{ед}} = C_e n \dot{\theta}$ , уравнение механической характеристики ДПТ с последовательным возбуждением приводится к виду

$$n = \frac{U}{C_e \hat{O}} - \frac{R_{\dot{y}} + R_{\dot{a}}}{C_e \hat{O}} I_{\dot{y}}. \quad (7.24)$$

Это выражение, с учетом (7.16), можно представить в виде

$$n = \frac{U}{C_e \hat{O}} - \frac{R_{\dot{y}} + R_{\dot{a}}}{C_e \tilde{N}_i \hat{O}^2} \dot{I}_{\dot{y},i}. \quad (7.25)$$

График этой зависимости приведен на рис. 7.19. При изменении  $\dot{I}_{\dot{y},i} = M_{\dot{y},i}$  частота вращения резко изменяется. Такая характеристика называется мягкой. При  $M \rightarrow 0$   $n$  неограниченно растет, и двигатель идет вразнос.

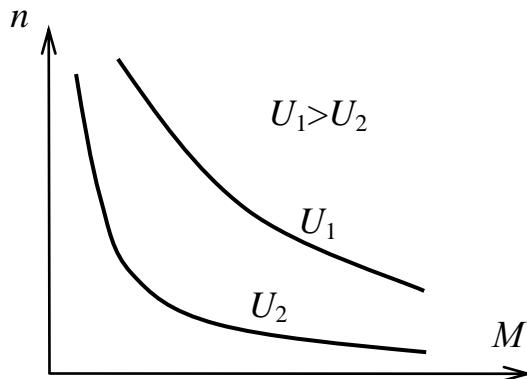


Рис. 7.19. Механическая характеристика ДПТ с последовательным возбуждением

Режим генераторного (рекуперативного) торможения невозможен, так как  $n_{xx} \rightarrow \infty$ . Частоту вращения можно регулировать изменением  $R_{d_1}$ , либо  $R_{d_2}$  реостатов, включаемых параллельно обмотке возбуждения, либо цепи якоря.

#### 7.4.2.5. Двигатель постоянного тока смешанного возбуждения

Электрическая схема этого типа ДПТ содержит две обмотки возбуждения (рис. 7.20) – последовательную ОВС и параллельную ОВШ. Эти обмотки намотаны на одни и те же главные полюсы. Обмотки ОВШ и ОВС могут быть включены согласно или встречечно. Чаще МДС обмотки ОВШ больше, чем МДС обмотки ОВС и обмотки включаются между собой согласно.

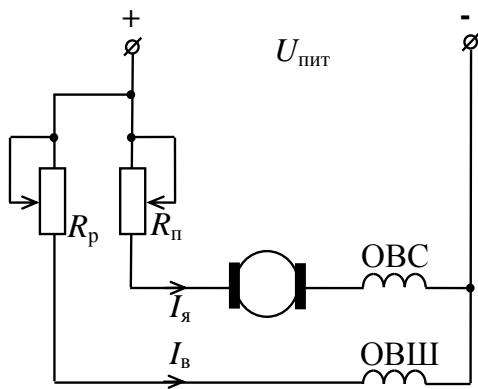


Рис. 7.20. Электрическая схема ДПТ со смешанным возбуждением

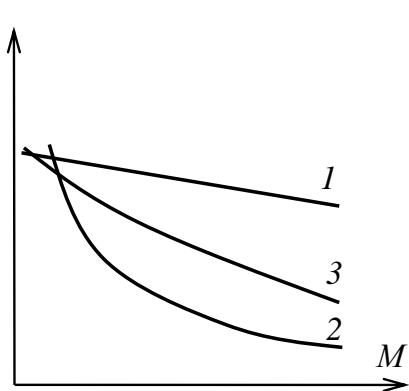


Рис. 7.21. Механическая характеристика ДПТ:

- 1 – параллельного возбуждения;
- 2 – последовательного возбуждения;
- 3 – смешанного возбуждения

Механическая характеристика (рис. 7.21, линия 3) расположена между характеристикой ДПТ параллельного возбуждения (рис. 7.21, линия 1) и последовательного возбуждения (рис. 7.21, линия 2). Такая характеристика позволяет получить значительный пусковой момент и исключает возможность «разноса» двигателя при холостом ходе (при  $M \rightarrow 0$ ). Варьируя МДС обмоток возбуждения, получают любую промежуточную механическую характеристику.

#### 7.4.2.6. Рабочие характеристики двигателя постоянного тока

Рабочие характеристики ДПТ с параллельным возбуждением приведены на рис. 7.22, а.

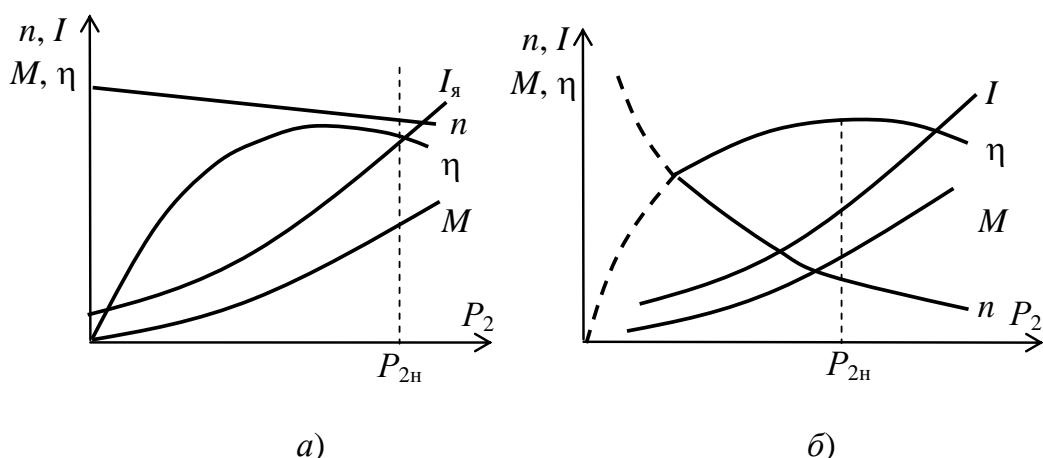


Рис. 7.22. Рабочие характеристики ДПТ с параллельным (а) и последовательным (б) возбуждением

Из данного рисунка видно, что частота вращения с ростом  $P_2$  уменьшается незначительно. Зависимость момента, развиваемого двигателем, от  $P_2$  почти линейная, т. к.  $M = 9550 P_2 / n$ . Искривление этой зависимости обусловлено снижением  $n$  с увеличением нагрузки  $P_2$ . При  $P_2 = 0$  ток, потребляемый ДПТ, равен току холостого хода, а при увеличении нагрузки на валу ток якоря увеличивается приблизительно как и  $M$ , поскольку при  $\dot{O} = \text{const}$   $I_{\dot{y}}$  пропорционален  $M$ . КПД ДПТ с параллельным возбуждением

$$\eta = \frac{D_2}{D_1} = \frac{D_2}{D_2 + D_{\dot{y},\dot{y}} + D_{\dot{y},\dot{a}} + D_l + D_m + D_{\dot{a},\dot{a}}}, \quad (7.26)$$

где  $D_2$  – полезная мощность на валу;  $D_1 = U_1 I_1$  – потребляемая ДПТ мощность от блока питания;  $D_{\dot{y},\dot{y}} = I_{\dot{y}}^2 R_{\dot{y}}$  – электрические потери мощности в цепи якоря;  $D_{\dot{y},\dot{a}} = U I_{\dot{a}} = I_{\dot{a}}^2 R_{\dot{a}}$  – электрические потери мощности в цепи возбуждения;  $D_l$  – механические потери мощности;  $D_{\dot{a},\dot{a}}$  – добавочные потери мощности;  $D_m$  – потери мощности в магнитопроводе на гистерезис и вихревые токи.

КПД достигает максимума при условии, что переменные потери мощности в ДПТ оказываются равными постоянным потерям мощности в нем, т. е.

$$D_m = D_{\dot{y},\dot{a}} + D_{\dot{y},\dot{y}} + D_l + D_{\dot{a},\dot{a}}. \quad (7.27)$$

Рабочие характеристики для ДПТ с последовательным возбуждением приведены на рис. 7.22, б. Отличие этих характеристик объясняется тем, что с изменением нагрузки на валу ( $P_2$ ) происходит также изменение и магнитного потока.

Рабочие характеристики ДПТ со смешанным возбуждением занимают в системе координат  $P_2 I$  некоторое среднее положение между характеристиками ДПТ с параллельным и последовательным возбуждением.

#### **7.4.3. Работа машины постоянного тока в режиме генератора**

Простейший генератор постоянного тока можно представить в виде витка, вращающегося в магнитном поле постоянного магнита (рис. 7.23).

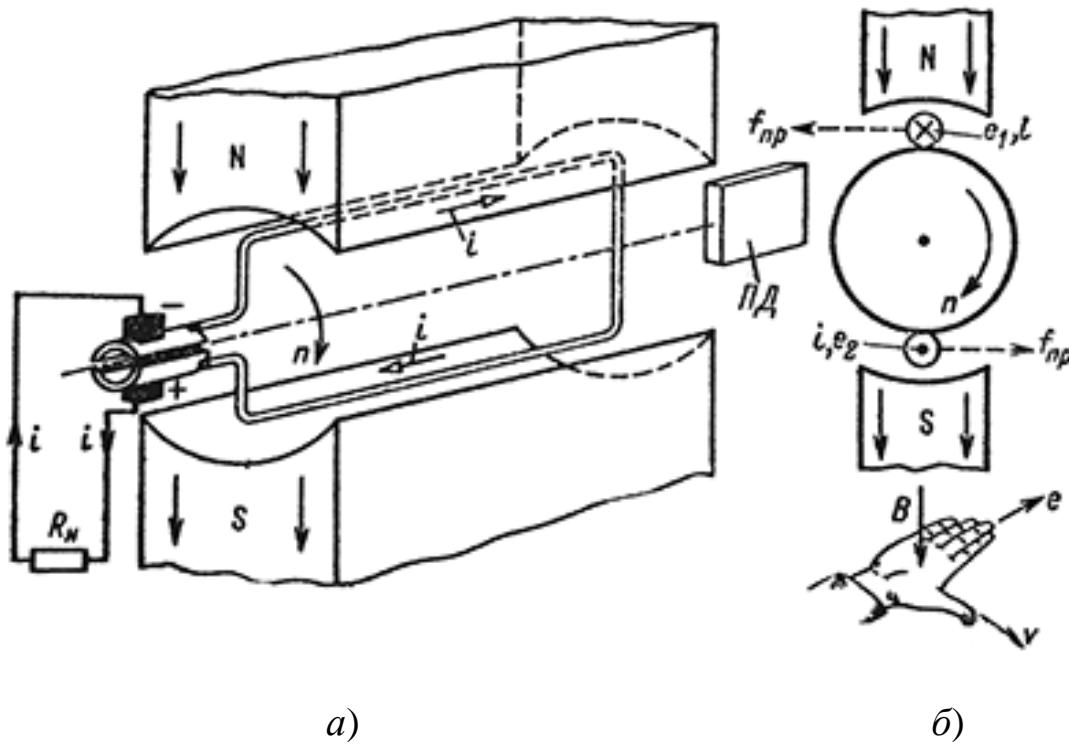


Рис. 7.23. Схема (а) и принцип действия (б) ГПТ

Концы витка выведены на две пластины коллектора. К коллекторным пластинам прижимаются неподвижные щетки, к которым подключается внешняя нагрузка  $R_1$ .

Принцип работы генератора основан на явлении электромагнитной индукции. Пусть виток приводится во вращение от внешнего приводного двигателя ПД. Проводники активной части витка пересекают магнитное поле, и в них по закону электромагнитной индукции наводятся ЭДС  $e_1$ ,  $e_2$ , направление которых определяется по правилу правой руки. При вращении витка по часовой стрелке в верхнем проводнике, находящемся под северным полюсом, ЭДС направлена от нас, в нижнем, находящимся под южным полюсом – к нам. По ходу витка ЭДС складываются  $e = e_1 + e_2$ . Если внешняя цепь замкнута, то по ней потечет ток, направленный от нижней щетки к приемнику и от него – к верхней щетке. Нижняя щетка оказывается положительным выводом генератора, а верхняя – отрицательным. При повороте витка на  $180^\circ$  проводники из зоны одного полюса переходят в зону другого полюса и направление ЭДС в них изменяется на обратное. Одновременно верхняя коллекторная пластина входит в контакт с нижней щеткой, а нижняя – с верхней.

Таким образом, коллекторные пластины не только обеспечивают соединение вращающегося витка с внешней цепью, но и выполняют роль переключающего устройства, т. е. являются простейшим механическим выпрямителем.

Генераторы постоянного тока в зависимости от способа возбуждения делятся на генераторы с независимым возбуждением и генераторы с самовозбуждением.

На практике в основном применяют генераторы с самовозбуждением, т. к. не требуется источник питания индуктора. Из этого класса ГПТ наиболее широко в настоящее время применяют генераторы с параллельным возбуждением (рис. 7.24).

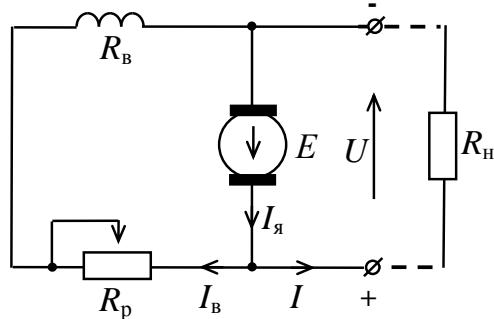


Рис. 7.24. Электрическая схема ГПТ с параллельным возбуждением

При работе в режиме генератора электрическая машина выполняет функции источника энергии, поэтому возникающий в цепи якоря ток  $I_{\dot{y}}$  совпадает по направлению с наведенной в нем ЭДС  $E$ . Из рис. 7.24 видно, что

$$I_{\dot{y}} = I + I_{\hat{a}}. \quad (7.28)$$

Обмотку возбуждения генераторов с параллельным возбуждением выполняют из большого количества витков тонкого провода. Это позволяет получить необходимую для создания требуемого магнитного потока магнитодвижущую силу (МДС) при относительно небольшом токе возбуждения  $I_{\hat{a}}$ . Для современных МПТ ток возбуждения составляет около 1÷5 % от номинального тока якоря  $I_{\dot{y},1}$ .

Работа МПТ в режиме генератора характеризуется следующими параметрами и зависимостями:

- вырабатываемой мощностью  $P$ ;
- напряжением на выходе (на зажимах якоря)  $U$ ;
- током возбуждения  $I_{\hat{a}}$ ;

- током якоря  $I_{\dot{y}}$  и нагрузки  $I$ ;
- частотой вращения якоря  $n$ .

Зависимости между этими величинами описываются двумя уравнениями:

- уравнением ЭДС  $E$

$$\dot{A} = \tilde{N}_e n \hat{O};$$

- уравнением электрического состояния цепи якоря

$$U = E - R_{\dot{y}} I_{\dot{y}}.$$

Основными характеристиками, определяющими свойства ГПТ, являются:

– *характеристика холостого хода* (ХХХ) – зависимость ЭДС  $E$  на зажимах якоря от тока возбуждения при токе нагрузки, равном нулю (при разомкнутой цепи нагрузки), и постоянной частоте вращения якоря, равной номинальной, т. е.

$$\dot{A} = f(I_{\hat{a}}) \quad \left| \begin{array}{l} I = 0 \\ n_i = \text{const} \end{array} \right.; \quad (7.29)$$

– *внешняя характеристика* – зависимость напряжения на зажимах обмотки якоря от тока нагрузки  $I$  при постоянном сопротивлении в цепи обмотки возбуждения и номинальной частоте вращения, т.е.

$$U = f(I) \quad \left| \begin{array}{l} R_{\hat{a}} = \text{const} \\ n_i = \text{const} \end{array} \right.; \quad (7.30)$$

– *регулировочная характеристика* – зависимость тока возбуждения  $I_{\hat{a}}$  от тока нагрузки  $I_i$  при  $n = n_{\text{пп}} = \text{const}$ , при условии постоянства напряжения  $U$  на зажимах генератора, т.е.

$$I_{\hat{a}} = f(I) \quad \left| \begin{array}{l} U = \text{const} \\ n_i = \text{const} \end{array} \right.. \quad (7.31)$$

Характеристика холостого хода ГПТ с параллельным возбуждением (рис. 7.25) представляет собой совокупность двух расходящихся ветвей 1 и 2. Ветвь 1 (восходящая) соответствует увеличению тока возбуждения  $I_{\hat{a}}$  от нуля, а ветвь 2 (нисходящая) – его уменьшению. При  $I_{\hat{a}} = 0$  (цепь ОВ разомкнута), ЭДС холостого хода  $\dot{A}_0 = E_{\text{пп}}$  не равна нулю, что обусловлено наличием в магнитной системе машины остаточного магнитного потока  $\hat{O}_{\text{пп}}$ , при этом  $\dot{A}_{\text{пп}} = \tilde{N}_e n \hat{O}_{\text{пп}}$ .

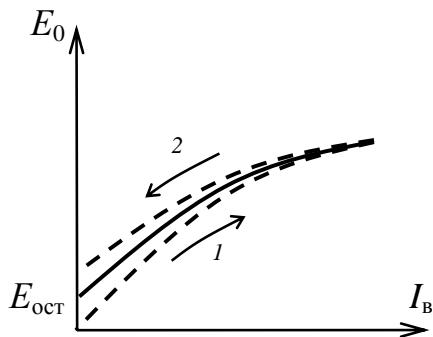


Рис. 7.25. Характеристика холостого хода ГПТ с параллельным возбуждением

По мере увеличения  $I_{\hat{a}}$  магнитная система ГПТ насыщается и характеристика выходит на почти горизонтальный участок. При обратном изменении  $I_{\hat{a}}$  (т. е. при уменьшении  $I_{\hat{a}}$ ) характеристика идет по ветви 2, не совпадающей с ветвью 1, что обусловлено гистерезисом. Чем ближе расположены друг к другу ветви 1 и 2, тем меньше потери на гистерезис.

При расчете и исследовании свойств МПТ обычно используют практическую кривую характеристики холостого хода, за которую принимают среднюю линию (сплошная линия на рис. 7.25).

После отключения обмотки возбуждения остаточный магнитный поток вследствие самопроизвольного размагничивания уменьшается до значения, соответствующего  $\hat{A}_{\text{ост}}$  нижней ветви, так что при повторном снятии характеристики холостого хода будет снова наблюдаться ее развоение.

Процесс *самовозбуждения* ГПТ основан на использовании остаточного магнитного потока в магнитной системе (величина  $\hat{A}_{\text{ост}} \approx 3 \div 5 \%$  от  $U_i$ ).

При подключении обмотки возбуждения к зажимам якоря под действием  $\hat{A}_{\text{ост}}$  возникает небольшой ток возбуждения

$$I_{\hat{a}} = \frac{E_{\text{ост}}}{R_{\hat{y}} + R_{\hat{a}} + R_{\delta}}. \quad (7.32)$$

Под действием этого тока происходит некоторое увеличение магнитного потока и ЭДС  $E$ . Возрастание ЭДС  $E$ , в свою очередь, приводит к возрастанию  $I_{\hat{a}}$  и т. д. Согласно характеристике холостого хода (рис. 7.25), темп возрастания ЭДС  $E$  постепенно снижается по мере насыщения магнитной системы ГПТ.

При равенстве

$$\dot{A} = (R_{\dot{y}} + R_{\hat{a}} + R_{\ddot{d}}) I_{\hat{a}} \quad (7.33)$$

процесс возбуждения заканчивается. Точка 1 пересечения характеристик холостого хода и прямой линии, отвечающей уравнению (7.33) (рис. 7.26а), определяет режим, который устанавливается в конце процесса самовозбуждения генератора.

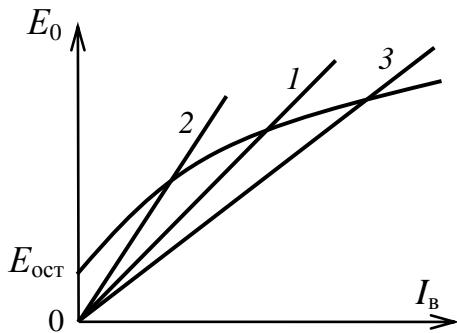


Рис. 7.26а. Самовозбуждение ГПТ с параллельным возбуждением

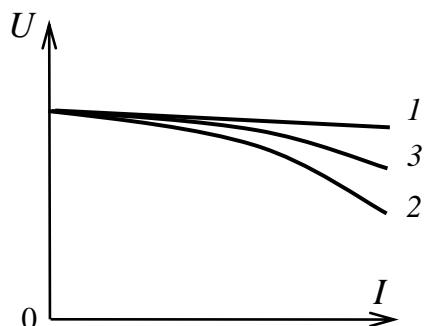


Рис. 7.26б. Внешняя характеристика ГПТ с параллельным возбуждением

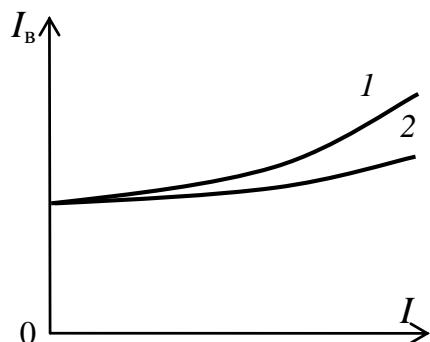


Рис. 7.26в. Регулировочная характеристика ГПТ с параллельным возбуждением

При увеличении  $R_p$  увеличивается тангенс угла наклона прямой зависимости (7.33), и в конце процесса самовозбуждения установившийся режим будет определяться точкой 2, а при уменьшении  $R_p$  — точкой 3.

Уравнение, описывающее внешнюю характеристику ГПТ с параллельным возбуждением, с учетом соотношения  $I \approx I_{\dot{y}}$  запишется в виде

$$U = \dot{A} - R_{\dot{y}} I_{\dot{y}}. \quad (7.34)$$

Если при этом принять, что  $\dot{A} = \text{const}$ , то внешняя характеристика генератора с параллельным возбуждением представится в виде прямой 1 (рис. 7.26б).

В реальных генераторах  $\dot{A} \neq \text{const}$  вследствие размагничивающего действия поля якоря при подключении нагрузки (реакция якоря) на основное поле, созданное током возбуждения.

Вследствие этого влияния уменьшается результирующий магнитный поток  $\Phi$ . С увеличением тока нагрузки увеличивается падение напряжения  $I_{\dot{y}}R_{\dot{y}}$  на обмотке якоря. По этим причинам уменьшается ток возбуждения  $I_{\dot{a}}$ , магнитный поток, и, как следствие – напряжение на зажимах якоря, т. е. на выходе генератора (кривая 2 на рис. 7.26б).

Для обеспечения безискровой коммутации (процесса перехода щетки с одной коллекторной пластины на другую) в современных МПТ кроме основных полюсов применяют дополнительные полюсы, расположенные между основными. Полярность дополнительных полюсов выбирают с таким расчетом, чтобы их поток был направлен навстречу поперечной составляющей потока якоря, а для автоматической компенсации продольной составляющей потока якоря эти обмотки включают последовательно с обмоткой якоря машины.

Регулировочная характеристика (рис. 7.26в) показывает возможность поддержания на выходе генератора постоянного напряжения. Для этого при увеличении тока нагрузки следует увеличивать ток возбуждения (кривая 1).

Генератор постоянного тока с независимым возбуждением возбуждается от независимого внешнего источника постоянного тока, а его свойства такие же, как и генераторов с параллельным возбуждением. Внешняя характеристика такого генератора оказывается более жесткой (рис. 7.26б, кривая 3), а регулировочная характеристика – более пологой (рис. 7.26в, кривая 2).

Находят также применение и выпускаются промышленностью ГПТ с последовательным и смешанным возбуждением. Их характеристики существенно отличаются от рассмотренных выше и описаны в [10]. Такие генераторы целесообразно использовать в условиях частых коротких замыканий (например, для дуговых сварочных агрегатов).

## **Вопросы для самоконтроля**

1. Как устроен ДПТ?
2. Объясните принцип действия ДПТ с параллельным возбуждением.
3. Приведите электрическую схему ДПТ параллельного возбуждения с пусковым и регулирующим элементами.
4. Как осуществляется пуск ДПТ?
5. Перечислите способы регулирования частоты вращения ДПТ.
6. Почему во время работы ДПТ нельзя разрывать цепь возбуждения?
7. Как можно изменить направление вращения якоря ДПТ?
8. Как снимаются рабочие характеристики ДПТ?
9. Дайте сравнительную оценку ДПТ различных способов возбуждения и приведите их области применения.
10. Объясните устройство и принцип действия генератора постоянного тока с параллельным возбуждением.
11. Каково назначение коллектора ГПТ?
12. Объясните, как происходит процесс самовозбуждения ГПТ с параллельным возбуждением, и какие факторы влияют на величину ЭДС  $E$  на зажимах якоря.
13. Почему в МПТ магнитопровод статора выполняется сплошным (литым), а якоря – наборным из изолированных пластин электротехнической стали?
14. Почему при изменении полярности подключения обмотки возбуждения ГПТ с параллельным возбуждением к обмотке якоря генератор не возбуждается?
15. Почему снижается напряжение на зажимах генератора с параллельным возбуждением при увеличении тока нагрузки?

## **7.5. Синхронные электрические машины**

### ***7.5.1. Устройство, принцип работы и применение синхронных машин***

**Синхронные машины** – это машины переменного тока, у которых в установившемся режиме магнитное поле статора и ротор имеют одинаковую частоту вращения  $n = 60 f / p$ .

Синхронные машины также обратимы. В современных электростанциях электроэнергия вырабатывается синхронными генераторами, которые приводятся во вращение паровыми или гидравлическими

турбинами, а также двигателями внутреннего сгорания. Мощность современных синхронных генераторов достигает 1500 МВт. В большинстве случаев синхронные генераторы работают параллельно друг другу, вырабатывая электроэнергию в общую сеть. Кроме того, они служат источниками автономного электропитания на транспорте, в передвижных электростанциях.

Синхронные двигатели (СД) применяются там, где требуется постоянная частота вращения. Мощные синхронные двигатели применяются на металлургических заводах, холодильных станциях, на компрессорных станциях и нефтеперекачивающих станциях магистральных трубопроводов, для привода некоторых станков, насосов вентиляторов и т. д.

Весьма ценным свойством синхронных двигателей является их способность работать при токе, опережающем по фазе питающее напряжение. Это свойство используется для увеличения коэффициента мощности  $\cos \varphi$  в сети. Специальные синхронные двигатели, предназначенные для увеличения  $\cos \varphi$ , называются *компенсаторами*. Они устанавливаются на крупных промышленных предприятиях и на трансформаторных подстанциях.

Синхронные машины состоят из неподвижного статора, выполняющего функции якоря, и ротора, вращающегося внутри статора и служащего индукторам. Статор устроен так же, как и у трехфазного асинхронного двигателя. Он состоит из корпуса, цилиндрического сердечника, набранного из пластин электротехнической стали, и трехфазной обмотки, уложенной в пазы статора.

Ротор представляет собой электромагнит постоянного тока, который создает магнитное поле, вращающееся вместе с ротором. Обмотка ротора, называемая обмоткой возбуждения, питается постоянным током через контактные кольца и щетки от выпрямителя или от генератора постоянного тока, называемого возбудителем.

В последние годы выпускаются синхронные машины с бесщеточным возбудителем. Обмотка ротора таких машин питается от выпрямителя, вращающегося вместе с ротором. Выпрямитель, в свою очередь, получает питание от возбудителя, имеющего вращающуюся вместе с ротором трехфазную обмотку, возбуждаемую неподвижным постоянным магнитом.

Роторы синхронных машин бывают двух типов: с явно выраженным полюсами (рис. 7.27, *а*) и неявно выраженным полюсами (рис. 7.27, *б*).

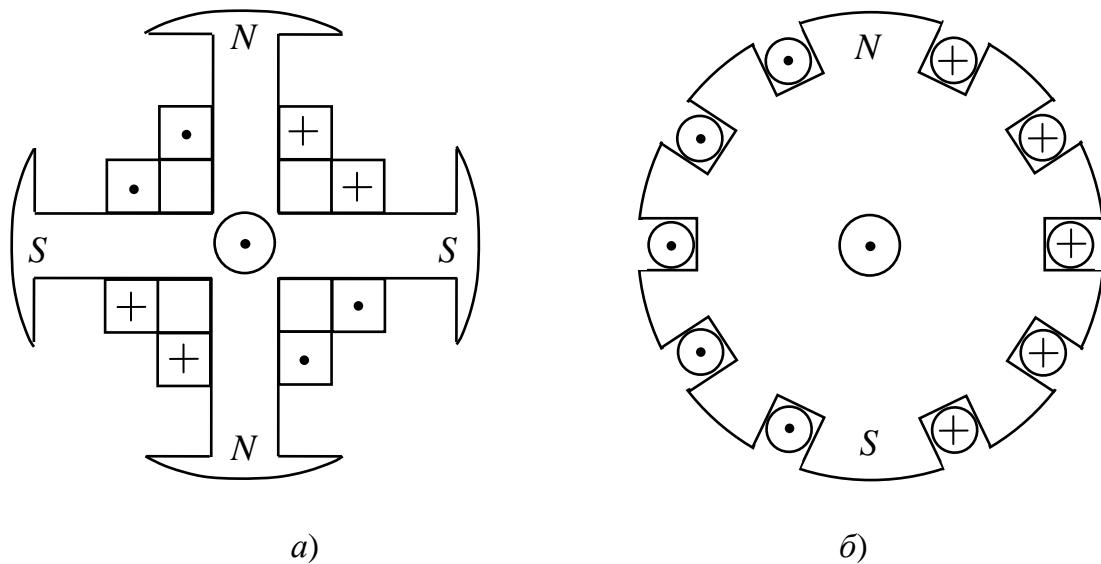


Рис. 7.27. Устройство ротора синхронной машины:

с явно выраженным (*а*) и с неявно выраженным (*б*) полюсами

В тихоходных синхронных машинах с числом оборотов ротора  $80 \div 1000$  об/мин применяются роторы с явно выраженным полюсами. Роторы этого типа состоят из вала, ступицы, полюсов, укрепленных в шлицах ступицы, и полюсных катушек возбуждения, размещенных на полюсах. Синхронные машины с таким ротором используются в качестве гидрогенераторов, имеют большой диаметр ротора, большой вес и на больших оборотах их применение недопустимо из-за больших центробежных сил.

Большой механической прочностью обладают роторы с неявно выраженным полюсами (рис. 7.27, *б*). Обмотки закладываются в пазах сердечника этого ротора так, чтобы создаваемое магнитное поле было распределено в пространстве по закону, близкому к синусоидальному. Количество полюсов в этих роторах невелико (одна или две пары). Синхронные машины с таким ротором используются в турбогенераторах.

Синхронные машины проектируются так, чтобы количество полюсов магнитного поля ротора и статора было одинаковым.

Электрическая схема синхронной машины приведена на рис. 7.28.

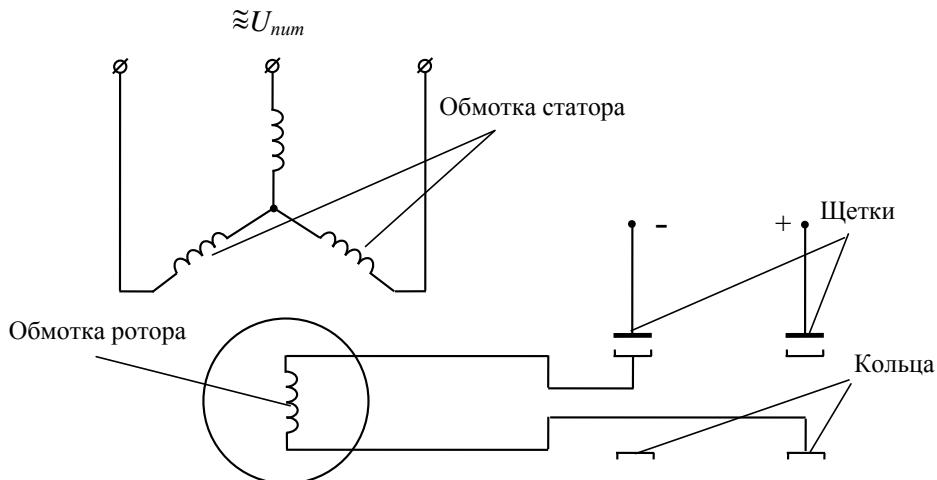


Рис. 7.28. Электрическая схема синхронной машины

### 7.5.2. Работа синхронной машины в режиме двигателя

Если обмотку возбуждения синхронной машины (обмотку ротора) подключить к источнику постоянного тока (через щетки), а обмотку статора подключить к трехфазной сети синусоидального тока, то магнитное поле статора начнет вращаться с синхронной скоростью  $n_0$  вокруг неподвижного ротора. Эта скорость устанавливается почти мгновенно. Если  $n_0 = 3000$  об/мин, то мимо каждого полюса ротора будет проходить по 50 раз в секунду то северный  $N'$ , то южный  $S'$  полюс вращающегося магнитного поля статора. Таким образом, на ротор будут действовать силы, направленные то в одну, то в другую сторону, а среднее значение момента сил будет равняться нулю. В результате ротор, обладающий определенным моментом инерции, не сдвигается с места.

Если каким-либо способом предварительно разогнать ротор до синхронной скорости  $n_0$ , то силы взаимодействия полюсов ротора  $N-S$  с полюсами статора  $N'-S'$  вращающегося магнитного поля статора обеспечат вращение ротора со скоростью  $n_0$  (рис. 7.30).

Использование синхронных двигателей в промышленности стало возможным только после создания простейшей схемы асинхронного запуска этих двигателей. Роторы современных синхронных двигателей кроме обмотки возбуждения имеют трехфазную обмотку типа беличьей клетки. Стержни этой пусковой обмотки расположены в пазах полюсных наконечников и соединены на торцах замыкающими пластинами. Схема пуска таких двигателей приведена на рис. 7.29.

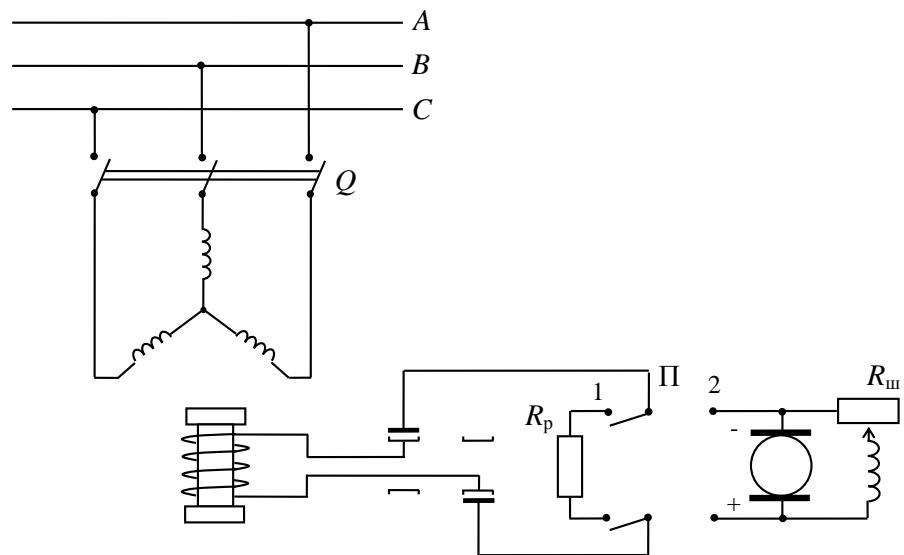


Рис. 7.29. Схема пуска синхронного двигателя

В положении 1 переключателя  $\Pi$  обмотка возбуждения замкнута на реостат  $R_p$ . После этого рубильником  $Q$  подключают трехфазное питающее напряжение на обмотку статора и двигатель разгоняется в асинхронном режиме.

Когда частота вращения ротора устанавливается близкой к синхронной ( $n \geq 0,95 n_0$ ), в обмотку возбуждения подают постоянный ток переводом переключателя  $\Pi$  в положение 2, и двигатель входит в синхронизм. В режиме идеального холостого хода ( $M_c = 0$ ) оси магнитных систем ротора и статора практически совпадают рис. 7.30,  $a$

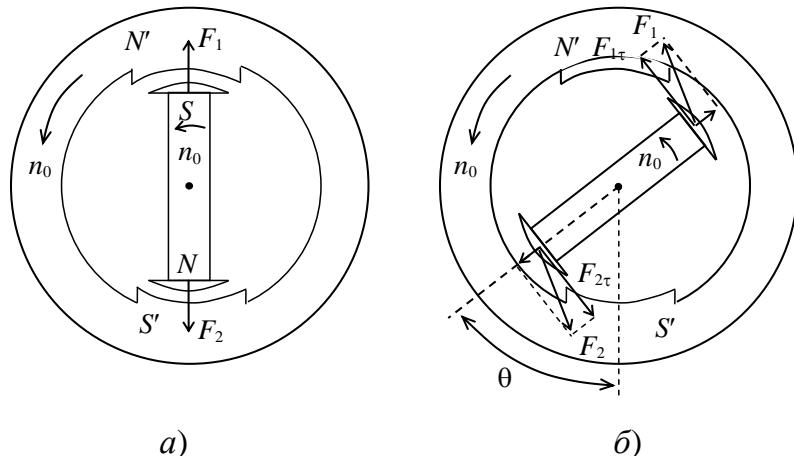


Рис. 7.30. Формирование вращающего момента в синхронном двигателе

Радиальные силы  $F_1$  и  $F_2$  не создают ни вращающего момента, ни момента сопротивления.

Если же к валу двигателя приложить механическую нагрузку, создающую момент сопротивления  $M_c$ , то ось ротора сместится назад относительно оси полюсов  $N' - S'$  вращающегося поля на угол  $\theta$ , зависящий от  $M_c$ . На полюса ротора теперь будут действовать силы  $F_1$ ,  $F_2$ , тангенсальные составляющие которых  $F_{1\tau}$ ,  $F_{2\tau}$  создают вращающий момент, преодолевающий момент нагрузки,  $M = M_c$ .

### 7.5.3. Векторная диаграмма и угловая характеристика синхронного двигателя

В двигательном режиме синхронная машина потребляет из сети ток  $I$ , который направлен навстречу ЭДС  $E_0$  (рис. 7.31, *a*). По второму закону Кирхгофа для схемы замещения (рис. 7.31, *a*) можно записать выражение:

$$\underline{U}_c = \underline{E}_0 + j \underline{I} X_{\text{нр}} , \quad (7.35)$$

где  $X_{\text{нр}}$  – синхронное сопротивление;  $\underline{U}_c$  – напряжение сети.

Векторная диаграмма представлена на рис. 7.31, *б*

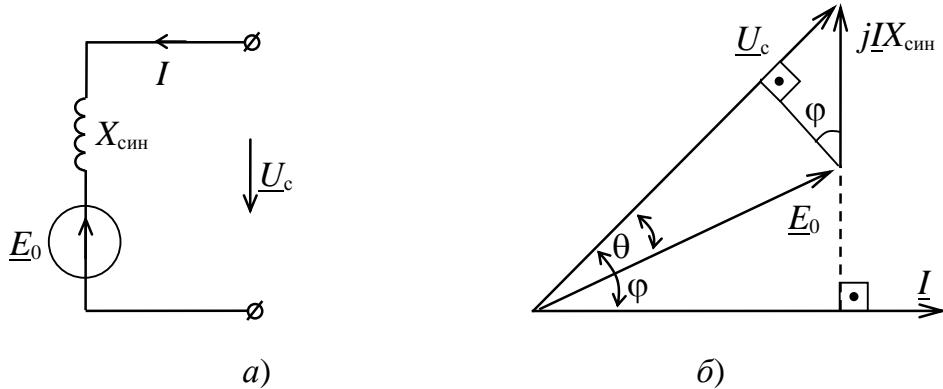


Рис. 7.31. Схема замещения (*а*) и векторная диаграмма (*б*) синхронного двигателя

При построении этой диаграммы за исходный принимается вектор  $\underline{U}_c$  напряжения сети, а вектор противо-ЭДС  $\underline{E}_0$  отстает по фазе на угол  $\theta$  (угол нагрузки) от вектора  $\underline{U}_c$  (что является следствием действия на вал двигателя механической нагрузки  $M_c$ ). Вектор тока  $\underline{I}$  отстает на  $90^\circ$  от вектора  $jX_{\text{нр}} \underline{I}$ .

Активная мощность, потребляемая трехфазным синхронным двигателем от сети,

$$P = 3 \cdot U_c \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (7.36)$$

Это выражение можно преобразовать, учитывая, что  $I X_{\text{нек}} \cos \varphi = E_0 \sin \theta$ , что следует из рис. 7.31, б, тогда  $I \cos \varphi = \frac{E_0 \sin \theta}{X_{\text{нек}}}$ , а

$$P = \frac{3U_c E_0}{X_{\text{нек}}} \sin \theta = P_{\max} \sin \theta. \quad (7.37)$$

Электромагнитный вращающий момент, развиваемый двигателем,

$$M = \frac{9,55 \cdot P}{n_0} = \frac{9,55 \cdot 3E_0 U_c}{n_0 X_{\text{нек}}} \sin \theta = M_{\max} \sin \theta. \quad (7.38)$$

Зависимость  $M(\theta)$ , при  $E_0 = \text{const}$  (т. е. при неизменном токе возбуждения) называется *угловой характеристикой* синхронного двигателя (рис. 7.32).

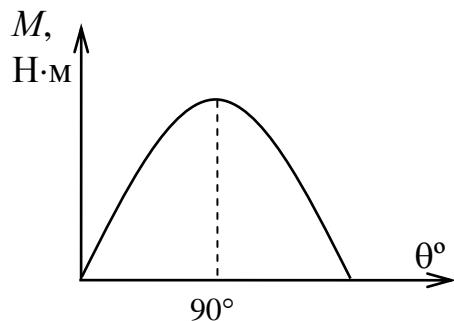


Рис. 7.32. Угловая характеристика синхронного двигателя

Устойчивая работа синхронного двигателя возможна, когда при увеличении момента сопротивления  $M_c$  и соответствующего увеличения угла  $\theta$  электромагнитный момент  $M_{\text{эд}}$  тоже увеличивается, т. е. когда  $\frac{dM}{d\theta} > 0$ . Следовательно, при изменении  $\theta$  от 0 до  $90^\circ$  работа двигателя будет устойчивой. При  $\theta \geq 90^\circ$  работа двигателя не-

возможна, т. к. при этом увеличение  $M_c$  сопровождается уменьшением  $M_{\hat{a}d}$ .

В номинальном режиме величина угла нагрузки  $\theta$  обычно не превышает 25–30°. При этом значении угла,

$$\frac{M_{\max}}{M_i} = \frac{1}{\sin \theta} = 2,5 \div 2 = \lambda. \quad (7.39)$$

Величина  $\lambda$  определяет перегрузочную способность синхронного двигателя.

#### 7.5.4. Регулирование коэффициента мощности синхронного двигателя, U-образная характеристика

При заданной механической нагрузке  $M_c = \text{const}$  потребляемая двигателем активная мощность  $P$  практически не зависит от величины тока возбуждения  $I_{\hat{a}}$ . Изменение  $I_{\hat{a}}$  вызывает изменение противов-ЭДС  $E_0$  и при постоянном  $U_c$  влечет за собой изменение потребляемого тока  $I$ . При этом изменяется  $\cos \varphi$  и угол нагрузки  $\theta$ . Из (7.37) видно, что при  $P = \text{const}$  произведение  $E_0 \sin \theta = \frac{pX_{\text{нек}}}{3U_c} = \text{const}$ . Это

означает, что на векторной диаграмме (рис. 7.33) конец вектора  $E_0$  при изменении тока возбуждения перемещается по прямой  $AB$ , параллельно вектору  $U_c$ . По векторам  $E_0$  и  $U_c$  определяется вектор  $jX_{\text{нек}} I$ , а, следовательно, величина и направление вектора  $I$  (7.35).

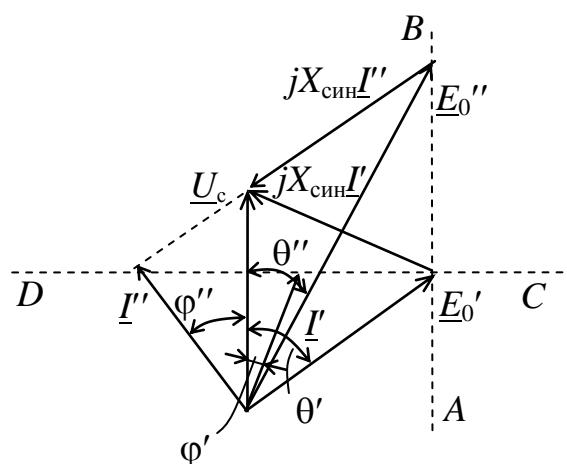


Рис. 7.33. Векторная диаграмма синхронного двигателя для двух значений  $I_b$

Конец вектора  $I$  перемещается по прямой  $CD$  перпендикулярно  $U_c$ . Из диаграммы видно, что ток, потребляемый двигателем, имеет минимальное значение при  $\cos \varphi = 1$  (реактивная мощность при этом равна нулю). При уменьшении тока возбуждения двигатель работает с индуктивным  $\cos \varphi$ , потребляя из сети не только активную, но и реактивную (индуктивную) мощность.

При увеличении тока возбуждения двигатель работает с емкостным  $\cos \varphi$  (отрицательным углом  $\varphi$ ), потребляя из сети активную мощность и отдавая в сеть реактивную мощность.

Для каждой нагрузки синхронного двигателя можно получить расчетным или опытным путем зависимость величины потребляемого тока  $I$ , от тока возбуждения  $I_a$  (рис. 7.34). Эти зависимости принято называть  $U$ -образными характеристиками. Левые ветви характеристики соответствуют индуктивным  $\cos \varphi$ , а правые ветви – емкостным  $\cos \varphi$ .

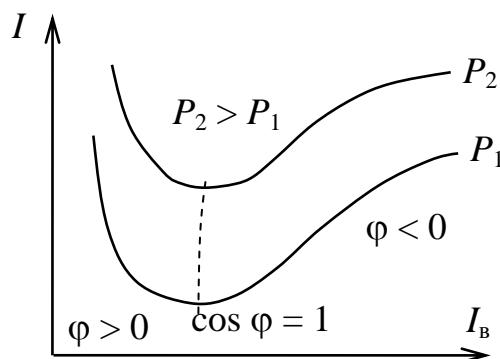


Рис. 7.34.  $U$ -образные характеристики синхронного двигателя

Ток  $I$ , потребляемый СД из сети, зависит от потребляемой мощности  $P$  (т. е. от  $M_c$ ) и от величины тока возбуждения. Изготавливаемые СД рассчитываются для работы с  $\cos \varphi_i = 0,8...0,9$  (емкостным) при номинальной нагрузке.

Работа СД с опережающим (емкостным)  $\cos \varphi$  является экономически целесообразной, т. к. более распространенные на промышленных предприятиях асинхронные двигатели работают с индуктивным  $\cos \varphi$ .

В этих условиях общий  $\cos \varphi$  нагрузки электрической сети повышается, а потребляемый из сети ток уменьшается благодаря работе

СД с емкостным соф. Это обеспечивает снижение нагрузки всех звеньев системы электроснабжения (генераторов, трансформаторов, линии передачи) и уменьшение потерь в них.

### 7.5.5. Синхронные машины малой мощности

Синхронные микродвигатели не имеют обмоток возбуждения, питаемых постоянным током. При этом исключается необходимость в скользящих контактах и в источнике постоянного напряжения.

Постоянное магнитное поле ротора формируется постоянными магнитами. Ротор изготавливается из магнитотвердого материала (с большой коэрцитивной силой) и намагничивается только один раз на заводе в сильном импульсном поле. Свойства и характеристики этого двигателя практически не отличаются от двигателя с электромагнитным возбуждением. Однако в таких двигателях нельзя регулировать ток возбуждения  $I_a$  и противо-ЭДС  $E_0$  и, следовательно, нельзя регулировать реактивную мощность  $Q$ , что, однако, не имеет существенного значения для двигателей малой мощности.

Для разгона (пуска) таких двигателей используют асинхронный момент, создаваемый индуцированными токами в стержнях пусковой короткозамкнутой обмотки, закрепленной в полюсах (рис. 7.35).

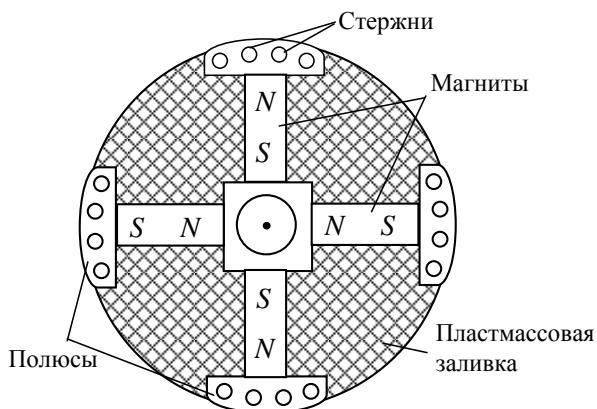
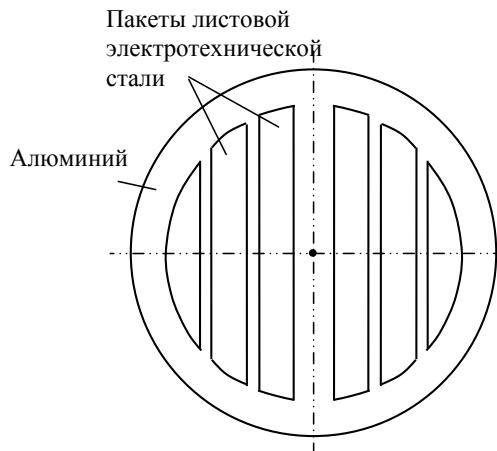


Рис. 7.35. Ротор СД с постоянными магнитами

На рис. 7.36 представлено поперечное сечение ротора реактивного СД с одной парой полюсов. Он выполнен из нескольких пакетов листовой электротехнической стали, залитых алюминием. Стальные листы создают направление минимального магнитного сопротивления.



*Рис. 7.36. Конструкция двухполюсного ротора реактивных СД*

Под действием вращающегося магнитного поля в алюминиевой заливке индуцируются вихревые токи. Под действием асинхронного момента скорость ротора постепенно приближается к синхронной.

При синхронной скорости ротор становится недвижимым относительно магнитного поля статора.

Если теперь к ротору приложить момент сопротивления, то он затормозится, в результате чего появится угол  $\theta$  (угол нагрузки). Полюсы статора и ротора взаимно сместятся, и появится электромагнитный момент  $M_{y_1}$ , который уравновесит момент сопротивления  $M_c$ . При равных габаритах номинальная мощность реактивного СД в 2–3 раза меньше мощности двигателя с постоянными магнитами, однако, он проще по конструкции и гораздо дешевле.

В устройствах автоматики широко используются исполнительные двигатели. К исполнительным относятся микродвигатели, преобразующие электрическое напряжение в частоту вращения вала.

К исполнительным синхронным двигателям относятся шаговые двигатели, которые преобразуют электрические управляющие импульсы в дискретные (скачкообразные) угловые или линейные перемещения ротора с возможностью его фиксации в требуемых положениях. Управляющие импульсы прямоугольной формы формируются специальным коммутатором.

Схема включения и устройство синхронного шагового двигателя приведены на рис. 7.37.

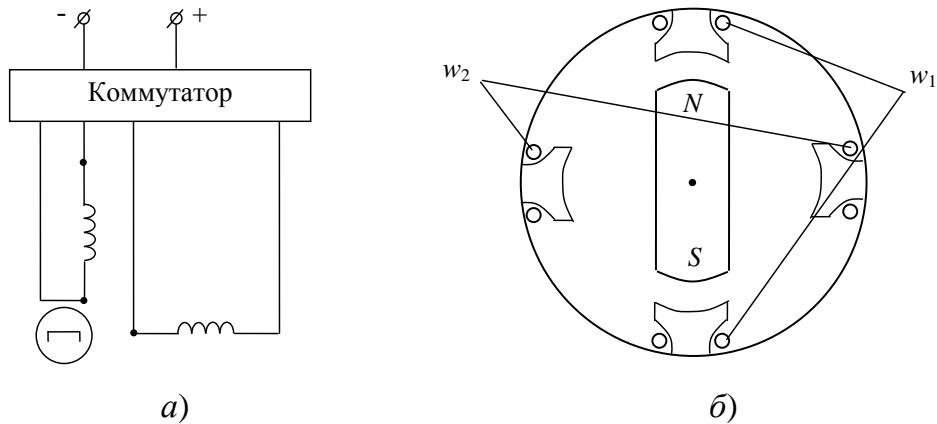


Рис. 7.37. Схема включения (а) и устройство (б)  
синхронного шагового двигателя

Статор имеет явно выраженные полюса с катушками возбуждения  $w_1$ ,  $w_2$ . Число полюсов в статоре и роторе одинаково. Положение ротора относительно полюсов статора зависит от токов в катушках возбуждения. Токи в этих обмотках и положение ротора для трех моментов времени  $t_3 > t_2 > t_1$  представлено на рис. 7.38.

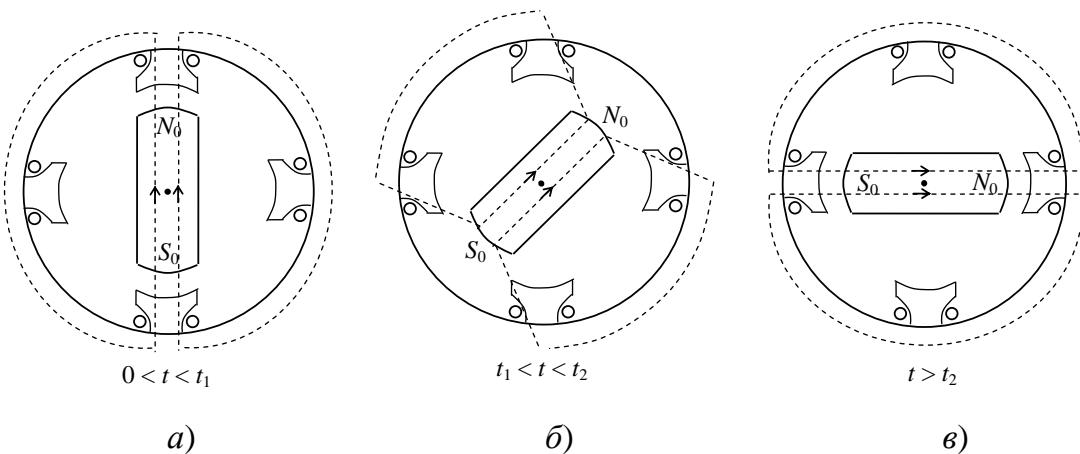


Рис. 7.38. Формирование вращающегося магнитного поля  
в шаговом двигателе

При наличии тока только в обмотке  $w_1$  ротор займет положение как на рис. 7.38, а. При подключении к катушке  $w_1$  катушки  $w_2$  ось симметрии поля ротора повернется на  $45^\circ$  по часовой стрелке (рис. 7.38, б). После отключения катушки  $w_1$  ротор повернется в том же направлении еще на  $45^\circ$ .

Изменяя затем направление токов в обмотках, можно поворачивать ротор дальше в том же направлении с шагом  $45^\circ$ .

При увеличении количества полюсов  $p$  шаг  $\gamma$  угла поворота уменьшается в  $p$  раз

$$\gamma = \frac{360}{4p}.$$

Шаговые двигатели могут быть и реактивными, что упрощает конструкцию.

### 7.5.6. Номинальные параметры, рабочие характеристики синхронных машин и обозначение выводов

К основным параметрам, характеризующим каждый синхронный генератор, относятся:

- номинальная полная мощность  $S_1$ , кВА;
- номинальное напряжение  $U_1$ , кВ;
- номинальный ток  $I_1$ , А;
- номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_1$ ;
- номинальный ток возбуждения  $I_{\text{a},1}$ , А.

Параметры  $U_1$ ,  $I_1$ ,  $\cos \varphi_1$  определяют номинальную активную мощность генератора

$$D_1 = \sqrt{3} \cdot U_1 I_1 \cos \varphi_1, \text{ кВт.}$$

Чаще всего применяются генераторы с одной парой полюсов  $p = 1$ . При этом номинальная частота вращения ротора  $n = 3000$  об/мин, а частота  $f$  тока, снимаемого со статорных обмоток, при этом равна

$$f = \frac{np}{60} = \frac{3000 \cdot 1}{60} = 50 \text{ Гц.}$$

Внешняя (рис. 7.39,  $a$ ) и регулировочная (рис. 7.39,  $\delta$ ) характеристики синхронного генератора имеют вид

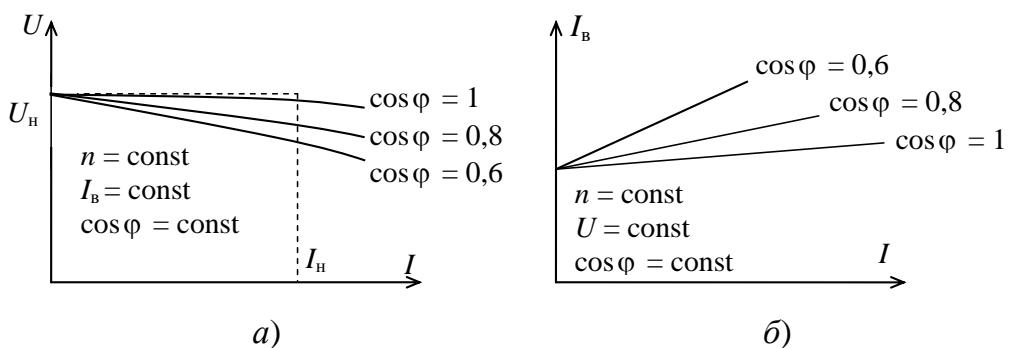


Рис. 7.39. Внешние ( $a$ ) и регулировочные ( $\delta$ ) характеристики синхронного генератора

К основным (номинальным) параметрам синхронного двигателя относятся:

- номинальная активная мощность  $P_1$ , кВт;
- номинальное напряжение  $U_1$ , кВ;
- номинальная частота вращения  $n_1$ , об/мин;
- номинальный момент  $M_1$ , Нм;
- номинальный ток возбуждения  $I_{\hat{a}1}$ , А.

Номинальному значению тока возбуждения отвечает работа СД с коэффициентом мощности  $\cos \varphi = 0,9$ .

Очень часто работа СД протекает с опережающим током  $I_{\hat{a}}$  при  $\cos \varphi = 0,8$ . При этом  $I_{\hat{a}} > I_{\hat{a}1}$  (перевозбужденный режим работы).

Важным параметром СД является предельное значение кратковременной перегрузки

$$\lambda_{\max} = \frac{\dot{I}_{\max}}{I_1},$$

где  $M_{\max}$  – максимальный момент (отвечающий углу нагрузки  $\theta = 90^\circ$ ).

Рабочие характеристики синхронного двигателя представляют собой зависимости частоты вращения ротора  $n$ , вращающего момента  $M$ , тока статора  $I$ , коэффициента мощности  $\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_1 I_1}$  и КПД  $\eta$

от мощности  $P_2$  на валу при  $U_1 = \text{const}$ ,  $f = \text{const}$  и  $I_{\hat{a}} = \text{const}$ .

Эти характеристики снимаются при значении  $I_{\hat{a}}$ , отвечающем  $\cos \varphi = 1$  при холостом ходе двигателя, и имеют вид рис. 7.40.

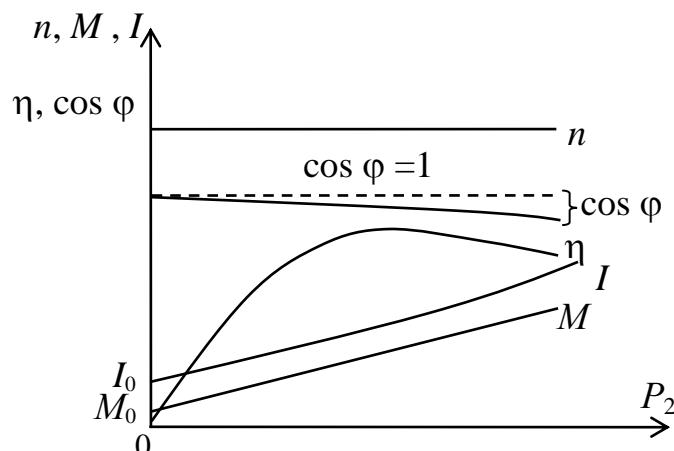


Рис. 7.40. Рабочие характеристики синхронного двигателя

При  $f = \text{const}$  частота вращения ротора постоянна, а врачающий момент  $M$  прямо пропорционален мощности  $P_2$ . Момент  $M_0$  отвечает холостому ходу двигателя и зависит от потерь в СД.

С ростом  $P_2$  увеличивается активная  $I_a$  и появляется индуктивная  $I_p$  составляющая тока  $I$  статора, угол  $\varphi$  увеличивается, а  $\cos \varphi$  уменьшается. Ток  $I_0$  холостого хода зависит от  $I_{\hat{a}}$ , а при  $\cos \varphi_1 = 1$   $I_0 = I_a$ .

С увеличением  $P_2$  ток  $I$  растет за счет увеличения  $I_a$  и  $I_p$ .

КПД синхронных машин можно определить по соотношениям:

$$-\text{для генератора } \eta_{\hat{a}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U I \cos \varphi}{\sqrt{3} \cdot U I \cos \varphi + P_i};$$

$$-\text{для двигателя } \eta = \frac{\sqrt{3} \cdot U I \cos \varphi - P_i}{\sqrt{3} \cdot U I \cos \varphi},$$

где  $U$  и  $I$  – действующие линейные значения напряжения и тока в статорной цепи;  $P_i$  – сумма всех видов потерь.

Зависимость  $\eta$  от  $P_2$  (рис. 7.40) типична для всех электрических машин.

Зажимы выводов отдельных фаз трехфазной обмотки статора синхронных машин обозначаются буквами  $C_1, C_2, C_3$  – начала и  $C_4, C_5, C_6$  – концы. Это позволяет соединять их как треугольником, так и звездой.

Выводы обмотки ротора обозначают буквами  $E_1, E_2$ .

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Начертите электромагнитную схему синхронной машины.
2. Какие типы роторов применяются в синхронных машинах?
3. Укажите области применения синхронных машин.
4. Приведите схему асинхронного пуска синхронного двигателя.
5. Изложите принцип работы синхронного двигателя. Поясните, как формируется врачающий момент в синхронном двигателе. Запишите формулу для врачающего момента, приведите угловую характеристику.
6. Как можно регулировать коэффициент мощности ( $\cos \varphi$ ) синхронного двигателя? Поясните это с помощью векторной диаграммы и U-образной характеристики.

7. Перечислите номинальные параметры и приведите графики рабочих характеристик синхронного двигателя.

8. Какими номинальными параметрами и характеристиками определяется работа синхронного двигателя?

9. С какой целью используют синхронные компенсаторы?

10. Как устроены и где применяются синхронные микродвигатели?

## ГЛАВА 8. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ

### 8.1. Классификация электрических аппаратов

**Электрический аппарат** – это электротехническое устройство, предназначенное для управления, регулирования и защиты электрических цепей, а также для контроля и регулирования их режимов работы.

Электрические аппараты классифицируются по назначению, т. е. по основной функции, выполняемой аппаратом; принципу действия; роду тока (переменный или постоянный); величине тока; величине напряжения (до 1 кВ и выше); исполнению; степени защиты (IP) и областям применения [8].

В зависимости от назначения аппараты можно подразделить на следующие группы:

– *аппараты управления* предназначены для пуска, реверсирования, торможения, регулирования частоты вращения, напряжения, тока электрических машин, станков, механизмов или для пуска и регулирования параметров других потребителей электроэнергии в системах электроснабжения. К ним относятся электромагнитные контакторы, пускатели, реле, кнопки управления, переключатели, контроллеры, резисторы и реостаты. Для аппаратов управления характерно частое коммутирование (включение и отключение) электрических цепей.

Электрические аппараты управления подразделяются на аппараты ручного и дистанционного управления. К аппаратам дистанционного управления относятся электромагнитные контакторы, пускатели, реле и электромагниты.

*Аппараты защиты* используются для коммутации электрических цепей, защиты электрооборудования и электрических сетей от сверхтоков, т. е. токов перегрузки, токов коротких замыканий. К ним относятся плавкие предохранители, автоматические выключатели, тепловые и токовые реле.

**Контролирующие аппараты** предназначены для контроля заданных электрических и неэлектрических параметров. К этой группе относят датчики. Эти аппараты преобразуют электрические и неэлектрические величины в электрические и выдают информацию в виде электрических сигналов. Такие устройства называются измерительными преобразователями или датчиками.

К контролирующим аппаратам относятся датчики тока, давления, температуры, положения, уровня, пьезодатчики, фотодатчики, датчики Холла, а также реле, реализующие функции датчиков, например, реле контроля скорости (РКС), реле времени, напряжения, тока.

## 8.2. Коммутационные электрические аппараты ручного управления

**Аппараты ручного управления** (командные аппараты) предназначены для непосредственного управления электродвигателями и другими потребителями электрической энергии переменного и постоянного тока. Они используются для нечастого включения и выключения электрических цепей, реверсирования, переключения схем соединения обмоток, изменения сопротивления при управлении электродвигателями.

К аппаратам ручного управления относятся рубильники (рис. 8.1), кнопки управления, пакетные выключатели и переключатели, универсальные переключатели, ящики сопротивлений, пусковые и регулировочные реостаты, командоконтроллеры и контроллеры.

**Рубильники** используются в цепях переменного тока при напряжении до 660 В и постоянного тока при напряжении до 440 В и токах 25–10000 А. По количеству полюсов они подразделяются на одно-, двух- и трехполюсные; по роду управления бывают с центральной и боковой рукояткой или рычажным приводом; по способу присоединения – с передней и с задней стороны аппарата. Коммутирующим элементом рубильников является подвижный нож, который входит в губки контактных стоек.

Переключатели имеют дополнительные неподвижные контакты с выводами, что обеспечивает возможность переключения подходящих к нему цепей с одной на другую.

В некоторых конструкциях рубильники совмещают с предохранителями или используют предохранители в качестве ножей. Такая конструкция, позволяющая выполнять функции коммутации и защиты, называется **блоком предохранитель-выключатель** (БПВ).

Обозначаются рубильники буквенно-цифровым кодом. Например, РБ31 – рубильник с боковой рукояткой, трехполюсный, рассчи-

танный на ток до 100 А; РПБ (ППБ) – рубильник (переключатель) с боковым рычажным приводом; РПЦ (ППЦ) – рубильник (переключатель) с центральным рычажным приводом.

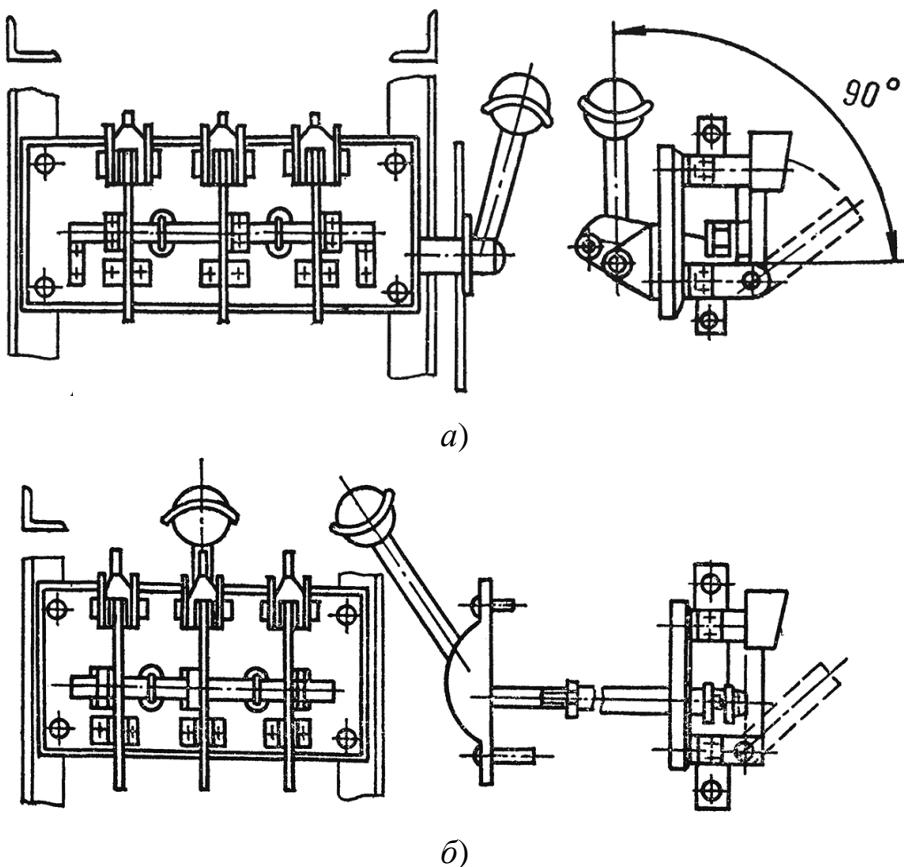
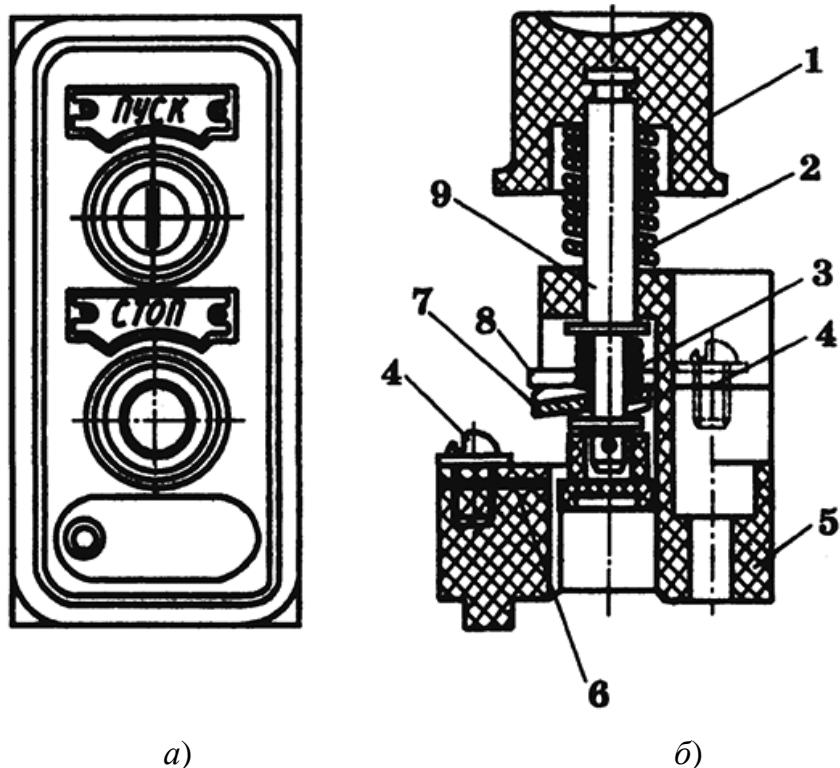


Рис. 8.1. Трехполюсный рубильник единой серии:  
а – с боковой рукояткой; б – с центральным приводом

**Кнопки управления** (рис. 8.2) используют в цепях переменного тока при напряжении до 600 В и в цепях постоянного тока – до 440 В. Они различаются по величине (нормальные и малогабаритные), набору замыкающих и размыкающих контактов, номинальному току и напряжению, форме и цвету толкателей; они бывают с самовозвратом (без фиксации), с защелками (с фиксацией), а также, включаемые специальным ключом. Контакты кнопочных элементов изготавливают из металлокерамики или делают посеребренными. Они рассчитаны на 40000 циклов включений-отключений под нагрузкой. Два, три и более кнопочных элемента, смонтированные в одном корпусе, образуют кнопочную станцию или кнопочный пост.

Кнопки монтируются на пультах, стенах, на полу (ножные). Выпускаются кнопки управления и кнопочные станции серий КЕ, ПКЕ, ПКУ.



*a)*

*б)*

*Рис. 8.2. Кнопочный пост:*

*а – общий вид; б – кнопочный элемент (1 – толкатель; 2 – возвратная пружина; 3 – пружина контактного мостика; 4 – винты; 5 – пластмассовое основание; 6 – прокладка; 7 – контактный мостик; 8 – диск; 9 – стержень)*

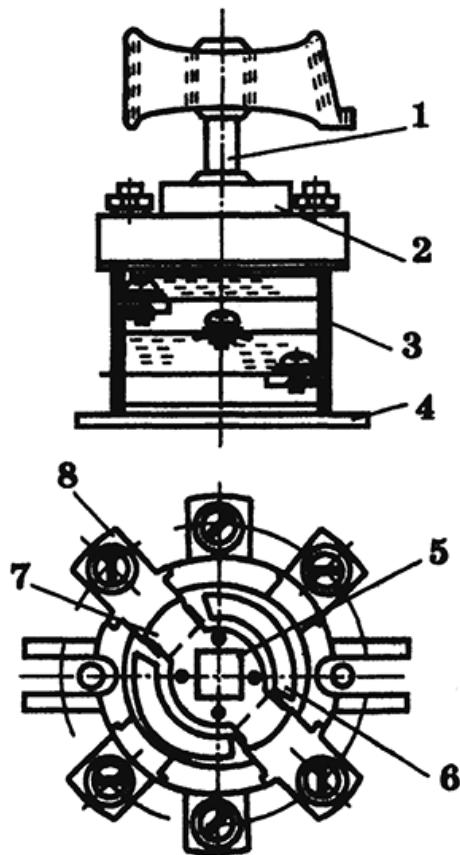
**Пакетные выключатели и переключатели** (рис. 8.3) используются в цепях управления и сигнализации, в схемах пуска и реверса электродвигателей небольшой мощности под нагрузкой в цепях переменного тока до 380 В и постоянного тока до 220 В. Они представляют собой малогабаритные многоцепные аппараты поворотного типа.

Пакетные выключатели рассчитаны на токи 10, 25, 60, 100, 250, 400 А при небольшом количестве включений((15–20)/в час) и имеют одно-, двух- и трехполюсную конструкцию в открытом, защищенном и герметическом положении.

Пакетные выключатели состоят из отдельных колец-пакетов, изготовленных из изолирующего материала. Внутри пакета находится контактная система, состоящая из неподвижного и подвижного контактов (один полюс). Из таких пакетов набирается любое количество полюсов. Выключатель снабжается механизмом мгновенного переключения.

Пакетные выключатели обозначаются буквенно-цифровым кодом: ПВ – пакетный выключатель; ПП – пакетный переключатель;

ПВМ – пакетный выключатель малогабаритный; ГПВМ – герметичный пакетный выключатель малогабаритный. Первая цифра после букв обозначает число полюсов, а цифра после дефиса обозначает номинальный ток в амперах, например: ПВМ 2-10 – пакетный выключатель малогабаритный двухполюсный,  $I_n = 10\text{A}$ ; ПП 2-10/H2 – пакетный переключатель двухполюсный на 10 А с двумя нулевыми положениями.



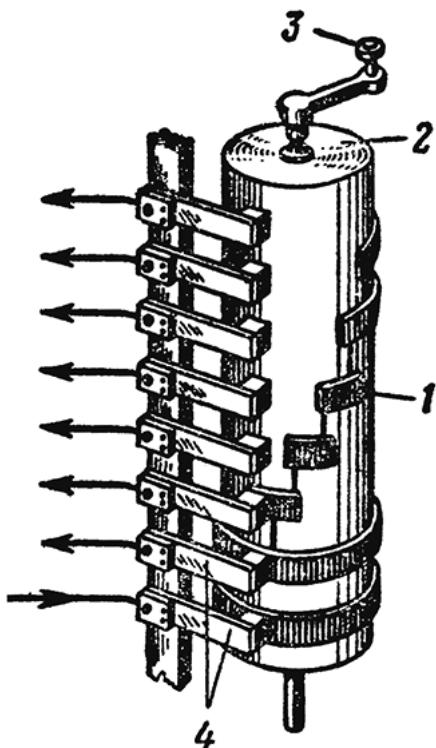
*Рис. 8.3. Трехполюсный пакетный выключатель*

**Контроллеры** (рис. 8.4) – это многоцелевые электрические аппараты с ручным или ножным приводом для непосредственной коммутации силовых цепей двигателей постоянного тока до 440 В и переменного тока до 500 В. По конструкции они подразделяются на кулачковые, барабанные, плоские и магнитные.

Кулачковые контроллеры различаются по количеству коммутирующих цепей, виду привода, диаграмме замыкания контактов.

Для управления электродвигателями переменного тока используются контроллеры серии ККТ-61, ККТ-61А, ККТ-62, ККТ-62А, ККТ-68А, ККТ-101, ККТ-102 на номинальные напряжения до 380 В;

серий ККП-101, ККП-102 – для управления двигателями постоянного тока до 440 В. Они имеют до 12 силовых контактов и до 6 позиций рукоятки в каждую сторону от нулевого положения.



*Рис. 8.4. Устройство барабанного контроллера:*  
1 – медные сегменты; 2 – барабан из изолирующего материала;  
3 – рукоятка; 4 – неподвижные пружинящие контакты

Магнитные контроллеры состоят из командоконтроллера и из силовых электромагнитных контактов. Командоконтроллер с помощью контактов включает или отключает напряжение на катушках контакторов, которые своими силовыми контактами коммутируют цепи электродвигателей.

### **8.3. Коммутационные электрические аппараты дистанционного управления**

Электрические аппараты дистанционного управления в отличие от аппаратов ручного управления содержат магнитную систему как элемент привода электромагнитных контакторов, пускателей, реле и как устройство, создающее электромагнитные силы, например, в электромагнитных муфтах и электромагнитных тормозных устройствах. Наличие электромагнитов в этих аппаратах позволяет управлять ими на расстоянии.

### 8.3.1. Электромагнитные реле

Реле составляют многочисленную группу электрических аппаратов, применяемых для управления, сигнализации, защиты систем электроснабжения городов, промышленных предприятий; в системах управления электроприводами станков, механизмов, машин.

В зависимости от параметра срабатывания различают реле напряжения, тока, мощности, частоты и т. д.

Реле также подразделяются по роду тока (постоянного, переменного и поляризованные реле), по принципу воздействия на управляемую цепь (контактные и бесконтактные). Контактные реле своими контактами коммутируют электрическую цепь; бесконтактные – при срабатывании резко изменяют свое сопротивление, включенное в управляемую цепь.

Электромагнитные реле (ЭМР) (рис. 8.5) состоят из электромагнита (магнитопровод, катушка, якорь) и нескольких контактных групп, управляемых связанным с якорем электромагнита приводным механизмом.

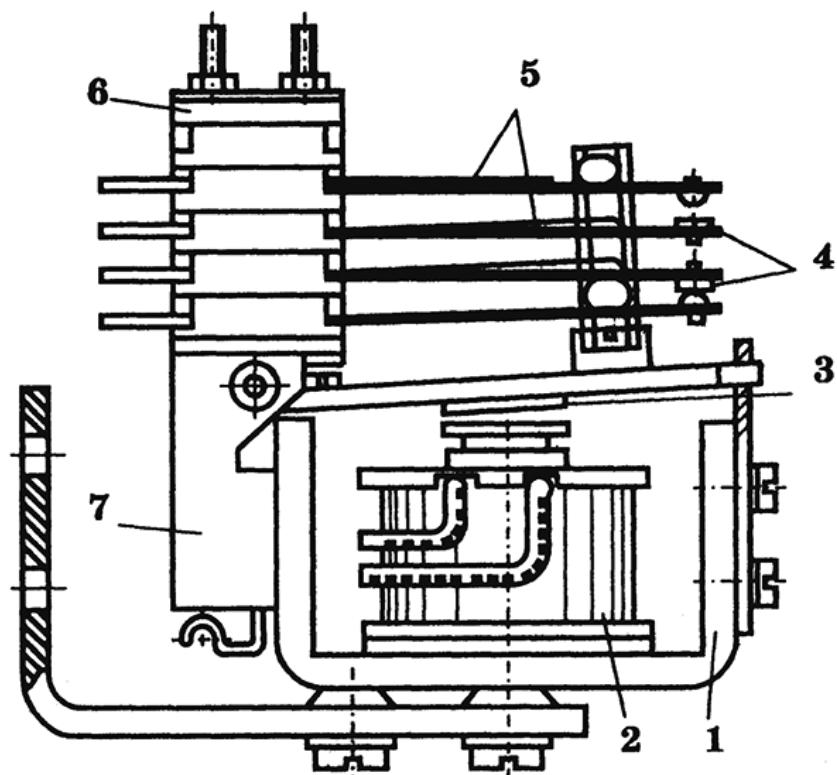


Рис. 8.5. Электромагнитное реле серии РПУ:  
1 – магнитная скоба; 2 – катушка; 3 – якорь с немагнитной  
накладкой; 4 – контакт; 5 – пружины пластинчатые;  
6, 7 – изоляционная траверса

При протекании через катушку электромагнита тока, якорь притягивается к катушке и перемещает подвижные контакты, вызывая их переключение. Для возврата контактов в исходное положение необходимо обесточить цепь питания катушки.

К основным параметрам ЭМР относятся:

- ток (напряжение) срабатывания  $I_{\text{н}\delta}(U_{\text{н}\delta})$ ;
- ток (напряжение) отпускания  $I_{\text{в}\delta}(U_{\text{в}\delta})$ ;
- рабочий ток (напряжение)  $I_{\text{раб}}(U_{\text{раб}})$  ( $I_{\text{раб}} > I_{\text{н}\delta}$ );
- время срабатывания  $t_{\text{н}\delta}$ ;
- время отпускания  $t_{\text{в}\delta}$ ;
- сопротивление обмотки реле постоянному току  $R_{\text{раб}}$  ;
- максимальная коммутируемая мощность  $P$  и др.

По назначению различают: пусковые реле; максимальные реле; минимальные реле; реле времени; токовые реле.

Поляризованное реле является наиболее чувствительным из всех типов реле. В них напряжение одной полярности замыкает одни контакты, а при смене полярности питающего напряжения эти контакты размыкаются, а замыкаются другие.

В схемах релейной защиты систем электроснабжения наиболее распространены токовые реле электромагнитной и индукционной систем. Реле РТМ имеют токи уставки  $I_{\text{н}\delta} = 5; 7; 8; 10; 12,5 \text{ A}$  и выполняются в четырех вариантах с регулированием  $I_{\text{н}\delta}$ : РТМ1 ( $I_{\text{н}\delta} = 5...15 \text{ A}$ ), РТМ2 ( $I_{\text{н}\delta} = 10...25 \text{ A}$ ), РТМ3 ( $I_{\text{н}\delta} = 30...60 \text{ A}$ ), РТМ4 ( $I_{\text{н}\delta} = 75...150 \text{ A}$ ).

Токовые реле с выдержкой времени РТВ имеют  $I_{\text{н}\delta} = 5...35 \text{ A}$  и регулируемую от 0 до 4 секунд выдержку времени срабатывания.

Реле мгновенного действия РТ40 применяются в схемах максимальной токовой защиты в системах электроснабжения.

Реле тока серии РТ80, РТ81 ... РТ86, РТ91, РТ95 имеют индукционный воспринимающий элемент с выдержкой времени срабатывания, зависящей от тока, и электромагнитный воспринимающий элемент мгновенного действия (отсечка), срабатывающий при высоких значениях тока.

### 8.3.2. Электромагнитные контакторы

**Электромагнитные контакторы** (рис. 8.6) – это двухпозиционные аппараты дистанционного управления с самовозвратом, кото-

рые предназначены для частых включений и отключений силовых электрических цепей под нагрузкой.

Контакторы изготавливаются на токи коммутации 4...4000 А, при напряжении 220 В, 440 В, 750 В постоянного тока и 380 В, 660 В, 1140 В переменного тока. Они допускают до 1400 включений в час. Исполнение может быть 1, 2, 3, 4, 5-полюсным с управлением на постоянном или переменном токе.

К основным техническим характеристикам электромагнитных контакторов относят:

- номинальный ток главных контактов  $I_{\text{пп}}$  ;
- предельный отключаемый ток (ток коммутации)  $I_{\hat{e}}$  ;
- номинальное напряжение коммутируемой цепи  $U_{\text{пп}}$  ;
- допустимое число включений в час;
- собственное время включения  $t_{\text{вв}}$  и отключения  $t_{\text{отв}}$  .

Основными узлами контакторов (рис. 8.6) являются:

- главные контакты;
- электромагнитный механизм;
- вспомогательные контакты;
- дугогасительная камера.

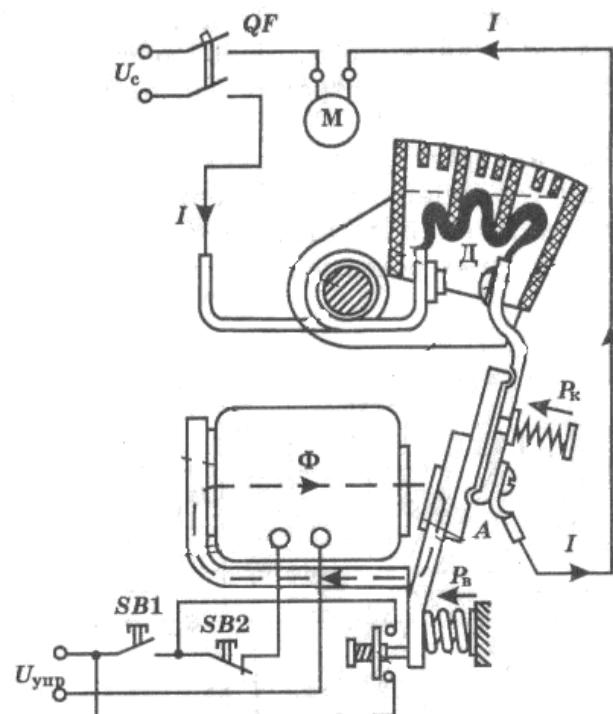


Рис. 8.6. Устройство электромагнитного контактора

Контактор работает следующим образом. При нажатии кнопки «Пуск» (*SB1*) в катушке электромагнита создается магнитный поток, притягивающий якорь к сердечнику. На якоре укреплен подвижный контакт, который, замыкаясь с неподвижным контактом, скользит по его поверхности, разрушая оксидную пленку. Одновременно с главными контактами замыкаются вспомогательные контакты, блокирующие контакты кнопки «Пуск», после чего воздействие на кнопку «Пуск» можно снять. Отключение контактора производится нажатием кнопки «Стоп» (*SB2*), разрывающей цепь питания катушки электромагнита.

Для управления электродвигателями большой мощности используются контакторы переменного тока КТ, КТП, КТВ; постоянного тока КП, КПВ, КПД.

Для управления трехфазными двигателями переменного тока широко используются контакторы поворотного типа серии КТ6000 со щелевыми дугогасительными камерами и магнитным дутьем, а также КТ7000 с дугогасительными решетками.

### 8.3.3. Электромагнитные пускатели

**Электромагнитный пускатель** – это коммутационный аппарат для управления и защиты электродвигателей переменного тока, разработанный на базе контакторов (рис. 8.7).

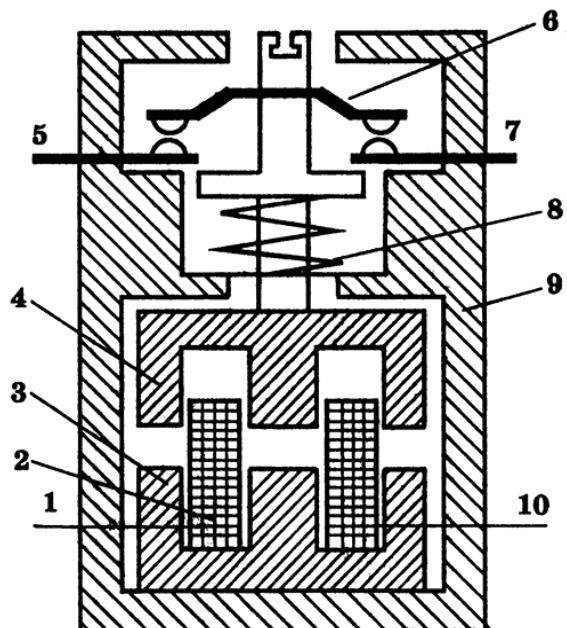


Рис. 8.7. Контактор электромагнитного пускателя серии ПМА:

- 1 – магнитопровод;
- 2 – катушка (обмотка управления);
- 3 – якорь;
- 4 – пружина;
- 5 – подвижные контакты;
- 6 – неподвижные контакты

Эти аппараты имеют различное исполнение: они бывают нереверсивными и реверсивными; с тепловыми реле и без них; открытого, защищенного и пылебрызгозащищенного исполнения и выпускаются сериями ПМЕ, ПАЕ, ПМЛ.

Управление состоянием пускателя осуществляется при помощи кнопочного поста, который встраивается в пускатель или устанавливается отдельно. Встроенное тепловое реле используется для защиты двигателя от токовых перегрузок. Для защиты двигателей от токов короткого замыкания в главной (силовой) цепи пускателя устанавливают предохранители, или автоматические выключатели.

Каждый пускатель имеет один или несколько вспомогательных контактов, используемых для самоблокировки, сигнализации и других целей.

Все магнитные пускатели обеспечивают нулевую защиту, т. е. при снижении напряжения, питающего катушку пускателя, на 30 % и более электромагнит не может удержать якорь пускателя, и силовые контакты размыкаются.

Катушки пускателя изготавливаются на номинальные напряжения 42, 127, 220, 380 и 500 В.

#### **8.4. Электрические аппараты защиты электрических цепей**

При эксплуатации электрооборудования и электрических сетей длительные токовые перегрузки проводов, обмоток, кабелей, а также короткие замыкания вызывают их нагрев свыше допустимых значений. Это приводит к преждевременному старению и пробою изоляции, вследствие чего может произойти возгорание или взрыв во взрывоопасных помещениях, а также поражение людей электрическим током.

Для предотвращения подобных явлений каждый участок электрической сети должен быть снабжен защитным аппаратом, обеспечивающим отключение аварийного участка при непредвиденном увеличении токовой нагрузки сверх допустимой.

**Аппаратом защиты** называется устройство, которое автоматически отключает защищаемую электрическую цепь при ненормальных режимах. К аппаратам защиты относятся плавкие предохранители, автоматические выключатели, тепловые и токовые реле, электронные предохранители.

### 8.4.1. Плавкие предохранители

Плавкие предохранители – это электрические аппараты, предназначенные для отключения защищаемой цепи посредством разрушения (расплавления) специально предусмотренных для этого токоведущих частей под действием тока, который превышает определенные значения. После отключения цепи необходимо устранить причину, обусловившую токовую перегрузку, и заменить перегоревшую вставку на новую.

Предохранители включаются последовательно в защищаемую цепь, а для создания видимого разрыва электрической цепи и безопасного обслуживания совместно с предохранителями устанавливаются неавтоматические выключатели или рубильники.

Предохранители (рис. 8.8) изготавливаются на номинальные напряжения 42, 220, 380, 660 В переменного тока и на напряжения 24, 110, 220, 440 В постоянного тока.

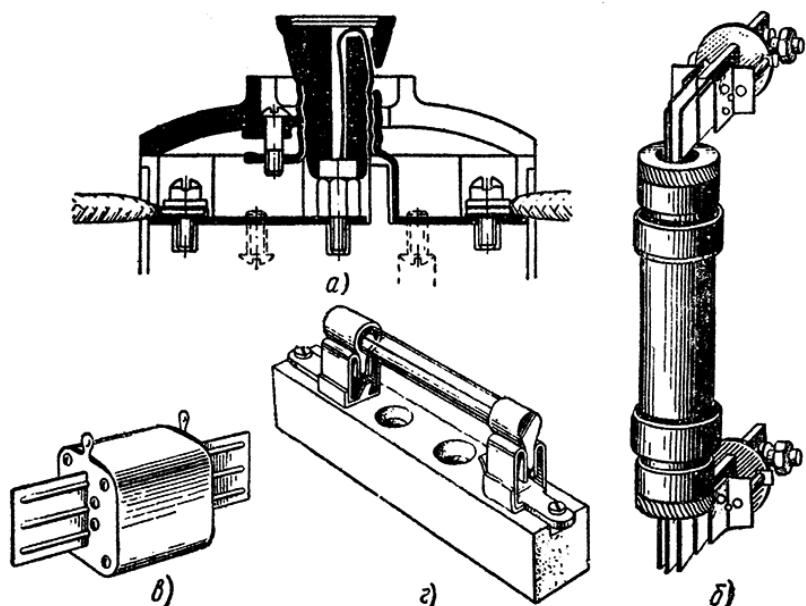


Рис. 8.8. Предохранители:  
а – пробочный ПД; б – трубчатый ПР;  
в – фарфоровый ПН; г – стеклянный трубчатый

Основными элементами предохранителя являются: корпус, плавкая вставка, контактная часть, дугогасительное устройство и дугогасительная среда.

Предохранители характеризуются номинальным током плавкой вставки, номинальным током патрона (корпуса) данной конструкции.

Например, корпус предохранителя типа ПН 2–100 рассчитан на ток до 100 А, а в него можно вставить вставки на 30 А, 40 А, 50 А, 60 А, 80 А, 100 А.

Зависимость времени плавления плавкой вставки от величины тока (от кратности  $I_{\text{н}\delta} / I_1$ ) называется защитной (время-токовой) характеристикой (рис. 8.9). При одном и том же токе время плавления вставки зависит от ее материала, формы и состояния поверхности, от условий охлаждения и т. д. Наиболее распространенным материалом для плавких вставок являются медь, цинк, свинец и серебро.

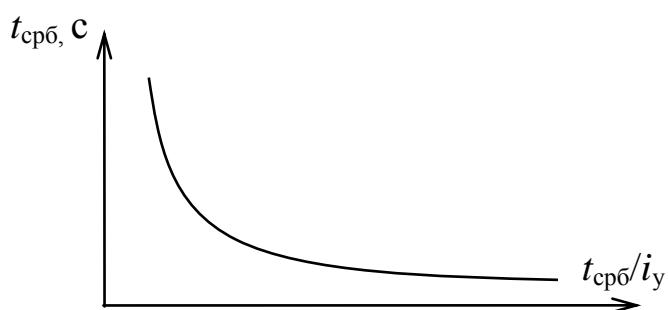


Рис. 8.9. Защитная (время-токовая) характеристика предохранителя

Наибольший ток, который предохранитель может отключить без каких-либо повреждений, называется предельным током отключения.

В предохранителях на большие токи дуга, возникающая в момент перегорания вставки, гасится за счет высокого давления, образуемого в герметичном корпусе патрона, т. к. его стенки изготавливают из газогенерирующего материала – фибры. В предохранителях насыпной серии трубчатый патрон со вставкой заполняется сухим кварцевым песком.

В схемах управления станками, механизмами, а также в системах электроснабжения жилых и общественных зданий широко используются пробочные плавкие предохранители серии ПРС с номинальными токами 6, 25, 63, 100 А.

#### 8.4.2. Термовые реле

Для защиты электрических двигателей и другого электрооборудования от длительных токовых перегрузок широко применяются тепловые реле с биметаллическими элементами (рис. 8.10).

Биметаллический элемент состоит из двух жестко скрепленных друг с другом пластин с различным значением коэффициента линейного расширения  $\alpha$ . В качестве материалов используют инвар (с низ-

ким  $\alpha$ ) и хромоникелиевая сталь (с высоким  $\alpha$ ). Если биметаллический элемент неподвижно закрепить с одной стороны и нагреть, то он изогнется в сторону материала с меньшим  $\alpha$ . Механической усилие, развиваемое бипластиной при изгибе, приводит в действие исполнительный элемент реле, и при этом происходит переключение контактов. Нагрев биметаллических пластин тепловых реле может осуществляться прямым, косвенным, комбинированным способом (рис. 8.11).

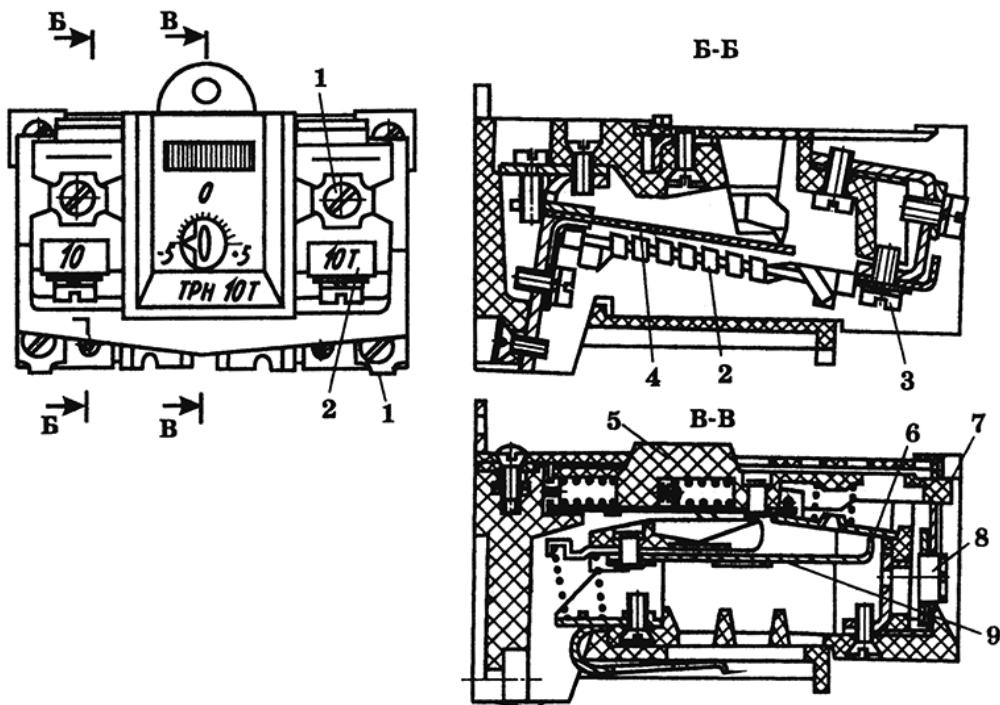


Рис. 8.10. Тепловое реле ТРН-10:

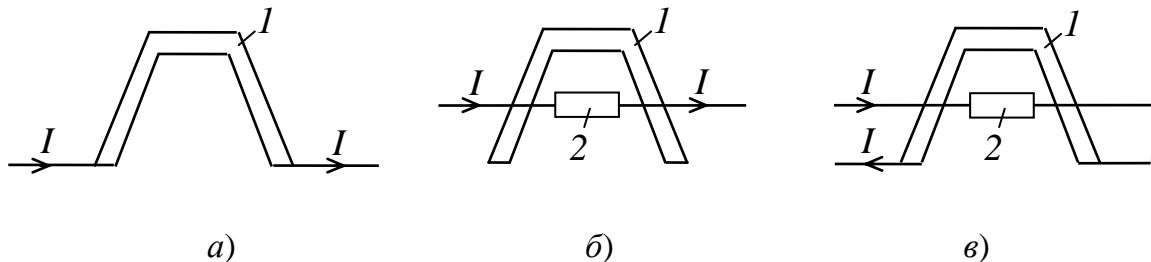
- 1 – винтовые зажимы;
- 2 – сменные нагревательные элементы;
- 3 – винты крепления нагревателя;
- 4 – термобиметалические пластины;
- 5 – размыкающий контакт;
- 6 – механизм срабатывания с защелкой;
- 7 – эксцентрик;
- 8 – температурный компенсатор

Из-за инерционности теплового процесса тепловые реле, имеющие биметаллические элементы, непригодны для защиты от токов короткого замыкания.

Выпускаются трехполюсные тепловые реле серии РТП, РТТ, двухполюсные серии ТРН и однополюсные серии ТРМ.

Конструктивно тепловые реле состоят из диэлектрического корпуса с отсеками, в которых устанавливаются биметаллические пластины с нагревательными элементами, механизма срабатывания с за-

щелкой, кнопки возврата (рис 8.11), эксцентрика для регулировки токов срабатывания и контактов силовых и вспомогательных.



*Рис. 8.11. Способы нагрева биметаллической пластины теплового реле: 1 – биметаллическая пластина; 2 – нагревательный элемент*

После срабатывания необходимо устранить причину, вызвавшую срабатывание, дождаться, пока биметаллические пластины реле остынут до температуры окружающей среды, и привести реле в рабочее состояние, нажав на кнопку возврата.

#### 8.4.3. Автоматические выключатели

**Автоматические выключатели** предназначены для коммутации цепей при аварийных режимах (для отключения), а также для нечастых (от 6 до 30 в сутки) оперативных включений и отключений электрических цепей. Они обеспечивают быструю и надежную защиту электрических сетей от токов перегрузки и коротких замыканий, выполняя одновременно функции защиты и управления.

Для обеспечения защитных функций автоматические выключатели снабжаются электромагнитными и тепловыми расцепителями. Термовые расцепители защищают цепи от токов длительной перегрузки, а электромагнитные – от токов коротких замыканий.

Электромагнитный расцепитель содержит электромагнит, воздействующий на отключающий пружинный механизм. Если ток в катушке электромагнита превысит определенное значение, то электромагнитный расцепитель отключит линию с помощью коммутирующего устройства практически мгновенно.

На рис. 8.12 приведено схематическое устройство автоматического выключателя максимального тока.

Для включения выключателя нажимают кнопку (выключатели серии АП50Б) или поворачивают рычаг (выключатели серии АЕ1000,

AE2000, A3700), при этом замыкаются силовые контакты, а защелки расцепляются и входят в зацепление.

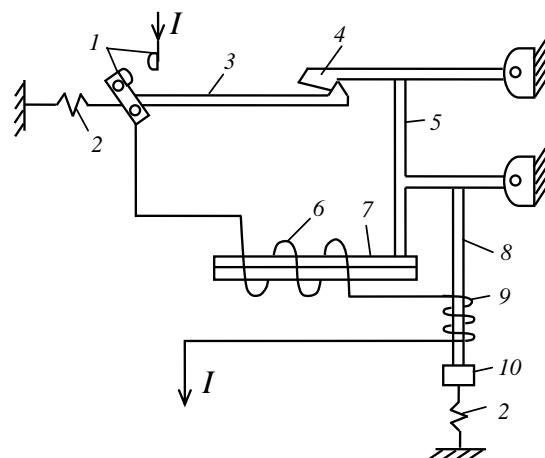


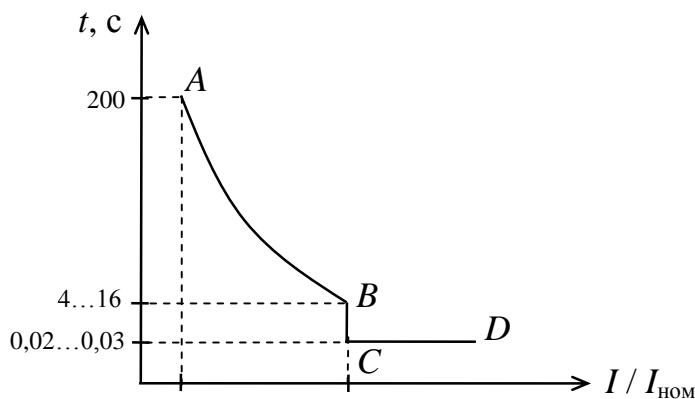
Рис. 8.12. Принципиальная схема автоматического выключателя:

- 1 – контакт;
- 2 – пружина;
- 3, 4 – защелки;
- 5 – рычаг;
- 6 – нагреватель теплового расцепителя;
- 7 – биметаллическая пластина;
- 8 – толкатель;
- 9 – электромагнит;
- 10 – сердечник

Автоматические выключатели характеризуются номинальным током и номинальным напряжением, которые выключатель выдерживает в течение неограниченного времени.

Наименьший ток, вызывающий отключение выключателя, называется **током трогания** (или *срабатывания*), а настройка расцепителя на заданный ток срабатывания – **уставкой тока**. Уставка тока электромагнитного расцепителя на мгновенное срабатывание называется отсечкой.

Защитная характеристика автоматического выключателя (рис. 8.13) имеет два участка *AB* и *CD*. Электромагнитные расцепители имеют обратнозависимую от тока выдержку времени при перегрузках (участок *AB*) и независимую выдержку (0,02...0,03 с) времени при токах короткого замыкания (участок *CD*).



*Рис. 8.13. Защитная характеристика автоматического выключателя*

В современных выключателях серии А3700 и ВА используются полупроводниковые расцепители, которые обеспечивают более высокую точность срабатывания по току и времени.

Широкое применение получили малогабаритные пробочные автоматические выключатели для защиты от коротких замыканий и перегрузок осветительных сетей в бытовых и жилых помещениях. Они выпускаются на токи  $I_1 = 6 \dots 50$  А и напряжения до 380 В.

## 8.5. Контролирующие электрические аппараты

В процессе работы электрического и технологического оборудования возникает необходимость контролировать происходящие при этом процессы. Для этого нужна информация о значениях скорости, тока, момента, температуры, давления, уровня жидкости в емкости, положения предмета, освещенности и т. д.

Устройства, которые выдают информацию в виде электрических сигналов, называют измерительными преобразователями или датчиками. Датчики классифицируются по принципу преобразования электрических и неэлектрических величин в электрические (тепловые, уровня, электромагнитные, фотодатчики); по конструкции (контактные, бесконтактные); по роду тока и величине напряжения; по конструктивным особенностям и степени защиты.

В зависимости от вида выходного сигнала датчики подразделяются на параметрические и генераторные. Генераторные вырабатывают электрическую энергию (термопары, солнечные батареи и т. д.). Параметрические датчики под действием измеряемой величины меняют сопротивление, емкость, индуктивность, фазовый сдвиг и т. д. (см. раздел «Электрические измерения неэлектрических величин»).

В *тепловых датчиках* измеряемый (контролируемый) параметр (температура) преобразуется в ЭДС  $E$ , электрическое сопротивление  $R$  и другие величины (термопары, термоманометры, терморезисторы, биметаллические датчики и др.).

Применяются тепловые датчики в приборах для регулирования температуры различных сред в промышленных установках и бытовых приборах, в аппаратах защиты.

*Датчики давления* применяются для измерения давления в различных средах. Чувствительными элементами манометра являются плоские или гофрированные мембранны, мембранные коробки, сильфоны и манометрические пружины.

В схемах автоматики используются манометры типов ЭКМ1У, ЭКМ2У, ВЭ16Рб с пределами измерения давления 0,1...160 МПа.

*Датчики уровня* служат для контроля уровня жидкости или сыпучих материалов в резервуарах и подачи сигнала о необходимости регулирования этого уровня, такие датчики бывают электронные, поплавковые, мембранные и другие.

*Электроконтактные датчики пути и перемещения* рабочих органов сигнализируют о проходном пути или положении рабочих органов управляемого объекта. Они представляют собой конечные путевые выключатели, микропереключатели, кинематически связанные с рабочими механизмами и управляемым приводом.

*Датчики скорости* вырабатывают информацию о частоте вращения вала ротора электродвигателя (тахогенераторы постоянного и переменного тока), преобразуя механическое вращение вала в электрический сигнал  $U(n)$  (напряжение  $U$  в зависимости от частоты вращения вала  $n$ ).

*Фотодатчики* широко используются для управления наружным освещением улиц, территорий, предприятий, в схемах защиты, отключая установки при попадании в опасную зону обслуживающего персонала, для подсчета деталей на конвейере, контроля целостности режущего инструмента и т. д. Фотодатчики преобразуют энергию светового потока в электрический сигнал. В качестве фотодатчиков используются фоторезисторы, фотодиоды, фототранзисторы и т. д.

## **8.6. Условные графические обозначения электрических машин, аппаратов и их элементов**

Электрические машины, аппараты и их элементы изображаются на схемах с помощью условных знаков согласно стандартам ЕСКД (Приложение 1). Так, электрические машины обозначаются по ГОСТ2.722-68; катушки индуктивности, трансформаторы, дроссели, автотрансформаторы и магнитные усилители обозначаются по ГОСТ2.723-68; разрядники и предохранители – по ГОСТ2.727-68; электроизмерительные приборы по ГОСТ2.729-68; коммутационные устройства по ГОСТ2.755-87.

Электрические аппараты и их элементы в схемах электротехнических устройств имеют буквенно-цифровые или цифровые позиционные обозначения. Буквенно-цифровые обозначения предназначены для записи в сокращенной форме сведений об электрических аппаратах и элементах в документации или в непосредственном нанесении на изделие.

Буквенные коды видов элементов в электрических схемах приведены в Приложении 3.

Типы условных буквенно-цифровых обозначений и правил их построения установлены ГОСТ2.710-81.

Обязательной частью буквенно-цифрового обозначения является вид и номер элемента.

При составлении и вычерчивании монтажных схем используют монтажные символы электрических аппаратов, элементов и приборов.

**Монтажный символ** – это электрическая схема внутренних соединений аппарата элемента или прибора с относительным расположением зажимов (выводов), которое соответствует действительному расположению их на аппарате [8].

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Из каких частей состоит магнитный пускатель?
2. Объясните принцип работы электромагнитного контактора.
3. Каково назначение главных контактов магнитного пускателя?
4. Какие виды защиты выполняет магнитный пускатель?
5. На какие группы можно разделить электрические аппараты по назначению?
6. Чем отличаются коммутационные аппараты ручного управления от аппаратов с дистанционным управлением?

7. Как устроены и где применяются кнопки управления и кно-  
почные станции?

8. Поясните устройство, принцип работы и применение пакет-  
ных выключателей.

9. Приведите примеры маркировки рубильников.

10. Как устроены и для чего применяются электромагнитные ре-  
ле? Приведите классификацию и примеры маркировки.

11. Какими основными параметрами характеризуется работа  
электромагнитного реле?

12. Как устроены, как работают тепловые реле и где они приме-  
няются?

13. Какой вид имеет защитная (время-токовая) характеристика  
тепловых реле?

14. Какие функции выполняют плавкие предохранители и каки-  
ми параметрами характеризуется их работа в электрических цепях?

15. Почему магнитный пускатель, содержащий тепловое реле,  
комплектуют плавкими предохранителями или автоматическим вы-  
ключателем с максимальным электромагнитным расцепителем?

16. Как устроено, как работает и для чего применяется токовое  
реле?

17. Для каких целей применяют автоматические выключатели?

18. Как устроен и как функционирует электромагнитный макси-  
мальный расцепитель автоматических выключателей?

19. Каково назначение измерительных преобразователей (датчи-  
ков)? Приведите примеры датчиков.

## ГЛАВА 9. ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

### 9.1. Определение электропривода и его состав.

#### Задачи выбора электродвигателей

**Электрический привод** – это совокупность устройств, приво-  
дящих в движение производственные машины и установки при по-  
мощи электрических двигателей. Это электромеханический комплекс,  
в который кроме электродвигателей и рабочих машин входят устрой-  
ства передачи движения от двигателей к машинам (редукторы), пре-  
образователи электроэнергии и электрическая (электронная) аппара-  
тура управления пуском, остановкой и регулированием работы  
привода.

Различают одиночный и многодвигательный электропривод. В многодвигательном электроприводе движение различных механизмов и органов одной рабочей машины осуществляются различными двигателями. Примерами многодвигательного электропривода могут быть прокатные станы, токарно-карусельные станки и др.

Широкий круг задач, решаемых с помощью электропривода, обуславливает его большое разнообразие и специализацию – от простейших нерегулируемых до автоматизированных и автоматических приводов, использующих вычислительные машины, цифровые программные устройства и системы автоматического регулирования.

Инженерам неэлектрических специальностей часто приходится решать задачи «малой» механизации и автоматизации технологических процессов, связанные с электроприводом насосов, вентиляторов, подъемников, транспортеров, станков и других производственных механизмов, при этом важной задачей является технически и экономически обоснованный выбор электродвигателя.

Решение подобных задач сводится к выбору двигателя, системы управления им, расчету параметров линии электропитания, аппаратов управления и защиты и к составлению заявки на электрооборудование.

В задачу выбора двигателя входит:

- выбор рода тока и номинального напряжения;
- выбор номинальной частоты вращения;
- выбор конструктивного исполнения;
- определение номинальной мощности и выбор соответствующего этой мощности двигателя по справочнику или по каталогу.

В производственных условиях основное значение имеет правильный выбор мощности и конструктивного исполнения. При этом род тока, напряжение и частота вращения уже известны. Для выбора двигателя необходимо анализировать работу механизма, для которого этот двигатель выбирается: будет ли этот двигатель с механизмом работать длительно или кратковременно, с постоянной или регулируемой скоростью, будет ли изменяться (и как) момент сопротивления и мощность нагрузки на двигатель при работе. Ответы на эти вопросы можно найти, построив нагрузочную диаграмму привода.

*Выбор рода тока и напряжения* двигателя осуществляется из экономических соображений.

Поскольку электродвигатель имеет высокую стоимость, поэтому выбор начинают с проверки пригодности самых простых и дешевых двигателей, т. е. трехфазных асинхронных с короткозамкнутым ротор-

ром и заканчивают самыми сложными и дорогими двигателями постоянного тока.

Выбор рода тока (постоянного или переменного) определяет и выбор номинального напряжения, которое обычно берут, равным напряжению источника электропитания завода, цеха, организации (чаще всего это трехфазная электросеть с напряжением 220/380 В). Повышение или понижение напряжения для таких двигателей (с помощью трансформаторов), применение выпрямителей для двигателей постоянного тока (ДПТ) приводит к удорожанию электропривода.

По указанной причине рекомендуется следующий порядок выбора электродвигателя:

- трехфазный асинхронный двигатель (ТАД) с короткозамкнутым ротором (при  $P \leq 100$  кВт);
- ТАД с глубокопазным короткозамкнутым ротором (при больших пусковых моментах);
- ТАД с фазным ротором (тяжелые условия пуска, регулирование частоты вращения);
- СД (стабильность частоты вращения, регулирование  $\cos\phi$ ) (при  $P > 100$  кВт СД экономичней, чем ТАД);
- ДПТ (регулировка скорости вращения в широких пределах, хорошие пусковые качества, высокая перегрузочная способность).

**Выбор номинальной скорости вращения.** Высокая скорость вращения вала электродвигателя при заданной мощности позволяет уменьшить его габариты, массу и стоимость. В то же время рабочие механизмы требуют пониженных скоростей. Для согласования скоростей двигателя и механизма ставят редуктор, что удорожает электропривод.

**Выбор конструктивного исполнения.** Конструктивное исполнение в современных сериях электродвигателей учитывает 3 фактора:

- защиту от воздействия окружающей среды;
- обеспечение охлаждения;
- способ монтажа.

По способу *защиты от воздействия окружающей среды* электродвигатели изготавливаются в защищенном, закрытом и взрывонепроницаемом и другом исполнении.

Защищенные от попадания мелких предметов и капель двигатели предназначены для работы в сухих, непыльных помещениях.

Закрытые двигатели устанавливаются в помещениях с повышенной влажностью, воздухом, загрязненным пылью и неметаллическими включениями,арами масел и керосина.

Взрывозащищенные двигатели имеют корпус, способный выдерживать взрыв газа внутри машин и исключающий при этом выброс пламени в окружающую среду. Они предназначены для работы во взрывоопасных помещениях (шахты). На крышке коробки выводов этих двигателей отлит рельефный знак РВ – рудничный взрывобезопасный или ВЗГ – взрывобезопасный в газовой среде.

По способу охлаждения различают двигатели с естественным охлаждением, самовентиляцией (внутренней или наружной) и принудительным охлаждением.

По способу монтажа выпускаются двигатели с горизонтальным расположением вала и станиной на лапах, с вертикальным расположением вала и фланцевым креплением. Выбираемый двигатель должен иметь тот же способ установки крепления и соединения с механизмом, что и заменяемый.

**Выбор двигателя по мощности.** Завершающим этапом является определение номинальной мощности электродвигателя и выбор по ней в каталоге необходимого двигателя. Однако номинальную мощность просто определить только при длительном режиме работы с постоянной нагрузкой, которую и принимают за номинальную.

В подавляющем большинстве случаев момент на валу двигателя, потребляемый ток и требуемая мощность двигателя изменяются во времени. Нагрузочные диаграммы многих механизмов включают периоды работы и паузы. При такой переменной нагрузке двигатели должны удовлетворять условиям допустимого нагрева, обладать максимальным моментом, достаточным для преодоления кратковременных перегрузок, а при пуске с большой нагрузкой – иметь избыточный пусковой момент для обеспечения разгона привода.

Допустимый нагрев определяется наименее теплостойким материалом двигателя, т. е. изоляцией обмоток двигателя. Срок ее службы практически и определяет срок службы электродвигателя. Следовательно, мощность двигателя должна иметь такое значение, чтобы изоляция двигателя не перегревалась при наиболее тяжелых условиях работы привода.

По нагревостойкости применяемые в двигателях материалы подразделяются на несколько классов.

Изоляция класса А (пропитанные волокнистые материалы допускают температуру нагрева до 105 °С); класса В (материал на осно-

ве слюды, асбеста, стекловолокна с пропиткой – до 130 °C); класса Н (те же материалы, что и класса В, но с пропиткой кремнийорганическими связующими – до 180 °C).

## 9.2. Нагрев и охлаждение электрических двигателей и температура перегрева. Номинальные режимы работы электродвигателя и нагрузочные диаграммы

Работа электродвигателя сопровождается потерей части энергии, которая превращается в тепло. Мощность потерь  $\Delta P = P(1/\eta - 1)$  тем больше, чем большую мощность  $P$  развивает двигатель на валу, и чем ниже его КПД  $\eta$ . Следовательно, с ростом нагрузки температура изоляции двигателя будет возрастать и может достигнуть опасных значений.

Температура двигателя зависит еще и от температуры окружающей среды. При расчетах ее принимают, равной +40 °C.

Разность между температурами двигателя и среды называют температурой перегрева и обозначают через  $\tau$  °C. Например, для изоляции класса А допустимая температура перегрева составляет 65 °C.

При постоянной нагрузке через некоторое время температура двигателя достигает установившегося значения, при котором вся теплота, выделяющаяся в двигателе, отдается в окружающую среду, т. е. наступает тепловое равновесие. Уравнение теплового баланса электродвигателя при постоянной нагрузке имеет вид [7]

$$\Delta P dt = C d\tau + A\tau dt, \quad (9.1)$$

где  $C$  – теплоемкость двигателя, Вт · с/град;  $d\tau$  – перегрев, соответствующий времени  $dt$ , за который выделяется энергия  $\Delta P dt$ ;  $A$  – коэффициент теплоотдачи при нагревании, Вт/град.

С момента наступления теплового равновесия повышение температуры двигателя прекращается ( $d\tau = 0$ ), установившаяся температура перегрева приобретет значение

$$\tau_{\text{онд}} = \frac{\Delta P}{A}. \quad (9.2)$$

Каждой нагрузке двигателя соответствует свое значение  $\tau_{\text{онд}}$ . Очевидно, что двигатель может нагружаться только такой мощностью, при которой  $\tau_{\text{онд}} \leq \tau_{\text{нн}}$ . Эту мощность и называют номинальной.

Для увеличения теплоотдачи и, следовательно, для уменьшения  $\tau_{\text{оñð}}$  при заданной мощности потерь  $\Delta P$  в соответствии с (9.2), двигатели снабжают вентиляторами и применяют ребристые корпуса.

Разделим (9.1) на  $A d t$ :

$$\frac{\Delta P}{A} = \frac{C d \tau}{A d t} + \tau. \quad (9.3)$$

С учетом (9.2) получим

$$\tau_{\text{оñð}} = \dot{Q}_i \frac{d \tau}{d t} + \tau, \quad (9.4)$$

где  $T_i = \tilde{N}/A$  – постоянная времени нагревания.

Решение линейного дифференциального уравнения (9.4) дает закон изменения температуры двигателя во времени

$$\tau(t) = \tau_{\text{оñð}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right) + \tau_{\text{иà÷}} e^{-\frac{t}{T_i}}, \quad (9.5)$$

где  $\tau_{\text{иà÷}}$  – начальное превышение температуры, с которым двигатель начинает работать.

Если  $\tau_{\text{иà÷}} = 0$ , то из (9.5) получаем

$$\tau(t) = \tau_{\text{оñð}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right). \quad (9.6)$$

Функциям (9.6) отвечают графики, показанные на рис. 9.1.

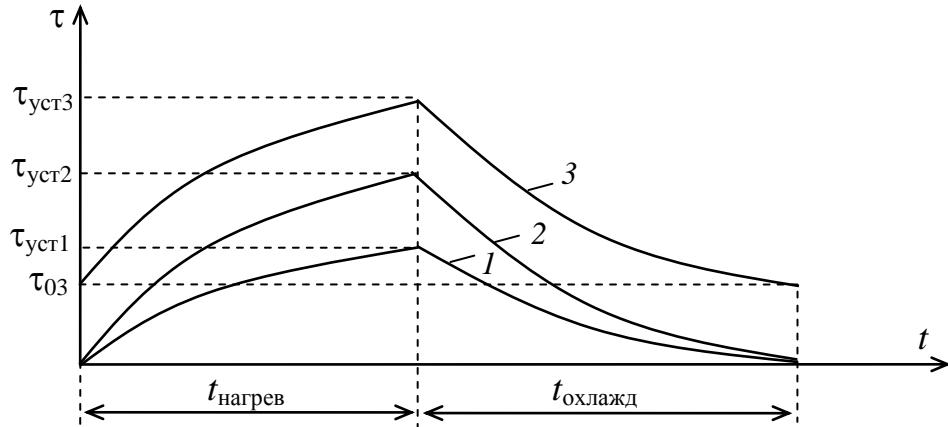


Рис. 9.1. Изменение температуры двигателя во времени:  
1, 2 – «холодный» двигатель ( $\tau_{\text{fa}\pm} = 0$ ); 3 –  $\tau_{\text{fa}\pm} = \tau_{03}$

Из рис. 9.1 следует, что температура двигателя изменяется во времени по экспоненте. После включения двигателя его температура достигает установившегося значения за время  $3...5T_i$ .

После отключения питания двигателя выделение тепла в нем прекращается.  $\Delta P = 0$ ,  $\tau_{\text{оñð}} = 0$  и выражение (9.5) для режима охлаждения примет вид

$$\tau(t) = \tau_{\text{fa}\pm} e^{-\frac{t}{\dot{\theta}_{\text{оñð}}}},$$

где  $\dot{\theta}_{\text{оñð}} = C / A_{\text{оñð}}$  – постоянная времени охлаждения двигателя;  $A_{\text{оñð}}$  – теплоотдача при охлаждении.

Время охлаждения двигателя до температуры охлаждающей среды  $t_{\text{оñð}} = 3...5T_{\text{оñð}}$ .

При эксплуатации двигателей их регулярно продувают и очищают поверхность от пыли для увеличения теплоотдачи.

При эксплуатации двигателей, как правило, нагрузка на валу изменяется и, кроме того, двигатель на время отключают.

Для учета разнообразных условий работы электродвигателя и правильного определения его мощности рассчитывают и строят нагрузочные диаграммы  $M(t)$ ,  $P(t)$ ,  $I(t)$ . По виду диаграммы определяют режим работы двигателя. Эти режимы стандартизованы. Различают 3 основных режима: длительный (S1), кратковременный (S2) и повторно-кратковременный (S3). Для каждого из них условия нагрева и охлаждения различны.

**Длительным** называют режим, при котором температура двигателя достигает установившегося значения.

Различают длительный режим с постоянной и переменной нагрузкой. Длительно с постоянной нагрузкой работают вентиляторы, насосы, компрессоры, некоторые транспортеры, текстильные станки. Нагрузочная диаграмма для этого режима приведена на рис. 9.2, а.

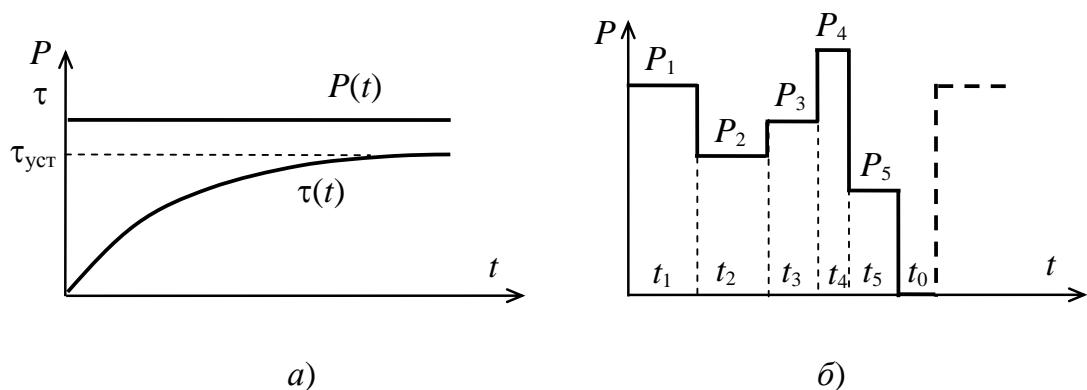


Рис. 9.2. Диаграммы  $P(t)$  и  $\tau(t)$  двигателя в длительном режиме работы при постоянной (а) и переменной (б) нагрузках

Длительно с переменной нагрузкой (рис. 9.2, б) работают поршневые компрессоры, прокатные станы, токарные, сверлильные, фрезерные станки и др. На щитке двигателя длительного режима приводятся обозначения «длит» или символ S1.

**Кратковременным** называют такой режим работы электродвигателя, при котором он ограниченное время работает (при этом его температура не достигает установившегося значения), а паузы в работе настолько велики, что двигатель успевает полностью охладиться до температуры окружающей среды. Нагрузочная диаграмма  $P(t)$  и график перегрева  $\tau(t)$  для этого режима приведены на рис. 9.3.

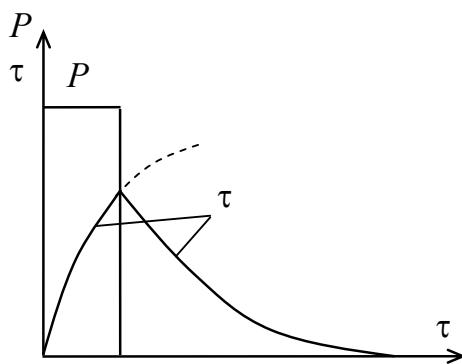


Рис. 9.3. Диаграммы  $P(t)$  и  $\tau(t)$  для кратковременного режима

В режиме кратковременной нагрузки работают вспомогательные приводы станков, разводных мостов, шлюзов, задвижек турбо- и газопроводов и других механизмов. На щитке электродвигателей этого режима указывается время работы при номинальной мощности: 30,60 или 90 минут и символ S2. такие двигатели выпускаются малыми сериями.

**Повторно-кратковременным** называют такой режим работы электродвигателя, при котором кратковременные периоды работы регулярно чередуются с кратковременными паузами, причем в период нагрузки температура электродвигателя не достигает  $\tau_{\text{онд}}$ , а в период паузы она не успевает опуститься до температуры окружающей (охлаждающей) среды. Диаграмма мощности  $P(t)$  и график перегрева  $\tau(t)$  для этого режима приведен на рис. 9.4.

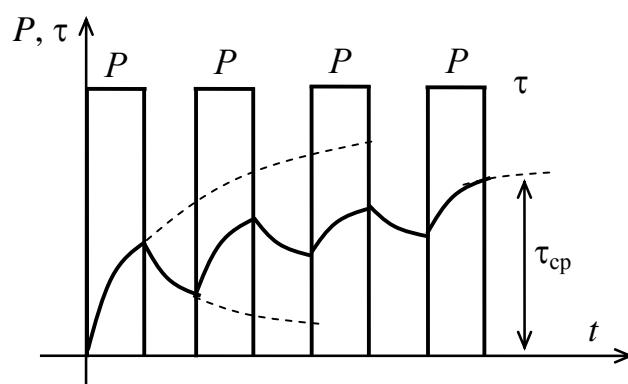


Рис. 9.4. Диаграммы  $P(t)$ ,  $\tau(t)$  для повторно-кратковременного режима двигателя

Перегрев  $\tau(t)$  электродвигателя изменяется по пилообразной ломаной линии, состоящей из отрезков кривых нагрева и охлаждения.

При многократном повторении циклов перегрев  $\tau$  колеблется около некоторого среднего значения  $\tau_{\text{нð}}$ . Типичным примером работы в повторно-кратковременном режиме является работа привода подъемных кранов, многих металорежущих станков. Электропромышленность выпускает специальные крановые двигатели для работы в подъемно-транспортных устройствах. На щитке таких двигателей в графе «режим работы» указывается символ S3 и относительная продолжительность включения ПВ %, обозначаемая так же буквой  $\epsilon$  (эпсилон):

$$\ddot{\epsilon} \hat{A} \% = \frac{t_{\delta}}{t_{\delta} + t_0} 100 \% = \frac{t_{\delta}}{t_{\delta}} 100 \% , \quad (9.7)$$

где  $t_{\delta}$  – время работы;  $t_0$  – продолжительность паузы;  $t_{\delta} = t_{\delta} + t_0$  – продолжительность цикла.

Значение ПВ стандартизовано и составляет 15, 25, 40 и 60 %. Например, если на щитке кранового двигателя указаны  $P_i = 11$  кВт при  $\ddot{\epsilon} \hat{A} = 40 \%$ , то это означает, что данный двигатель может работать при номинальной мощности в 11 кВт в течение 4 мин, а затем он должен быть отключен от сети на 6 мин (длительность цикла равна 10 мин).

### 9.3. Расчет мощности и выбор электродвигателей по каталогу для различных режимов работы привода

#### 9.3.1. Выбор электродвигателя для длительно-переменного режима

Пусть нагрузочная диаграмма задана в виде зависимости момента  $M(t)$  на валу двигателя (рис. 9.5).

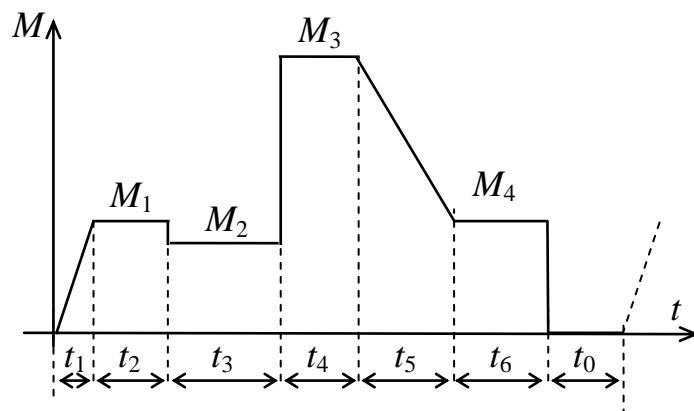


Рис. 9.5. Диаграмма  $M(t)$  к примеру выбора электродвигателя для длительного режима с переменной нагрузкой

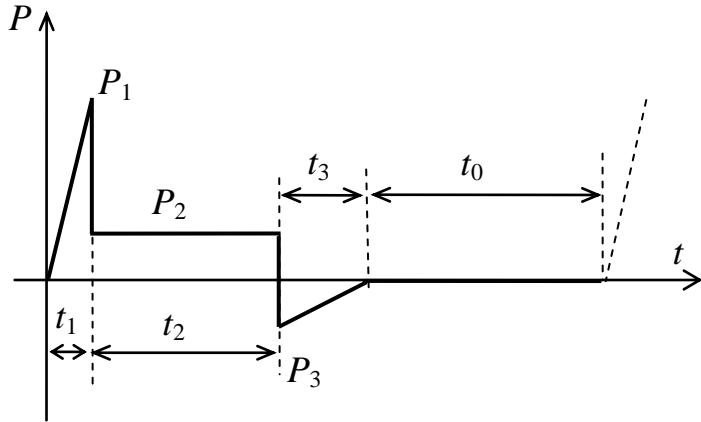


Рис. 9.6. Нагрузочный график работы электродвигателя в повторно-кратковременном режиме

Для определения мощности  $P_{\text{экв}}$  в начале определяют  $M_{\text{экв}}$ , эквивалентный реальной переменной нагрузке (по нагреву двигателя).

Если бы диаграмма  $M(t)$  состояла только из горизонтальных участков, то  $M_{\text{экв}}$  можно было бы определять по формуле [9]:

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \dots + M_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n + t_0}}, \text{Н/м.} \quad (9.8)$$

Поскольку первый участок (рис. 9.5) имеет вид треугольника, то для этого участка эквивалентный момент определяется по формуле:

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1}{3 t_1}} = \frac{M_1}{\sqrt{3}}. \quad (9.9)$$

Для участка, имеющего вид трапеции (пятый участок на рис. 9.5),

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{(M_3^2 + M_3 M_4 + M_4^2) \frac{t_5}{3}}{t_5}} = \sqrt{\frac{M_3^2 + M_3 M_4 + M_4^2}{3}}, \text{Н/м.} \quad (9.10)$$

С учетом приведенных выражений формулу для  $M_{\text{экв}}$ ,ирующую диаграмме  $M(t)$  (рис. 9.5), запишем в виде

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{\frac{M_1^2 t_1}{3} + M_1^2 t_2 + M_2^2 t_3 + M_3^2 t_4 + (M_3^2 + M_3 M_4 + M_4^2) \frac{t_5}{3} + M_4^2 t_6}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_0}}. \quad (9.11)$$

По  $M_{\text{ней}}$  далее определяют эквивалентную мощность

$$P_{\text{ней}} = \frac{\dot{I}_{\text{ней}} n}{9,55}, \text{ Вт.} \quad (9.12)$$

Тип двигателя выбирают по справочнику по условиям работы электропривода. При этом его мощность  $P_{2i}$  должна быть близка к  $P_{\text{ней}}$ , и должно выполняться неравенство

$$P_{2i} > P_{\text{ней}}. \quad (9.13)$$

Выбрав тип двигателя, записывают его параметры  $P_{2i}$ ,  $\eta_i$ ,  $m = M_{\max} / M_i$  и  $i = I_{\text{ном}} / I_{i2}$ , и производят проверку на перегрузочную способность, т. е. на выполнение неравенства

$$M_{\text{доп}} > M_{\text{норм. max}}, \quad (9.14)$$

где  $M_{\text{доп}}$  – допустимый момент двигателя с учетом возможного снижения питающего напряжения на 10 % от номинального, т. е.

$$M_{\text{доп}} = (1 - 0,1)^2 M_{\max} = 0,81 M_{\max} = 0,81 m M_i, \quad (9.15)$$

где  $M_{\text{норм. max}}$  – максимальный статический момент ( $\dot{I}_{\text{норм. max}} = M_3$ , рис. 9.5).

При этом

$$M_i = \frac{9,55 P_{2i}}{n_i}, \quad (9.16)$$

$$n_i = n(1 - s_i). \quad (9.17)$$

Если неравенство (9.14) выполняется, то электродвигатель выбран правильно, а если нет, то берут двигатель с большей мощностью  $P_{2i}$ , и проверку на перегрузочную способность повторяют.

### **9.3.2. Выбор электродвигателя для повторно-кратковременного режима**

Пусть, к примеру, требуется определить мощность и выбрать электродвигатель для станка, работающего в повторно-кратковременном режиме по нагрузочному графику рис. 9.6 при частоте вращения  $n_i$ :

– определяют эквивалентную мощность

$$P_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + \dots + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0}}; \quad (9.18)$$

– подсчитывают далее действительную величину продолжительности включения ПВ1

$$\bar{I}A_1 \% = \frac{\sum t_{\delta}}{\sum t_{\delta} + t_0} 100 \%, \quad (9.19)$$

а также мощность двигателя при стандартном ПВ (например, при ПВ<sub>60</sub>) по соотношению

$$D_{60} = D_{\text{экв}} \sqrt{\frac{\bar{I}A_1}{\bar{I}A_{60}}}. \quad (9.20)$$

По справочнику выбирают трехфазный асинхронный электродвигатель с повышенным скольжением серии 4АС с частотой  $n_{21} = n_1$  и мощностью  $P_{21} > P_{60}$  и записывают его номинальные параметры  $D_{21}$ ,  $s_1$ ,  $n_{21}$ ,  $s_{\text{эд}}$ ,  $m = M_{\max} / M_1$ .

Далее проверяют двигатель на перегрузочную способность по выполнению неравенства

$$\lambda_{\max} = \frac{P_{\max}}{P_{21}} \leq m, \quad (9.21)$$

где  $P_{\max} = P_1$  (из графика на рис. 9.6).

### 9.3.3. Выбор электродвигателя для кратковременного режима

Пусть требуется определить мощность и выбрать из справочника электродвигатель для перемещения суппорта токарного станка со скоростью  $V$ , если вес суппорта  $G$ , коэффициент трения в направляющих –  $\mu$  (при движении) и  $\mu_0$  (в покое). Синхронная частота вращения магнитного поля статора  $n$  об/мин, коэффициент допустимой перегрузки –  $\lambda_{\text{дл}}$ , КПД –  $\eta_{\text{эд}}$ .

Определяется мощность электродвигателя с учетом кратковременной допустимой перегрузки [5]

$$P = \frac{G \mu V}{\lambda_{\text{дл}} \eta_{\text{эд}}} 10^{-3} \text{ кВт.} \quad (9.22)$$

По справочнику выбирается трехфазный асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором (как самый дешевый) и выписываются его параметры:  $P_{2i}$ ,  $s_i$ ,  $n_{2i}$ ,  $s_{\text{ед}}$ ,  $m_n = M_i / M_1$ ,  $m$ .

Далее выбранный электродвигатель проверяется по допустимой перегрузке, т. е. по выполнению неравенства

$$0,81 \frac{M_{\max}}{M_1} > \lambda_{\text{дл}} , \quad (9.23)$$

а также по пусковым свойствам, т. е. по выполнению неравенства

$$0,81 M_n > M_{\text{нл.макс}} , \quad (9.24)$$

где для рассматриваемого примера момент сопротивления  $M_{\text{нл.макс}}$  при трогании суппорта с места можно определить по выражению [9]:

$$M_{\text{нл.макс}} = \frac{G \mu_0 V}{\eta_{\text{раб}} \omega_0 (1 - \lambda_{\text{дл}} S_1)} , \quad (9.25)$$

а синхронная угловая частота вращения магнитного поля двигателя  $\omega_0$  равна

$$\omega_0 = \frac{\pi n_1}{30} . \quad (9.26)$$

Если неравенство (9.23) выполняется, то выбранный электродвигатель по перегрузке подходит.

Если неравенство (9.24) выполняется, то выбранный электродвигатель обеспечивает  $M_n$  и выбран правильно. Если же проверка не проходит, то следует выбрать другой двигатель и повторить проверку.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Дайте определение электропривода. Из каких элементов он состоит?
2. Какие виды электроприводов вам известны?
3. Сформулируйте (перечислите) задачи, которые требуется решить при выборе электродвигателя для электропривода.
4. Какова очередность выбора типа электродвигателя по экономическим соображениям?
5. Перечислите основные классы изоляции по нагревостойкости.

6. Какого вида функции подчиняется процесс нагрева и охлаждения двигателя? Что понимается под температурой перегрева?

7. Что понимается под нагрузочной диаграммой электропривода и как по виду диаграммы определяется режим работы двигателя?

8. Дайте краткую характеристику длительного, повторно-кратковременного и кратковременного режима работы двигателя.

9. Как выбирают двигатель по мощности для длительного (продолжительного) режима с переменной нагрузкой по эквивалентному (среднеквадратичному) моменту?

10. Для чего выбранный двигатель по эквивалентной мощности проверяется на перегрузку?

11. Приведите графики изменения мощности  $P(t)$  на валу и температуры перегрева  $\tau(t)$  для кратковременного режима работы электродвигателя.

12. Как выбирается двигатель по мощности для кратковременного режима? Какие после этого производятся проверки?

13. Приведите графики изменения момента  $P(t)$  и температуры перегрева  $\tau(t)$  для повторно-кратковременного режима работы двигателя.

14. Как выбирается двигатель по мощности и какие после этого производятся проверки для повторно-кратковременного режима?

15. Объясните, что такое ПВ и для каких значений ПВ выпускаются электродвигатели.

## **ГЛАВА 10. ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ**

Электроэнергетика является одной из важнейших отраслей народного хозяйства. Ее задачей является производство, передача и распределение электроэнергии между потребителями. Процессы генерации, канализации и распределения осуществляются одновременно. В электроэнергетике нет склада готовой продукции. Электроэнергия должна быть произведена и передана потребителю в тот момент и в таком количестве, когда и в каком количестве она потребителю необходима.

Основными элементами системы электроснабжения являются электростанции, линии электропередач, повышающие и понижающие трансформаторные подстанции и распределительные устройства.

## **10.1. Виды станций, вырабатывающих электрическую энергию, и их краткая характеристика**

Производство электроэнергии осуществляется на электрических станциях, на которых устанавливаются трехфазные синхронные генераторы, вырабатывающие электроэнергию синусоидального тока частотой 50 Гц напряжением 3...35 кВ. Тип электростанции зависит от вида первичной энергии, преобразуемой в электрическую.

На *тепловых электростанциях* электрическая энергия вырабатывается за счет химической энергии, запасенной в сжигаемом топливе (в каменном угле, торфе, мазуте, нефти, природном газе). При этом химическая энергия преобразуется в тепловую, а затем – в электрическую.

Первичным двигателем, вращающим генератор, является паровая или газовая турбина. Если часть пара турбины расходуется на отопление зданий или другие технологические нужды, то электростанцию называют теплофикационной (теплоэлектроцентраль, ТЭЦ); если отбор пара не производится, то электростанция называется конденсационной (КЭС).

На *гидроэлектростанциях* (ГЭС) используется кинетическая энергия потока воды. Сооружаемые на реках плотины обеспечивают перепады воды от нескольких метров на равнинных реках до сотни метров на горных реках.

На *атомных электростанциях* (АЭС) используется энергия деления атомных ядер радиоактивного топлива (чаще всего урана-235). По количеству получаемой энергии 1 кг урана эквивалентен 2900 тоннам угля.

Из других типов электростанций можно назвать дизельные, ветряные, гелиоэлектростанции, геотермальные и приливные.

Дизельные электростанции являются, как правило, мобильными. В них генератор приводится в движение дизельным двигателем. Их используют в качестве резервных источников питания на других типах электростанций, а также в труднодоступных районах, где нет централизованного электроснабжения.

На *ветроэлектростанциях* используется энергия ветра. Они сооружаются там, где открытые территории и достаточная скорость ветра.

На солнечных (гелио-) электростанциях используется энергия солнца (светового потока). Их сооружают в районах с жарким климатом при большом числе солнечных дней в году.

На геотермальных станциях используется дешевая энергия подземных тепловых источников.

На приливных электростанциях (ПЭС) используется энергия приливов и отливов.

## 10.2. Общие сведения о линиях электропередач

Для передачи электроэнергии от электростанции к потребителям сооружают высоковольтные линии электропередач напряжением 6, 10, 20, 35, 110, 150, 220, 330, 500, 750 и более киловольт.

Линии большой протяженности, как правило, сооружаются воздушными, а малой – кабельными.

При сооружении воздушных ЛЭП применяют высоковольтные железобетонные и металлические опоры. Для крепления проводов к опорам и их изоляции применяют фарфоровые и стеклянные изоляторы. Чем выше напряжение, тем выше должны быть опоры и тем больше изоляторов должно входить в каждую гирлянду.

Воздушная ЛЭП может быть одноцепной и двухцепной (одна цепь трехфазной линии состоит из трех линейных проводов).

Кроме того, ЛЭП напряжением 110 кВ и выше имеют грозозащитные тросы, соединяющие верхние точки опор и заземленные, а ЛЭП на 220 кВ и выше часто монтируют с расщеплением каждого линейного провода на 2 или 3 для уменьшения потерь на коронирование.

Кабельная линия (кабель) представляет собой несколько проводов изолированных друг от друга и заключенных в общую герметичную оболочку для фиксации изоляции и защиты от воздействия влаги и химических веществ. Такие оболочки выполняют из полиэтилена, алюминия, свинца. Для защиты оболочек кабеля от механических повреждений на них накладывают защитные покровы из стальных лент, называемых броней.

Кабельные линии прокладываются в земле и под водой, а также внутри помещений при напряжениях от 6 до 35 кВ и применяются там, где воздушные линии применять и строить невозможно. Однако кабельные линии дороже воздушных.

Кабели бывают газонаполненными, с избыточным давлением инертного газа (обычно азота), а также маслонаполненные – на напряжение 110 кВ.

### **10.3. Общие сведения о трансформаторных подстанциях и распределительных устройствах**

С помощью трехфазных силовых трансформаторов на переменном токе осуществляется повышение напряжения до величины 110 кВ и выше для минимизации потерь электроэнергии при передаче ее по ЛЭП, а также многократное ступенчатое понижение напряжения до величин, безопасных для потребления электроприемниками, т. е. до величин 10; 6,3 кВ; 660; 380; 220; 127 В. Характеристики и параметры трансформаторов рассматривались в главе 6.

В состав трансформаторных подстанций кроме трансформаторов входят распределительные устройства (РУ), конденсаторные батареи для компенсации реактивной мощности, источники автономного питания вторичных цепей (цепей управления, контроля и защиты).

Трансформаторные подстанции являются основным звеном системы электроснабжения. В зависимости от положения в энергосистеме, назначения, значений первичного и вторичного напряжения их можно подразделить на районные подстанции, подстанции промышленных предприятий, тяговые подстанции, подстанции городской электрической сети, заводские и цеховые подстанции.

Каждая подстанция имеет распределительное устройство, содержащее коммутационные аппараты, устройства защиты и автоматики, измерительные приборы, соединительные шины, вспомогательные устройства.

По конструктивному устройству РУ делятся на открытые (ОРУ) и закрытые (ЗРУ). Они могут быть комплектными (сборка на заводе-изготовителе) или сборными (сборка частично или полностью на месте применения). Большая часть оборудования ОРУ располагается на открытом воздухе, а ЗРУ – в помещении.

### **10.4. Высоковольтные электрические аппараты**

Для связи трансформаторов с ЛЭП применяются различные высоковольтные коммутационные аппараты: выключатели, разъединители, отделители и др.

*Высоковольтные выключатели* предназначены для включения и отключения цепи с рабочим током, а также для отключения цепи с током короткого замыкания. Применяются масляные и воздушные электромагнитные выключатели. В масляных выключателях масло служит в качестве газогенерирующего материала для быстрого гашения электрической дуги.

В воздушных выключателях дуга гасится в дугогасительных камерах с помощью газового дутья (при высоком давлении).

Разъединители предназначены для отключения и включения цепей под напряжением и для создания видимого разрыва в цепях высокого напряжения. Разъединители не имеют дугогасительных устройств, поэтому отключать цепи под током, а также включать цепи под нагрузку с помощью разъединителя запрещается. Таким образом, разъединителем пользуются после отключения цепи высоковольтным выключателем для снятия напряжения с контактов выключателя и других элементов электроустановки.

Кроме того, применяются высоковольтные предохранители, измерительные трансформаторы тока и напряжения и другие высоковольтные аппараты.

## 10.5. Принципиальная схема электроснабжения

В большинстве случаев электроснабжение промышленных предприятий и других потребителей осуществляется от энергосистемы. *Энергосистемой* называется объединение электростанций, связанных между собой и потребителями электрической энергии высоковольтными ЛЭП и распределительными линиями.

На рис. 10.1 приведен пример принципиальной схемы электроснабжения, в которой объединена мощная гидроэлектростанция (ГЭС) и тепловая государственная районная электростанция (ГРЭС), отстоящие на большом расстоянии от места потребления электроэнергии.

От ГЭС и ГРЭС энергия с помощью повышающих трансформаторов и ЛЭП 500 кВ и 220 кВ передается на мощную районную понизительную подстанцию А.

На этой подстанции осуществляется связь с двумя станциями, имеющими различные напряжения при входе на подстанцию и понижения напряжения до 110 кВ.

ЛЭП Л1, Л2, Л3, Л4 образуют вокруг промышленного района кольцевую сеть напряжением 110 кВ. Внутри этого района расположены главные понизительные подстанции (ГПП), питающие электроприемники промышленных предприятий, коммунальных и сельскохозяйственных потребителей. От ГПП электроэнергия передается на цеховые трансформаторные подстанции (ТП), где напряжение понижается до рабочего 660/380 и 380/220 В.

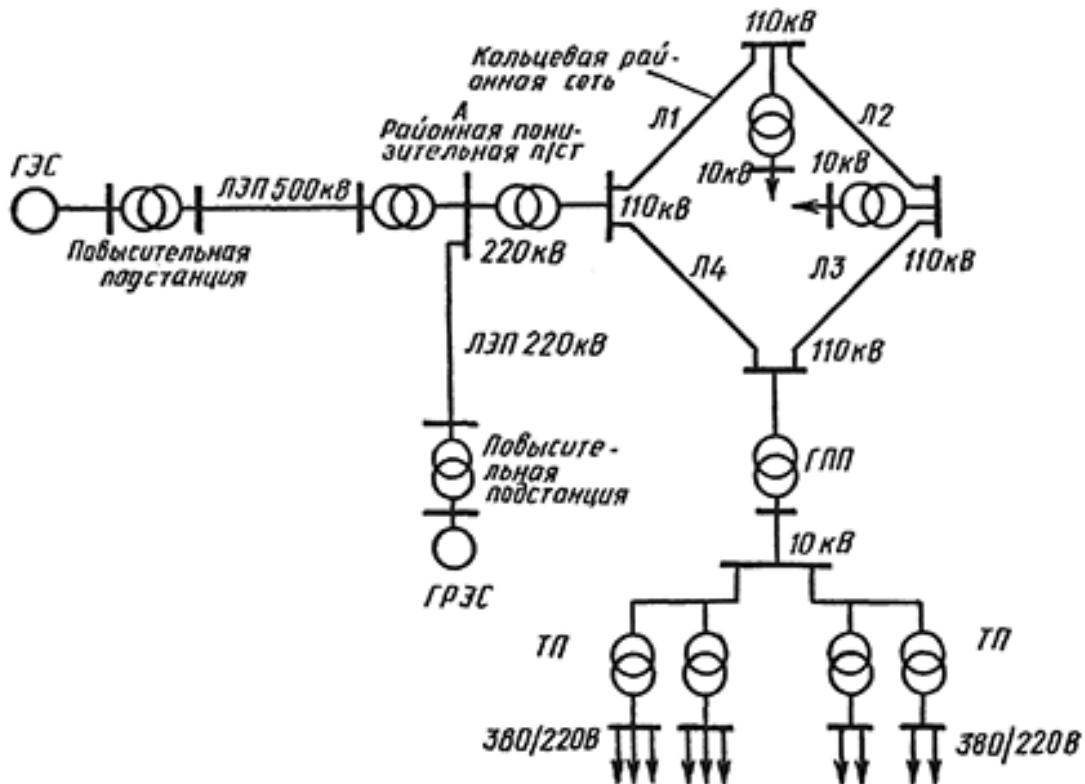


Рис. 10.1. Принципиальная схема электроснабжения

Совокупность устройств для соединения источников электрической энергии с потребителями называют электрическими сетями. Электрические сети, к которым непосредственно присоединяются приемники, называются распределительными.

Распределение электроэнергии между цехами, ТП и РП, между РП и приемниками осуществляется по радиальной, магистральной или смешанной схеме.

Каждая радиальная линия питает трансформаторную подстанцию либо отдельный электроприемник, а от магистральной – питается ряд приемников.

### Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение энергосистемы и перечислите ее функциональные составляющие (элементы).
2. Какие задачи решаются электроэнергетической системой?
3. Перечислите известные вам виды электростанций и дайте краткую характеристику процессов преобразования энергии на них.
4. Какие функции выполняются линиями электропередачи, и какие их виды применяются в электросетях?

5. Перечислите основные параметры ЛЭП, укажите конструктивные составляющие воздушных и кабельных ЛЭП. Приведите примеры применения ЛЭП.

6. Какие функции выполняются трансформаторными подстанциями и распределительными устройствами, и какие виды распределительных устройств применяются в системе электроснабжения?

7. Какие элементы (устройства и аппараты) входят в состав РУ?

8. Какие виды высоковольтных электрических аппаратов вам известны и для чего они применяются в системе электроснабжения?

9. Дайте определения электрических сетей как составной части системы электроснабжения.

10. Приведите (начертите) фрагмент принципиальной схемы электроснабжения, содержащей электростанции, ТП, ЛЭП, распределительные электросети и поясните, как она функционирует.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Электротехника / Б. А. Волынский [и др.]. – Ленинград : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
2. Электротехника : учеб. для неэлектротехн. специальностей вузов / под ред. Герасимова. – Москва : Высш. шк., 1985.
3. Иванов, И. И. Электротехника / И. И. Иванов, В. С. Равдоник. – Москва : Высш. шк., 1984.
4. Борисов, Ю. М. Электротехника : учеб. для вузов / Ю. М. Борисов. – Москва : Энергоатомиздат, 1985.
5. Касаткин, А. С. Электротехника : учеб. для вузов / А. С. Касаткин. – Москва : Академия, 2005. – 525 с.
6. Драхсел, Р. Основы электроизмерительной техники / Р. Драхсел ; пер. с нем. ; под ред. В. Ю. Кончаловского. – Москва : Энергоиздат, 1982.
7. Клаунитцер, Г. Введение в электротехнику / Г. Клаунитцер. – Москва : Энергоатомиздат, 1985.
8. Елкин, В. Д. Электрические аппараты / В. Д. Елкин, Т. В. Елкина. – Минск : Дизайн ПРО, 2003. – 168 с.
9. Харизоменов, И. В. Электрооборудование и электроавтоматика металорежущих станков / И. В. Харизоменов. – Москва : Машиностроение, 1975. – 264 с.
10. Алиев, И. И. Справочник по электротехнике и электрооборудованию : учеб. пособие для вузов / И. И. Алиев. – 2-е изд., доп. – Москва : Высш. шк., 2000. – 255 с.
11. Алиев, И. И. Электротехнический справочник / И. И. Алиев. – 4-е изд., испр. – Москва : Радио-Софт, 2004. – 384 с.
12. Александров, К. К. Электротехнические чертежи и схемы / К. К. Александров. – Москва : Электроатомиздат, 1990. – 288 с.
13. Иванов, И. И. Электротехника: Основные положения, примеры и задачи. – Санкт-Петербург : Лань, 2002. – 191 с.
14. Мурzin, Ю. М. Электротехника : учеб. пособие для вузов / Ю. М. Мурзин. – Санкт-Петербург : Питер, 2007. – 442 с.
16. Грачев, С. А. Электротехника, электрические машины и аппараты : практ. пособие к лаб. работам / С. А. Грачев, В. В. Соленков, М. П. Тиличенко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2002.
17. Грачев, С. А. Электротехника, электрические машины и аппараты : практ. пособие к лаб. работам / С. А. Грачев, В. В. Соленков, М. П. Тиличенко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2006.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1

### Условные графические обозначения элементов электрических цепей

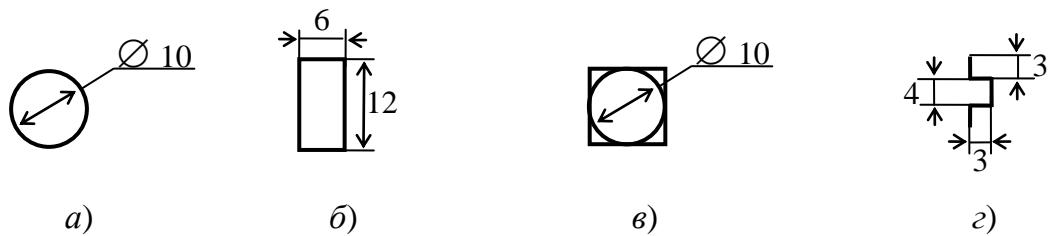


Рис. П.1.1. Элементы привода:

а – привод электромашинный; б – привод электромагнитный;  
в – привод электротепловой; г – привод с помощью биметалла

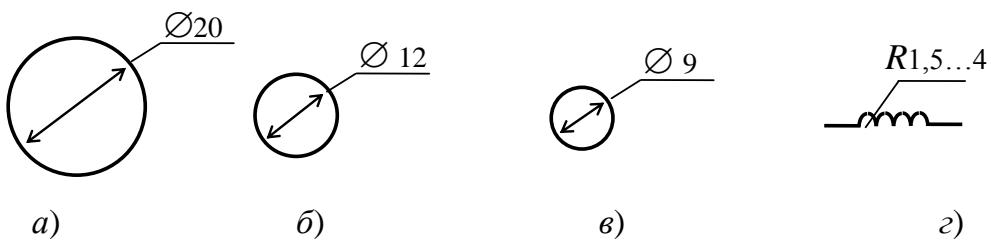


Рис. П.1.2. Электрические машины:

а – общее обозначение; б – статор электрической машины; в – ротор  
электрической машины; г – обмотка, катушка индуктивности

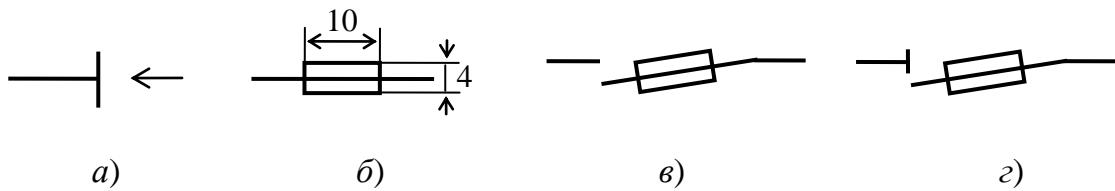


Рис. П.1.3. Предохранители:

а – пробивной; б – плавкий; в – предохранитель-выключатель;  
г – предохранитель-разъединитель

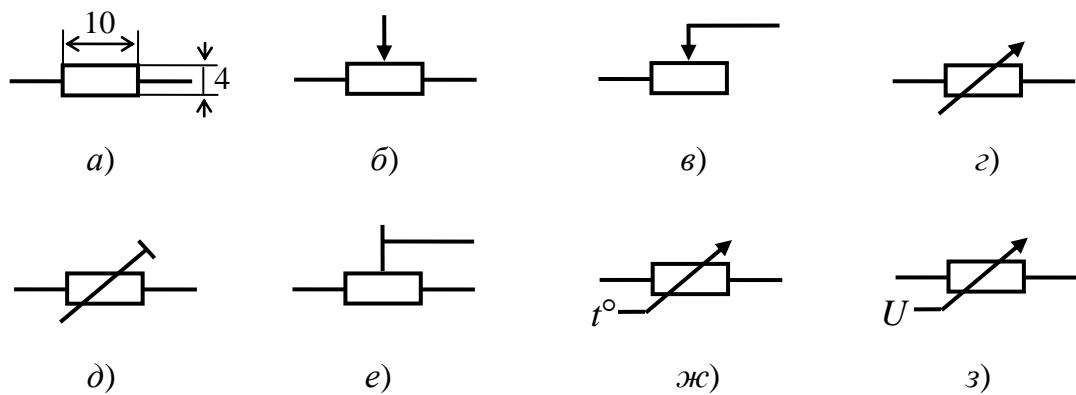


Рис. П.1.4. Резисторы:

*а – постоянный; б, в – переменные; г – с реостатным включением;  
д, е – подстроечные; жс – терморезистор; з – варистор*

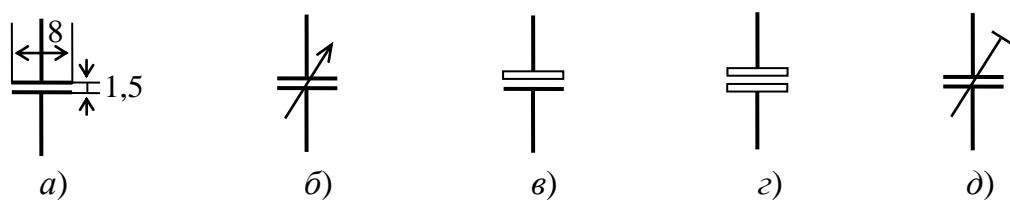


Рис. П.1.5. Конденсаторы:

*а – постоянной емкости; б – переменной емкости; в – полярный;  
г – неполярный; д – подстроечный*

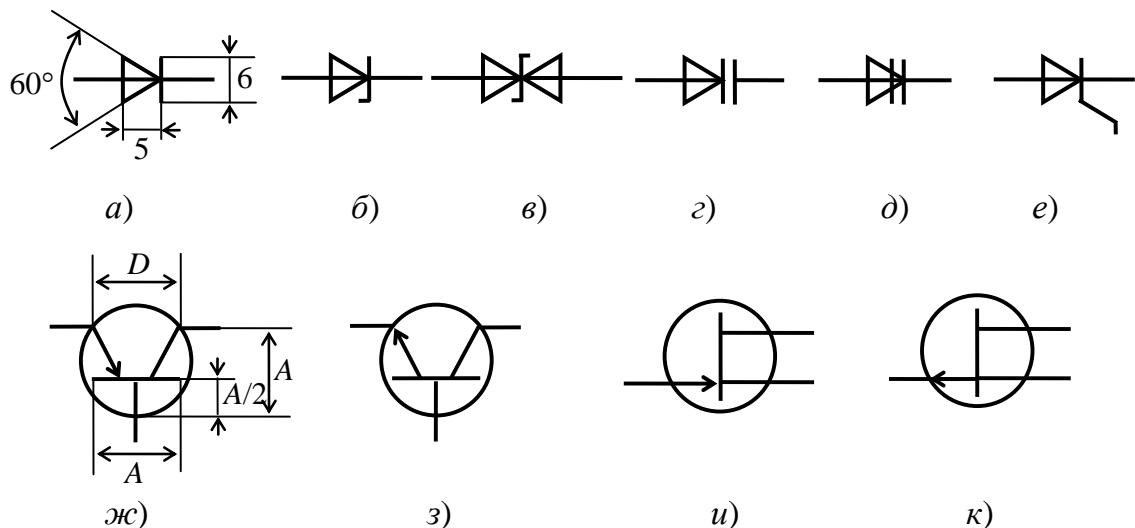


Рис. П.1.6. Полупроводниковые приборы:

*а – диод; б – стабилитрон односторонний; в – стабилитрон двухсторонний;  
г – варилик; д – диодный тиристор (динистор); е – тиристор триодный  
(тринистор); жс – биполярный транзистор типа  $p-n-p$ ; з – биполярный  
тиристор типа  $n-p-n$ ; и – полевой транзистор с каналом  $n$ -типа;  
к – полевой транзистор с каналом  $p$ -типа  
(размеры:  $A = 9 \dots 11$  мм;  $D = 12 \dots 14$  мм)*

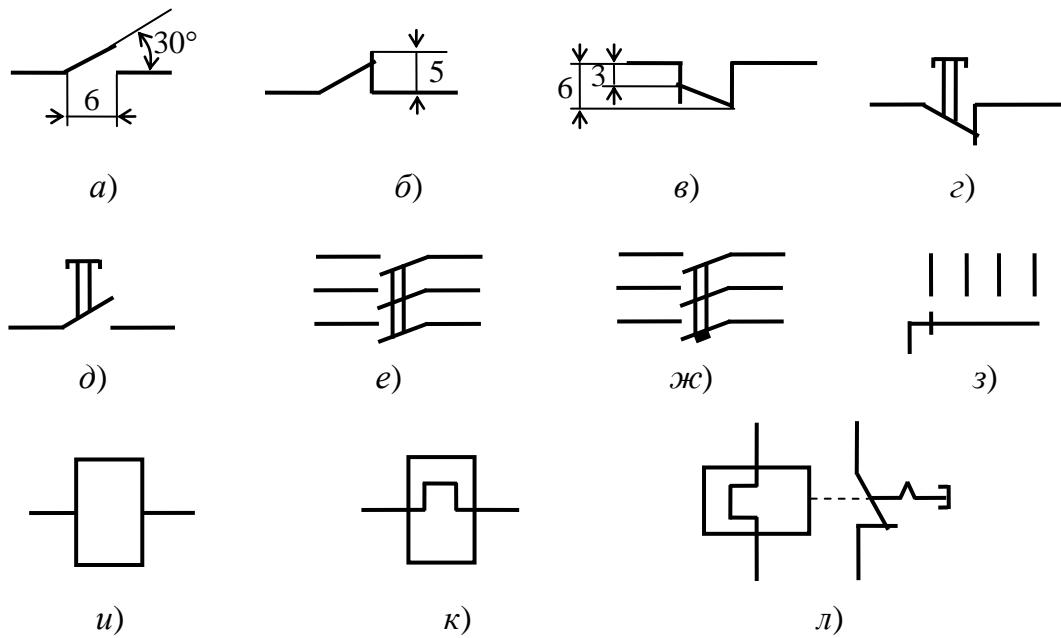


Рис. П.1.7. Коммутационные устройства:

*а – контакт замыкающий; б – контакт размыкающий; в – контакт переключающий; г – контакт кнопочный нажимной размыкающий; д – контакт кнопочный нажимной замыкающий; е – выключатель трехполюсный; жс – выключатель трехполюсный автоматический; з – переключатель однополюсный многопозиционный; и – катушка электромеханического контактора; к – нагревательный элемент электротеплового реле; л – реле электротепловое с возвратом нажатием кнопки*

## Приложение 2

*Таблица П.2.1*

### Условные обозначения, наносимые на электроизмерительные приборы и вспомогательные части

| №<br>п/п  | Символ<br>по<br>МЭК-51 | Наименование | Условное<br>обозна-<br>чение | №<br>п/п | Символ<br>по<br>МЭК-51 | Наименование                          | Условное<br>обозна-<br>чение |
|---|------------------------|--------------|------------------------------|----------|------------------------|---------------------------------------|------------------------------|
| <i>1. Обозначение единиц, их кратных и дольных значений</i> |                        |              |                              |          |                        |                                       |                              |
| 1   | A-1                    | Килоампер    | kA                           | 19       | A-18                   | Мегаом                                | MΩ                           |
| 2   | A-2                    | Ампер        | A                            | 20       | A-19                   | Килоом                                | kΩ                           |
| 3   | A-3                    | Миллиампер   | mA                           | 21       | A-20                   | Ом                                    | Ω                            |
| 4   | A-4                    | Микроампер   | μA                           | 22       | A-21                   | Миллиом                               | mΩ                           |
| 5   | A-5                    | Киловольт    | kV                           | 23       | —                      | Микроом                               | μΩ                           |
| 6   | A-6                    | Вольт        | V                            | 24       | A-22                   | Тесла                                 | T                            |
| 7   | A-7                    | Милливольт   | mV                           | 25       | A-23                   | Миллитесла                            | mT                           |
| 8   | A-8                    | Микровольт   | μV                           | 26       | —                      | Вебер                                 | Wb                           |
| 9   | A-9                    | Мегаватт     | MW                           | 27       | —                      | Милливебер                            | mWb                          |
| 10  | A-10                   | Киловатт     | kW                           | 28       | —                      | Микрофарад                            | μF                           |
| 11  | A-11                   | Ватт         | W                            | 29       | —                      | Пикофарад                             | pF                           |
| 12  | A-12                   | Мегавар      | Mvar                         | 30       | —                      | Генри                                 | H                            |
| 13  | A-13                   | Киловар      | kvar                         | 31       | —                      | Миллигенри                            | mH                           |
| 14  | A-14                   | Вар          | Var                          | 32       | —                      | Микрогенри                            | μH                           |
| 15  | A-15                   | Мегагерц     | MHz                          | 33       | —                      | Коэффициент<br>мощности               | cos φ                        |
| 16  | A-16                   | Килогерц     | kHz                          |          |                        |                                       |                              |
| 17  | A-17                   | Герц         | Hz                           | 34       | —                      | Коэффициент<br>реактивной<br>мощности | sin φ                        |
| 18  | —                      | Тераом       | TΩ                           |          |                        | Градус угла<br>сдвига фаз             |                              |
|   |                        |              |                              | 35       | —                      | Градус<br>Цельсия                     | °C                           |
|   |                        |              |                              | 36       | A-24                   |                                       |                              |

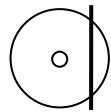
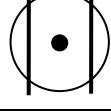
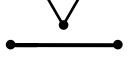
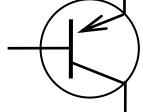
*Продолжение табл. П.2.1*

| №<br>п/п  | Символ<br>по МЭК-51 | Наименование  | Условное обозначение |
|---|---------------------|---|----------------------|
| <i>2. Обозначения рода тока и количество измерительных механизмов</i> |                     |   |                      |
| 37  | B-1                 | Постоянный ток  | —                    |
| 38  | B-2                 | Переменный (однофазный) ток   |                      |
| 39  | B-3                 | Постоянный и переменный ток   |                      |
| 40  | B-4                 | Трехфазный ток (общее обозначение)  |                      |
| 41  | B-5                 | Трехфазный ток при неравномерной нагрузке фаз   |                      |
| 42  | B-6                 | Прибор с одноэлементным измерительным механизмом для трехпроводной сети                                   |                      |
| 43  | B-7                 | Прибор с двухэлементным измерительным механизмом для трехпроводной сети                                   |                      |
| 44  | B-8                 | Прибор с двухэлементным измерительным механизмом для трехпроводной сети при неравномерной нагрузке фаз    |                      |
| 45  | B-9                 | Прибор с двухэлементным измерительным механизмом для четырехпроводной сети при неравномерной нагрузке фаз |                      |
| 46  | B-10                | Прибор с трехэлементным измерительным механизмом для четырехпроводной сети при неравномерной нагрузке фаз |                      |
| <i>3. Обозначение прочности изоляции и положения прибора</i>          |                     |   |                      |
| 47  | C-2                 | Измерительная цепь изолирована от корпуса и испытана напряжением, превышающим 500 В, например, 2кВ        |                      |
| 48  | C-1                 | Измерительная цепь изолирована от корпуса и испытана напряжением 500 В                                    |                      |
| 49  | C-3                 | Прибор испытанию прочности изоляции не подлежит   |                      |
| 50  | C-7                 | Прибор или вспомогательная часть под высоким напряжением  |                      |
| 51  | Д-1                 | Прибор применять при вертикальном положении шкалы   |                      |

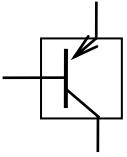
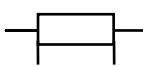
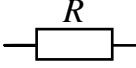
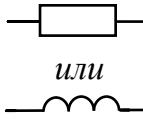
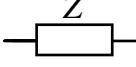
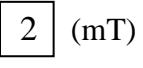
*Продолжение табл. П.2.1*

| №<br>п/п  | Символ<br>по МЭК-51 | Наименование   | Условное обозначение |
|---|---------------------|--|----------------------|
| 52  | Д-2                 | Прибор применять при горизонтальном положении шкалы  |                      |
| 53  | Д-3                 | Прибор применять при наклонном положении шкалы (например, под углом 60°) относительно горизонтальной плоскости |                      |
| 54  | Д-4                 | Прибор применять в положении Д-1 при рабочей области от 80° до 100°  |                      |
| 55  | Д-5                 | Прибор применять в положении Д-2 при рабочей области от -1° до +1°   |                      |
| 56  | Д-6                 | Прибор применять в положении Д-3 при рабочей области от 45° до 75°   |                      |
| 57  | Д-7                 | Обозначение, указывающее на ориентирование прибора во внешнем магнитном поле                                   | N                    |
| <i>4. Обозначение принципа действия прибора</i> |                     |  |                      |
| 58  | F-1                 | Магнитоэлектрический прибор с подвижной рамкой   |                      |
| 59  | F-2                 | Магнитоэлектрический логометр с подвижными рамками   |                      |
| 60  | F-3                 | Магнитоэлектрический прибор с подвижным магнитом   |                      |
| 61  | F-4                 | Магнитоэлектрический логометр с подвижным магнитом   |                      |
| 62  | F-5                 | Электромагнитный прибор  |                      |
| 63  | F-7                 | Электромагнитный логометр  |                      |
| 64  | F-6                 | Электромагнитный поляризованный прибор   |                      |
| 65  | F-8                 | Электродинамический прибор   |                      |

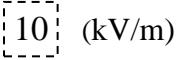
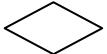
*Продолжение табл. П.2.1*

| <b>№<br/>п/п</b> | <b>Символ<br/>по МЭК-51</b> | <b>Наименование</b>                              | <b>Условное обозначение</b>   |
|------------------|-----------------------------|--|---|
| 66               | F-10                        | Электродинамический логометр                     |    |
| 67               | F-9                         | Ферродинамический прибор                         |    |
| 68               | F-11                        | Ферродинамический логометр                       |    |
| 69               | F-12                        | Индукционный прибор                              |    |
| 70               | F-13                        | Индукционный логометр                            |   |
| 71               | F-14                        | Тепловой прибор с нагреваемой проволокой         |  |
| 72               | F-15                        | Биметаллический прибор                           |  |
| 73               | F-16                        | Электростатический прибор                        |  |
| 74               | F-17                        | Вибрационный прибор (язычковый)                  |  |
| 75               | F-18                        | Термопреобразователь неизолированный             |  |
| 76               | F-19                        | Термопреобразователь изолированный               |  |
| 77               | F-20                        | Электронный преобразователь в измерительной цепи |  |

*Продолжение табл. П.2.1*

| №<br>п/п | Символ<br>по МЭК-51 | Наименование   | Условное обозначение   |
|----------|---------------------|--|--|
| 78       | F-21                | Электронный преобразователь во вспомогательной цепи  |   |
| 79       | F-22                | Выпрямитель  |   |
| 80       | F-23                | Шунт   |   |
| 81       | F-24                | Добавочное сопротивление   |   |
| 82       | F-25                | Индуктивное добавочное сопротивление   | <br><i>или</i><br> |
| 83       | A-26                | Сопротивление добавочное полное  |   |
| 84       | A-27                | Электростатический экран   |   |
| 85       | A-28                | Магнитный экран  |   |
| 86       | F-29                | Астатический прибор  |   |
| 87       | F-30                | Магнитная индукция, выраженная в миллитесла (например, 2 мТл), вызывающая изменение показаний, соответствующее обозначению класса точности; предпочтительно нанесение надписи единицы (мТ) |   |
| 88       | F-31                | Зажим для заземления   |   |
| 89       | F-32                | Корректор  |   |

*Окончание табл. П.2.1*

| <b>№<br/>п/п</b>  | <b>Символ<br/>по МЭК-51</b> | <b>Наименование</b>   | <b>Условное обозначение</b>   |
|---|-----------------------------|---|---|
| 90  | F-33                        | Внимание! Смотри дополнительные указания в паспорте и инструкции по эксплуатации  |  |
| 91  | F-34                        | Поле электрическое, выраженное в киловольтах на метр (например, 10 кВ/м), вызывающее изменение показаний, соответствующее обозначению класса точности; предпочтительно нанесение надписи единицы (кВ/м) |  |
| 92  | F-35                        | Общая вспомогательная часть   |  |
| 93  | F-37                        | Стальной щит толщиной $x$<br>(в миллиметрах)  | <i>Fex</i>  |
| 94  | F-38                        | Стальной щит любой толщины  | <i>Fe</i>   |
| 95  | F-39                        | Нестальной щит любой толщины  | <i>NFe</i>  |
| 96  | F-40                        | Щит любой толщины   | <i>FeNFe</i>  |
| <i>Примечание.</i> При использовании встроенных преобразователей обозначения F-18, F-19, F-20, F-22 и F-35 сочетаются с обозначением прибора, например, с F-1; при использовании внешних преобразователей эти обозначения сочетаются с обозначением F-35. |                             |   |   |

## Приложение 3

Таблица П.3.1

### Буквенные коды видов элементов в электрических схемах

| Первая буква кода | Группа видов элементов  | Примеры видов элементов                                 | Буквенный код |
|-------------------|---|---|---------------|
| A                 | Устройство (общее обозначение)                                      | Усилители, приборы телеконтроля                         |               |
| B                 |   | Громкоговоритель  | BA            |
|                   |   | Многосекционный элемент                                 | BB            |
|                   |   | Детектор ионизирующих излучений                         | BD            |
|                   |   | Сельсин приемник  | BE            |
|                   |   | Телефон (капсюль)                                       | BF            |
|                   |   | Сельсин датчик  | BC            |
|                   |   | Тепловой датчик   | BK            |
|                   |   | Фотоэлемент   | BL            |
|                   |   | Микрофон  | BM            |
|                   |   | Датчик давления   | BP            |
|                   |   | Пьезоэлемент  | BQ            |
|                   |   | Датчик частоты вращения (тахогенератор)                 | BR            |
|                   |   | Звукосниматель  | BS            |
|                   |   | Датчик скорости   | BV            |
| C                 | Конденсаторы  | —   | —             |
| D                 | Схемы интегральные, микросборки                                     | Схема интегральная аналоговая                           | DA            |
|                   |   | Схема интегральная цифровая, логический элемент         | DD            |
|                   |   | Устройства хранения информации                          | DS            |
|                   |   | Устройства задержки                                     | DT            |
| E                 | Элементы разные (осветительные устройства, нагревательные элементы) | Нагревательный элемент                                  | EK            |
|                   |   | Лампа осветительная                                     | EL            |
|                   |   | Пиропатрон  | ET            |
| F                 | Разрядники, предохранители, устройства защитные                     | Дискретный элемент защиты по току мгновенного действия  | FA            |
|                   |   | Дискретный элемент защиты по току инерционного действия | FP            |
|                   |   | Предохранитель плавкий                                  | FU            |
|                   |   | Дискретный элемент защиты по напряжению (разрядник)     | FV            |

*Продолжение табл. П.3.1*

| <b>Первая буква кода</b> | <b>Группа видов элементов</b>   | <b>Примеры видов элементов</b>    | <b>Буквенный код</b> |
|--------------------------|---|-----------------------------------|----------------------|
| G                        | Генераторы, источники питания, кварцевые осцилляторы  | Батарея                           | GB                   |
| H                        | Устройства индикационные и сигнальные   | Прибор звуковой сигнализации      | HA                   |
|                          |   | Индикатор символный               | HG                   |
|                          |   | Прибор световой сигнализации      | HL                   |
| K                        | Реле, контакторы, пускатели   | Реле токовое                      | KA                   |
|                          |   | Реле указательное                 | KH                   |
|                          |   | Реле электротепловое              | KK                   |
|                          |   | Контактор, магнитный пускатель    | KM                   |
|                          |   | Реле времени                      | KT                   |
|                          |   | Реле напряжения                   | KV                   |
| L                        | Катушки индуктивности, дроссели   | Дросель люминесцентного освещения | LL                   |
| M                        | Двигатели постоянного и переменного тока  | —                                 | —                    |
| P                        | Приборы, измерительное оборудование   | Амперметр                         | PA                   |
|                          |   | Счетчик импульсов                 | PC                   |
|                          |   | Частотомер                        | PF                   |
|                          |   | Счетчик активной энергии          | PI                   |
|                          |   | Счетчик реактивной энергии        | PK                   |
|                          |   | Омметр                            | PR                   |
|                          |   | Регистрирующий прибор             | PS                   |
|                          |   | Часы, измеритель времени действия | PT                   |
|                          |   | Вольтметр                         | PV                   |
|                          |   | Ваттметр                          | PW                   |
| Q                        | Выключатели и разъединители в силовых цепях (энергоснабжение, питание оборудования и т. д.) | Выключатель автоматический        | QF                   |
|                          |   | Короткозамыкатель                 | QK                   |
|                          |   | Разъединитель                     | QS                   |
| R                        | Резисторы   | Терморезистор                     | RK                   |
|                          |   | Потенциометр                      | RP                   |
|                          |   | Шунт измерительный                | RS                   |

|  |  |          |    |
|--|--|----------|----|
|  |  | Варистор | RU |
|--|--|----------|----|

Окончание табл. П.3.1

| Первая<br>буква<br>кода | Группа видов<br>элементов  | Примеры видов элементов  | Буквенный<br>код |
|-------------------------|--|--|------------------|
| S                       | Устройства коммутаци-онные в цепях управле-ния, сигнализации и измерительных цепях | Выключатель или переключатель                                      | SA               |
|                         |  | Выключатель кнопочный  | SB               |
|                         |  | Выключатель автоматический   | SF               |
|                         |  | Выключатели, срабатывающие от различных воздействий:               |                  |
|                         |  | Уровня   | SL               |
|                         |  | Давления   | SP               |
|                         |  | Положения (путевой)  | SQ               |
|                         |  | Частоты вращения   | SR               |
|                         |  | Температуры  | SK               |
|                         |  |  |                  |
| T                       | Трансформаторы, авто-трансформаторы  | Трансформатор тока   | TA               |
|                         |  | Электромагнитный стабилизатор                                      | TS               |
|                         |  | Трансформатор напряжения   | TV               |
| U                       | Устройства связи. Пре-образователи электри-ческих величин в элек-трические         | Модулятор  | UB               |
|                         |  | Демодулятор  | UD               |
|                         |  | Дискриминатор  | UI               |
|                         |  | Преобразователь частотный инвертор, генератор частоты, выпрямитель | UZ               |
|                         |  |  |                  |
| V                       | Приборы электроваку-умные и полупроводни-ковые                                     | Диод, стабилитрон  | VD               |
|                         |  | Прибор электровакуумный  | VL               |
|                         |  | Транзистор   | VT               |
|                         |  | Тиристор   | VS               |
| W                       | Линии и элементы СВЧ   | Антenna  | WA               |
|                         |  | Ответвитель  | WE               |
|                         |  | Короткозамыкатель  | WK               |
|                         |  | Вентиль  | WS               |
| X                       | Соединения контактные  | Токосъемник, контакт скользящий                                    | XA               |
|                         |  | Штырь  | XP               |
|                         |  | Гнездо   | XS               |
|                         |  | Соединение разборное   | XT               |
|                         |  | Соединитель высокочастотный  | XW               |
| Y                       | Устройства механиче-ские с электромагнит-ным приводом                              | Электромагнит  | YA               |
|                         |  | Тормоз с электромагнитным приводом                                 | YB               |
|                         |  | Муфта с электромагнитным приводом                                  | YC               |
|                         |  | Электромагнитный патрон или плита                                  | YH               |
| Z                       | Устройства оконечные,  | Ограничитель   | ZL               |

## **Расчетно-графическая работа для студентов дневной и заочной форм обучения**

### ***Общие методические рекомендации***

Предлагаемая для самостоятельного выполнения расчетно-графическая работа (РГР) содержит задания и примеры выполнения по четырем разделам курса «Электротехника, электрические машины и аппараты».

Рекомендуется следующий порядок работы:

– изучить материалы первой темы «Линейные электрические цепи постоянного тока», проверяя степень усвоения составлением ответов на вопросы для самоконтроля. Результатом такой работы должен стать краткий конспект темы (для студентов заочной формы обучения составление конспекта – обязательный этап усвоения материала);

– изучить по сборнику задач (см. список литературы) методы решения задач по рассматриваемой теме, разбирая примеры с решениями и решая задачи самостоятельно;

– ознакомиться с программой расчетно-графической работы по первой теме, разобраться с примером выполнения и, выбрав исходные данные своего варианта, выполнить задание, оформив результаты по образцу приведенного примера.

Последующие разделы РГР следует выполнять в том же порядке.

Для выбора исходных данных каждым студентом формируется код, образуемый тремя последними цифрами номера зачетной книжки.

В разделах «Расчет линейных цепей постоянного тока» и «Расчет линейных цепей однофазного синусоидального тока»:

- третья цифра кода означает номер схемы электрической цепи;
- первая цифра кода означает номер строки в табл. П.4.1 исходных данных и метод расчета токов;
- вторая цифра кода означает номер строки в табл. П.4.2 исходных данных.

В разделах «Расчет трехфазных цепей» и «Основы электропривода»:

- третья цифра кода означает номер строки в табл. П.4.1 исходных данных;
- первая цифра кода означает номер строки в табл. П.4.2 исходных данных;
- вторая цифра кода означает номер строки в табл. П.4.3 исходных данных.

### ***Требования к оформлению***

Работу следует оформить по образцу примеров, приведенных в РГР.

Решение следует сопровождать пояснительным текстом, ссылаясь на законы, на основании которых составляются уравнения, поясняя смысл преобразований на схемах и в формулах.

При расчетах все значения величин следует подставлять в формулы в системе СИ. Расчеты следует выполнять с точностью до трех значащих цифр после запятой.

Электрические схемы вычерчивают с применением чертежных инструментов, соблюдая условные графические обозначения элементов цепи. Буквенные обозначения и единицы измерения величин должны соответствовать принятым в данном пособии (табл. П.2.1).

При табулировании функций результаты следует оформлять таблицами с указанием величин в системе СИ.

Полученные зависимости следует оформлять графиками, вычерчиваемыми с соблюдением линейных масштабов по осям координат. Оси координат проводят сплошными линиями со стрелками на концах, буквенными обозначениями и единицами измерения величин.

Векторные диаграммы строят в масштабе, указывая масштабы величин, например, в форме  $m_U = 20$  В/мм,  $m_I = 0,5$  А/мм.

Если работа возвращена на доработку, то указанные преподавателем ошибки следует исправить в конце работы в виде раздела «Работа над ошибками». Не следует вносить исправления в основном тексте, проверенном преподавателем.

Оформленная по изложенным выше требованиям работа сдается преподавателю на проверку не позднее десяти дней до начала сессии.

Студентами заочного отделения работа сдается методистам для регистрации и передачи на кафедру. Незарегистрированная работа на проверку не принимается.

### ***Содержание расчетно-графической работы***

#### *1. Расчет линейных цепей постоянного тока.*

1.1. Рассчитать токи во всех ветвях заданной электрической цепи заданным методом. Правильность расчета токов проверить составлением баланса мощностей. Определить режим работы каждого из источников ЭДС.

*Примечание.* При расчете токов методом узловых потенциалов (МУП) исходную схему следует преобразовать к эквивалентной с двумя узлами.

1.2. Рассчитать потенциалы всех характерных точек заданного контура *abcda* и построить потенциальную диаграмму.

*2. Расчет линейных цепей однофазного синусоидального тока.*

2.1. Рассчитать токи во всех ветвях заданной электрической цепи заданным методом в символической форме. Перейти к выражениям для мгновенных токов. Правильность расчета токов проверить составлением баланса активных и реактивных мощностей.

2.2. Рассчитать комплексные потенциалы всех характерных точек схемы и построить векторно-топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с векторно-лучевой диаграммой токов. Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь.

*3. Расчет линейных трехфазных цепей синусоидального тока.*

3.1. Для заданной цепи по заданным параметрам и линейному напряжению (для симметричной трехфазной системы ЭДС) определить линейные и фазные токи, ток в нейтральном проводе (для четырехпроводной цепи). Правильность расчета токов проверить составлением баланса мощностей.

3.2. Построить векторно-топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с диаграммой токов на комплексной плоскости.

*4. Основы электропривода.*

4.1. Для заданного режима работы электрического привода металлообрабатывающего станка по заданным параметрам и частоте вращения  $n_1 = 1500$  об/мин магнитного поля статора трехфазного асинхронного двигателя, определить необходимую мощность двигателя, выбрать (из Приложений 5, 6) тип двигателя, выписать его параметры и выполнить проверку на перегрузочную способность. Расшифровать марку двигателя.

4.2. Рассчитать и построить механические характеристики  $M = f_1(s)$  и  $n_2 = f_2(M)$  трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором по упрощенной формуле Клосса (7.10) и по формуле (7.11).

## 1. Расчет линейных цепей постоянного тока

**Исходные данные по разделу  
«Расчет линейных цепей постоянного тока»**

Схемы цепей

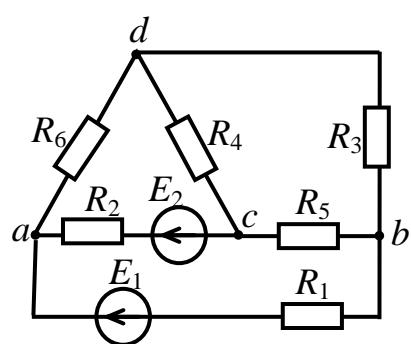


Схема 0

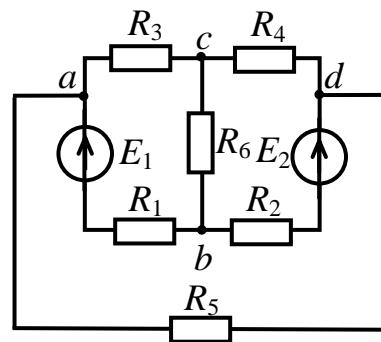


Схема 1

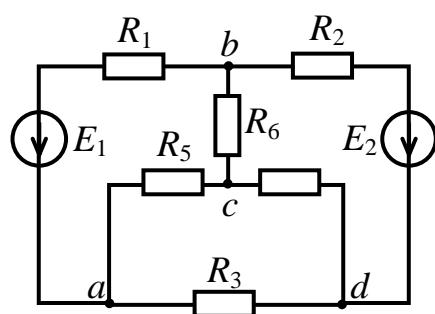


Схема 2

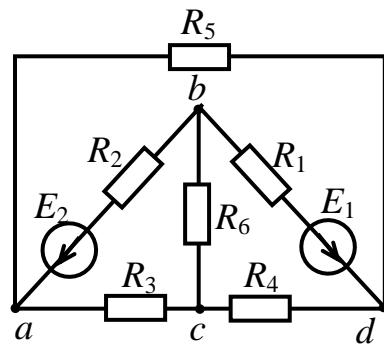


Схема 3

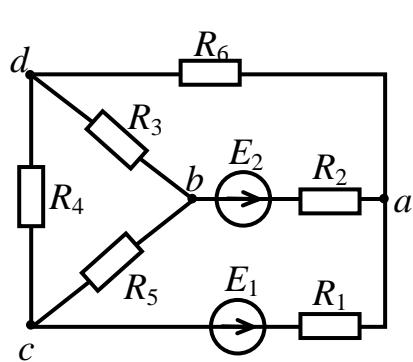


Схема 4

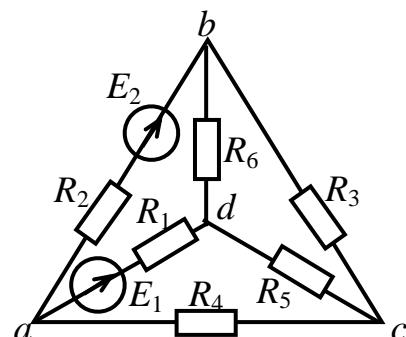


Схема 5

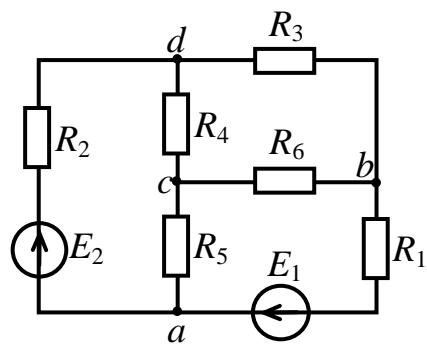


Схема 6

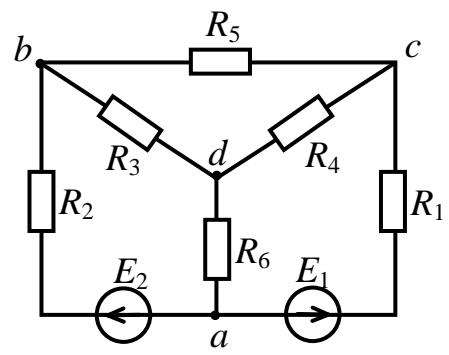


Схема 7

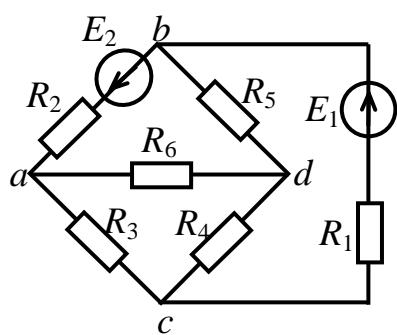


Схема 8

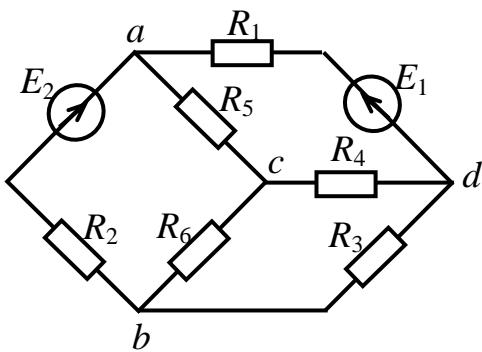


Схема 9

## Параметры цепей

Таблица П.4.1

| №<br>п/п | $E_1$ | $E_2$ | Метод<br>расчета |
|----------|-------|-------|------------------|
|          | В     |       |                  |
| 0        | 18    | 16    | МКТ              |
| 1        | 12    | 16    | Наложение        |
| 2        | 10    | 20    | МУП              |
| 3        | 15    | 13    | МКТ              |
| 4        | 19    | 16    | Наложение        |
| 5        | 10    | 14    | МУП              |
| 6        | 12    | 20    | МКТ              |
| 7        | 18    | 17    | Наложение        |
| 8        | 14    | 18    | МУП              |
| 9        | 16    | 14    | МКТ              |

Таблица П.4.2

| №<br>п/п | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_5$ | $R_6$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|          | Ом    |       |       |       |       |       |
| 0        | 4     | 2     | 10    | 5     | 1     | 8     |
| 1        | 2     | 1     | 8     | 10    | 4     | 5     |
| 2        | 2     | 4     | 10    | 5     | 2     | 1     |
| 3        | 1     | 8     | 2     | 4     | 5     | 1     |
| 4        | 1     | 2     | 5     | 10    | 4     | 8     |
| 5        | 4     | 1     | 10    | 5     | 8     | 2     |
| 6        | 2     | 4     | 2     | 5     | 10    | 4     |
| 7        | 1     | 5     | 4     | 2     | 5     | 10    |
| 8        | 1     | 2     | 10    | 1     | 5     | 4     |
| 9        | 4     | 1     | 2     | 8     | 10    | 5     |

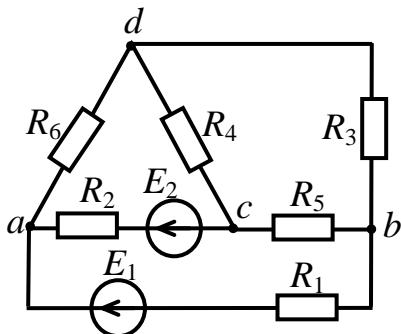
# Пример выполнения расчетно-графической работы по разделу «Расчет линейных цепей постоянного тока»

Вариант 000

## *Исходные данные*

Схема электрической цепи

Параметры цепи



$$\begin{aligned} E_1 &= 18 \text{ В}; & E_2 &= 16 \text{ В}; \\ R_1 &= 4 \Omega; & R_2 &= 2 \Omega; \\ R_3 &= 10 \Omega; & R_4 &= 5 \Omega; \\ R_5 &= 1 \Omega; & R_6 &= 8 \Omega \end{aligned}$$

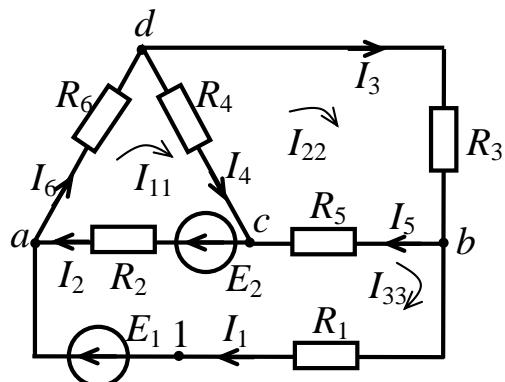
*Rис. П.4.1*

## *Программа работы*

- 1) рассчитать токи во всех ветвях электрической цепи методом контурных токов. Правильность расчета проверить составлением баланса мощностей. Определить режим работы каждого источника ЭДС;
- 2) рассчитать потенциалы всех характерных точек контура abcda и построить потенциальную диаграмму.

## *Решение*

1. Зададимся в исходной схеме положительным направлением токов в ветвях и контурных токов в независимых контурах (рис. П.4.2).



*Рис. П.4.2*

Запишем систему уравнений по второму закону Кирхгофа для контурных токов  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$ , протекающих в независимых контурах:

$$\left. \begin{array}{l} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22}; \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33}, \end{array} \right\}$$

где  $R_{11} = R_2 + R_4 + R_6 = 2 + 5 + 8 = 15$  Ом;

$$R_{12} = R_{21} = -R_4 = -5 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_{31} = -R_2 = -2 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_3 + R_4 + R_5 = 10 + 5 + 1 = 16 \text{ Ом};$$

$$R_{32} = R_{23} = -R_5 = -1 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_1 + R_2 + R_5 = 4 + 2 + 1 = 7 \text{ Ом};$$

$$E_{11} = E_2 = 16 \text{ В};$$

$$E_{22} = 0;$$

$$E_{33} = E_1 - E_2 = 2 \text{ В.}$$

Подставив значения этих величин в систему уравнений, получим

$$\left. \begin{array}{l} 15I_{11} - 5I_{22} - 2I_{33} = 16; \\ -5I_{11} + 16I_{22} - 1I_{33} = 0; \\ -2I_{11} - 1I_{22} + 7I_{33} = 2. \end{array} \right\}$$

Находим контурные токи  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$  методом определителей (методом Крамера):

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} 15 & -5 & -2 \\ -5 & 16 & -1 \\ -2 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 1680 - 10 - 10 - (64 + 175 + 15) = 1406;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 16 & -5 & -2 \\ 0 & 16 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 1792 + 10 + 0 - (-64 - 0 + 16) = 1850;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 15 & 16 & -2 \\ -5 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 7 \end{vmatrix} = 0 + 32 + 20 - (0 - 560 - 30) = 642;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 15 & -5 & 16 \\ -5 & 16 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 480 + 0 + 80 - (-512 + 50 - 0) = 1022.$$

$$I_{11} = \frac{1850}{1406} = 1,316 \text{ A}; \quad I_{22} = \frac{642}{1406} = 0,457 \text{ A}; \quad I_{33} = \frac{1022}{1406} = 0,727 \text{ A}.$$

Определяем токи в ветвях:

$$I_1 = I_{33} = 0,727 \text{ A}; \quad I_2 = I_{11} - I_{33} = 0,589 \text{ A}; \quad I_3 = I_{22} = 0,457 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{22} = 0,859 \text{ A}; \quad I_5 = I_{22} - I_{33} = -0,270 \text{ A}; \quad I_6 = I_{11} = 1,316 \text{ A}.$$

Правильность расчетов проверяем составлением баланса мощностей:

$$\begin{aligned} P_{\text{общ}} &= \sum_{\hat{\epsilon}=1}^n I_{\hat{\epsilon}}^2 R_{\hat{\epsilon}} = 0,727^2 \cdot 4 + 0,589^2 \cdot 2 + 0,457^2 \cdot 10 + 0,859^2 \cdot 5 + \\ &+ 0,270^2 \cdot 1 + 1,316^2 \cdot 8 = 2,114 + 0,693 + 2,088 + 3,689 + 0,073 + \\ &+ 13,855 = 22,512 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

$$P_{\text{общ}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 18 \cdot 0,727 + 16 \cdot 0,589 = 13,086 + 9,424 = 22,51 \text{ Вт}.$$

Определяем относительную погрешность расчета:

$$\delta P \% = \frac{P_{\text{общ}} - P_{\text{расч}}}{P_{\text{общ}}} \cdot 100 \% = \frac{2,510 - 22,512}{22,510} \cdot 100 \% = -0,009 \%.$$

Максимально допустимое значение небаланса в расчетах не должно превышать 3 %.

Так как  $E_1 I_1 > 0$  и  $E_2 I_2 > 0$ , то оба источника ЭДС работают в режиме генераторов.

2. На схеме (рис. П.4.2) отмечаем цифрой 1 дополнительную точку в контуре  $abcda$  и приняв, что  $\varphi_a = 0$ , определяем потенциалы остальных точек этого контура:

$$\varphi_a = 0;$$

$$\varphi_1 = \varphi_a - E_1 = -18 \text{ В};$$

$$\varphi_b = \varphi_1 + I_1 R_1 = -18 + 0,727 \cdot 4 = -15,092 \text{ В};$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I_5 R_5 = -15,092 - (-0,27) \cdot 1 = -14,822 \text{ В};$$

$$\varphi_d = \varphi_c + I_4 R_4 = -14,822 + 0,859 \cdot 5 = -10,527 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_d + I_6 R_6 = -10,527 + 1,316 \cdot 8 = 0,001 \text{ В} \approx 0.$$

Определяем суммарные сопротивления от точки  $\varphi_a$  до каждой точки контура:

$$R\varphi_a = 0; R\varphi_1 = 0; R\varphi_b = R_1 = 4 \text{ Ом};$$

$$R\varphi_c = R_1 + R_5 = 4 + 1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R\varphi_d = R\varphi_c + R_4 = 5 + 5 = 10 \text{ Ом};$$

$$R\varphi'_a = R\varphi_d + R_6 = 10 + 8 = 18 \text{ Ом}.$$

Задавшись масштабами  $m_\varphi = 2,5 \text{ В/см}$  и  $m_R = 2 \text{ Ом/см}$ , строим потенциальную диаграмму (рис. 1.3).

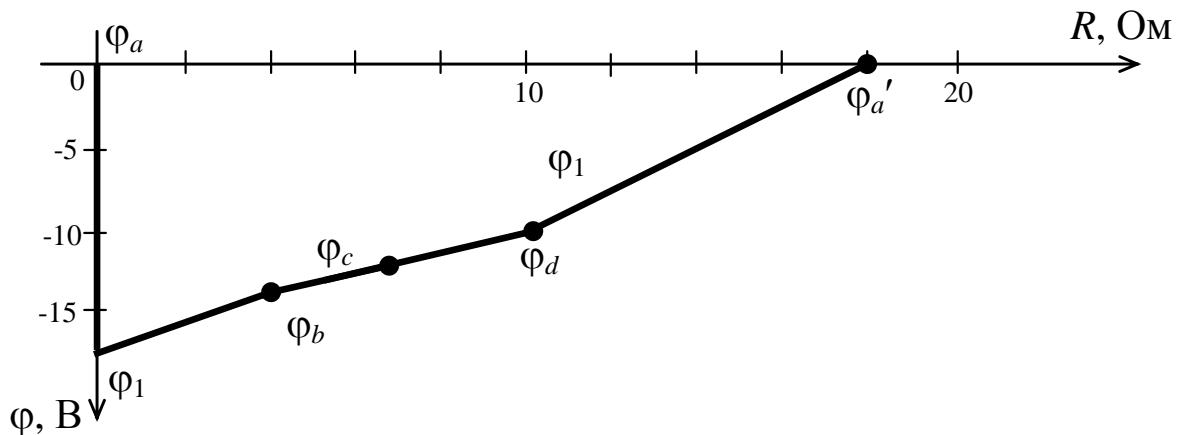


Рис. П.4.3

### **Расчет токов в цепи методом наложения**

Рассчитаем токи в ветвях цепи (рис. П.4.1) методом наложения.

Так как в этой цепи два источника ЭДС, то задача разбивается на три этапа.

На первом этапе в схеме (рис. П. 4.4) оставляем источник ЭДС  $\mathcal{A}_1 = 18 \text{ В}$ , а источник ЭДС  $E_2$  удаляем из схемы, закоротив место его включения. Так как эта схема содержит один единственный источник ЭДС, то токи  $I'_1, I'_2, \dots, I'_6$  можно рассчитать либо методом эквивалентных преобразований, либо методом контурных токов, либо методом узловых потенциалов.

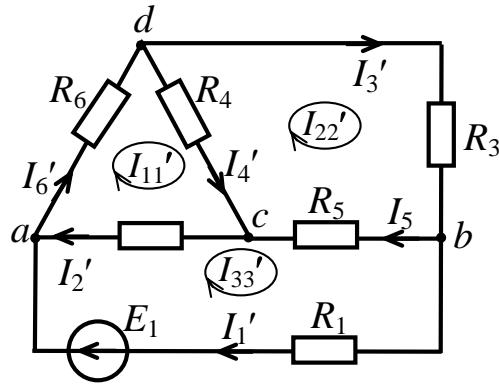


Рис. П.4.4

Применим метод контурных токов.

Система уравнений для токов  $I_{11}'$ ,  $I_{22}'$ ,  $I_{33}'$  будет иметь вид

$$\left. \begin{array}{l} 15I_{11}' - 5I_{22}' - 2I_{33}' = 0; \\ -5I_{11}' + 16I_{22}' - I_{33}' = 0; \\ -2I_{11}' - I_{22}' + 7I_{33}' = 18, \end{array} \right\} I_{11}' = \frac{\Delta_1'}{\Delta}; \quad I_{22}' = \frac{\Delta_2'}{\Delta}; \quad I_{33}' = \frac{\Delta_3'}{\Delta},$$

где  $\Delta = 1406$ .

$$\Delta_1' = \begin{vmatrix} 0 & -5 & -2 \\ 0 & 16 & -1 \\ 18 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 0 + 90 + 0 - (-576 - 0 + 0) = 666;$$

$$\Delta_2' = \begin{vmatrix} 15 & 0 & -2 \\ -5 & 0 & -1 \\ -2 & 18 & 7 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 180 - (0 - 0 - 270) = 450;$$

$$\Delta_3' = \begin{vmatrix} 15 & -5 & 0 \\ -5 & 16 & 0 \\ -2 & -1 & 18 \end{vmatrix} = 4320 + 0 + 0 - (-0 - 0 + 450) = 3870.$$

$$I_{11}' = \frac{666}{1406} = 0,474 \text{ A}; \quad I_{22}' = \frac{450}{1406} = 0,320 \text{ A}; \quad I_{33}' = \frac{3870}{1406} = 2,752 \text{ A}.$$

На втором этапе в схеме (рис. П.4.5) оставляем источник ЭДС  $\dot{A}_2 = 16$  В, а источник ЭДС  $E_1$  удаляем, закоротив место его включения.

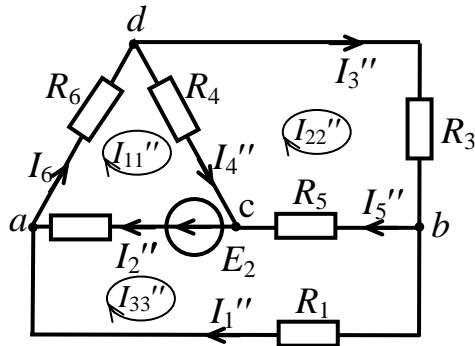


Рис. П.4.5

Система уравнений для расчета токов  $I''_{11}$ ,  $I''_{22}$ ,  $I''_{33}$  в схеме (рис. П.4.5) имеет вид

$$\left. \begin{array}{l} 15I''_{11} - 5I''_{22} - 2 = 16; \\ -5I''_{11} + 16I''_{22} - 1 = 0; \\ -2I''_{11} - I''_{22} + 7 = -16, \end{array} \right\} I''_{11} = \frac{\Delta''_1}{\Delta}; \quad I''_{22} = \frac{\Delta''_2}{\Delta}; \quad I''_{33} = \frac{\Delta''_3}{\Delta},$$

где  $\Delta = 1406$ .

$$\Delta''_1 = \begin{vmatrix} 16 & -5 & -2 \\ 0 & 16 & -1 \\ -16 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 1791 - 80 + 0 - (512 - 0 + 16) = 1183;$$

$$\Delta''_2 = \begin{vmatrix} 15 & 16 & -2 \\ -5 & 0 & -1 \\ -2 & -16 & 7 \end{vmatrix} = 0 + 32 - 160 - (0 - 560 + 240) = 192;$$

$$\Delta''_3 = \begin{vmatrix} 15 & -5 & 16 \\ -5 & 16 & 0 \\ -2 & -1 & -16 \end{vmatrix} = -3840 + 0 + 80 - (-512 - 0 - 400) = -2848.$$

$$I''_{11} = \frac{1183}{1406} = 0,841 \text{ А}; \quad I''_{22} = \frac{192}{1406} = 0,136 \text{ А}; \quad I''_{33} = -\frac{2848}{1406} = -2,026 \text{ А.}$$

Так как направления токов в каждой из ветвей на рис. П.4.2, П.4.5 и П.4.6 выбраны совпадающими, то, согласно принципу суперпозиции, находим токи во всех ветвях исходной схемы по формулам:

$$I_1 = I'_1 + I''_{11} = I'_{33} + I''_{33} = 0,726 \text{ А.}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_{22} = I'_{11} - I'_{33} + I''_{11} - I''_{33} = 0,589 \text{ А.}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = I'_{22} + I''_{22} = 0,320 + 0,136 = 0,456 \text{ A.}$$

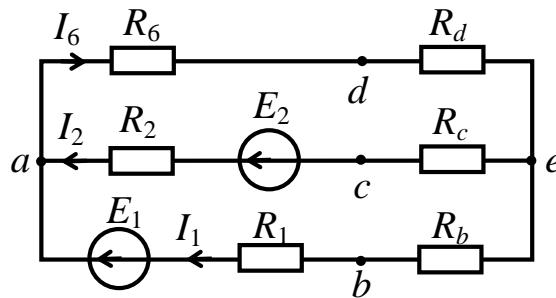
$$I_4 = I'_4 + I''_4 = I'_{11} - I'_{22} + I''_{11} - I''_{22} = 0,859 \text{ A.}$$

$$I_5 = I'_5 + I''_5 = I'_{22} - I'_{33} + I''_{22} - I''_{33} = -0,27 \text{ A.}$$

$$I_6 = I'_6 + I''_6 = I'_{11} + I''_{11} = 1,315 \text{ A.}$$

### **Расчет токов в цепи методом узловых потенциалов**

Так как в схеме на рис. П.4.2 четыре узла, то преобразуем ее в эквивалентную (рис. П.4.6) с двумя узлами, заменив треугольник со-противлений  $R_3, R_4, R_5$  эквивалентной звездой.



Puc. П.4.6

$$R_b = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{10 \cdot 1}{10 + 5 + 1} = 0,625 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_4 R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 1}{10 + 5 + 1} = 0,3125 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5 + 1} = 3,125 \text{ Ом.}$$

Определяем межузловое напряжение:

$$\begin{aligned} U_{ae} &= \frac{E_2 / (R_2 + R_c) + E_1 / (R_1 + R_b)}{1 / (R_2 + R_c) + 1 / (R_1 + R_b) + 1 / (R_6 + R_d)} = \\ &= \frac{16 / 2,3125 + 18 / 4,625}{1 / 2,3125 + 1 / 4,625 + 1 / 11,125} = 14,639 \text{ В.} \end{aligned}$$

Определяем токи в ветвях схемы (рис. П.4.6) по обобщенному закону Ома:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ae}}{R_1 + R_b} = \frac{18 - 14,639}{4,625} = 0,7267 \text{ A.}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ae}}{R_2 + R_{\tilde{n}}} = \frac{16 - 14,639}{2,3125} = 0,5885 \text{ A.}$$

$$I_6 = \frac{U_{ae}}{R_6 + R_d} = \frac{14,639}{11,125} = 1,3158 \text{ A.}$$

Определяем потенциалы точек  $b$ ,  $c$  и  $d$ , приняв  $\varphi_a = 0$ :

$$\varphi_b = \varphi_a - E_1 + I_1 R_1 = 0 - 18 + 0,7267 \cdot 4 = -15,0932 \text{ В.}$$

$$\varphi_c = \varphi_a + I_2 R_2 - E_2 = 0 + 0,5885 \cdot 2 - 16 = -14,823 \text{ В.}$$

$$\varphi_d = \varphi_a - I_6 R_6 = 0 - 1,3158 \cdot 8 = -10,5264 \text{ В.}$$

Определяем токи в ветвях  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  схемы на рис. П.4.2:

$$I_3 = \frac{\varphi_d - \varphi_b}{R_3} = \frac{-10,5264 + 15,0932}{10} = 0,4567 \text{ А.}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_d - \varphi_c}{R_4} = \frac{-10,5264 + 14,823}{5} = 0,8593 \text{ А.}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = \frac{-15,0932 + 14,823}{1} = -0,2702 \text{ А.}$$

## 2. Расчет линейных цепей однофазного синусоидального тока

**Исходные данные по разделу «Расчет цепей однофазного синусоидального тока»**

Схемы цепей

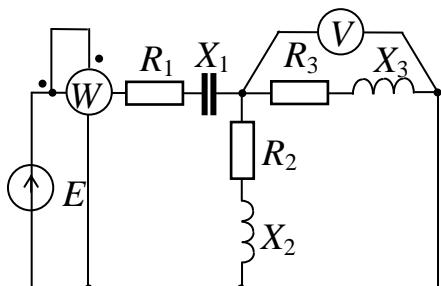


Схема 0

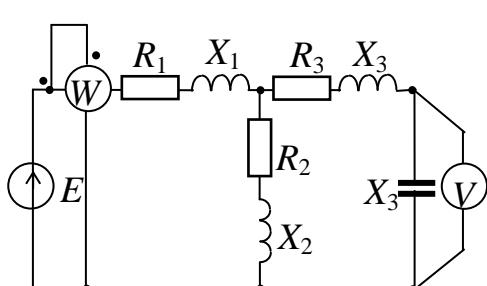


Схема 1

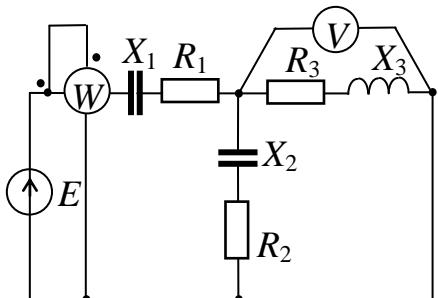


Схема 2

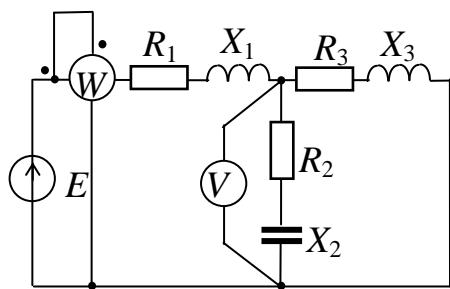


Схема 3

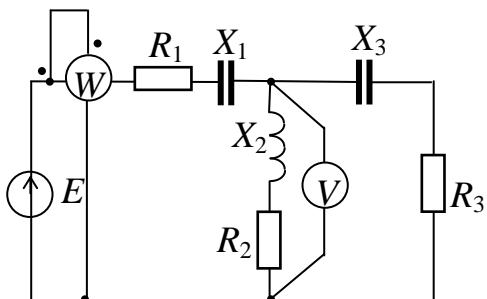


Схема 4

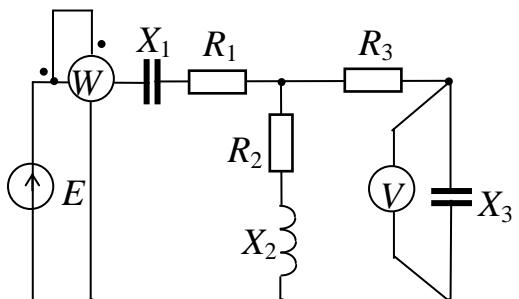


Схема 5

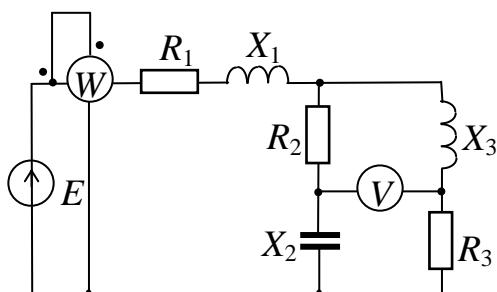


Схема 6

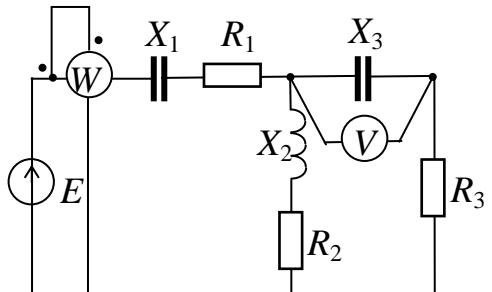


Схема 7

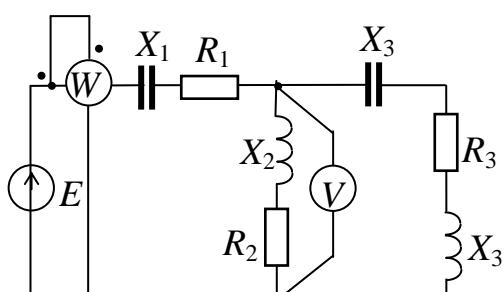


Схема 8

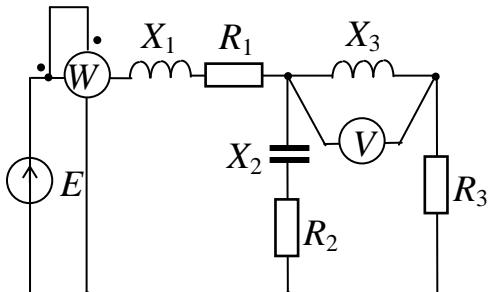


Схема 9

## Параметры цепи

*Таблица П.4.3*

| №<br>п/п | $E$<br>В | $\Psi_e$<br>град | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | Метод<br>расчета |
|----------|----------|------------------|-------|-------|-------|------------------|
|          |          |                  | Ом    |       |       |                  |
| 0        | 200      | -60              | 10    | 15    | 20    | МЭП              |
| 1        | 127      | 45               | 30    | 10    | 20    | МУП              |
| 2        | 220      | 0                | 40    | 15    | 20    | МКТ              |
| 3        | 380      | -90              | 8     | 6     | 4     | МЭП              |
| 4        | 110      | -30              | 10    | 5     | 8     | МУП              |
| 5        | 100      | 60               | 20    | 25    | 10    | МКТ              |
| 6        | 200      | -45              | 30    | 15    | 8     | МЭП              |
| 7        | 127      | 90               | 30    | 20    | 8     | МУП              |
| 8        | 380      | 0                | 20    | 10    | 10    | МКТ              |
| 9        | 220      | 30               | 20    | 15    | 10    | МЭП              |

*Таблица П.4.4*

| №<br>п/п | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ |
|----------|-------|-------|-------|
|          | Ом    |       |       |
| 0        | 10    | 30    | 20    |
| 1        | 10    | 10    | 15    |
| 2        | 30    | 30    | 10    |
| 3        | 6     | 8     | 12    |
| 4        | 15    | 20    | 20    |
| 5        | 10    | 15    | 30    |
| 6        | 10    | 15    | 20    |
| 7        | 10    | 15    | 15    |
| 8        | 20    | 30    | 10    |
| 9        | 30    | 25    | 15    |

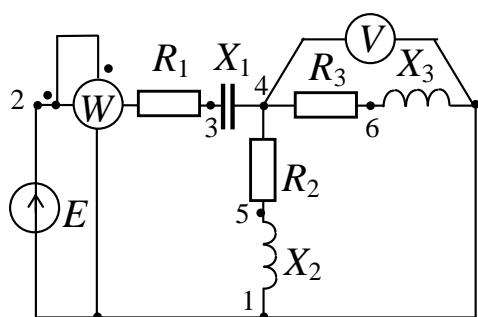
## Пример выполнения расчетно-графической работы по разделу «Расчет цепей однофазного синусоидального тока»

Вариант 000

*Исходные данные*

Схема электрической цепи

Параметры цепи



$$\begin{aligned}
 &E = 200 \text{ В}; \quad \Psi_e = -60^\circ; \\
 &R_1 = 10 \text{ Ом}; \quad R_2 = 15 \text{ Ом}; \\
 &R_3 = 20 \text{ Ом}; \quad X_1 = 10 \text{ Ом}; \\
 &X_2 = 30 \text{ Ом}; \quad X_3 = 20 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

*Рис. П.4.7*

Токи в ветвях рассчитать методом эквивалентных преобразований (МЭП).

### *Программа работы*

- 1) рассчитать токи во всех ветвях электрической цепи заданным методом в комплексной форме. Перейти к выражениям для мгновенных токов в ветвях. Правильность расчета проверить составлением баланса активных и реактивных мощностей.
- 2) рассчитать комплексные потенциалы всех характерных точек схемы (рис. П.4.7) и построить векторно-топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с векторно-лучевой диаграммой токов. Определить показания приборов.

### *Решение*

1. Пронумеруем все характерные точки заданной схемы (рис. П.4.7) (точки 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Свернем схему к комплексному эквиваленту (рис. П.4.8, а, б), введя в рассмотрение комплексные величины сопротивлений ветвей  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$  и комплексное эквивалентное сопротивление всей цепи  $\underline{Z}_{\text{экв}}$ . Укажем направления токов.

Определим комплексные сопротивления:

$$\underline{Z}_1 = R_1 - j X_1 = 10 - j 10 = 14,142 e^{-j45^\circ} \text{ Ом};$$

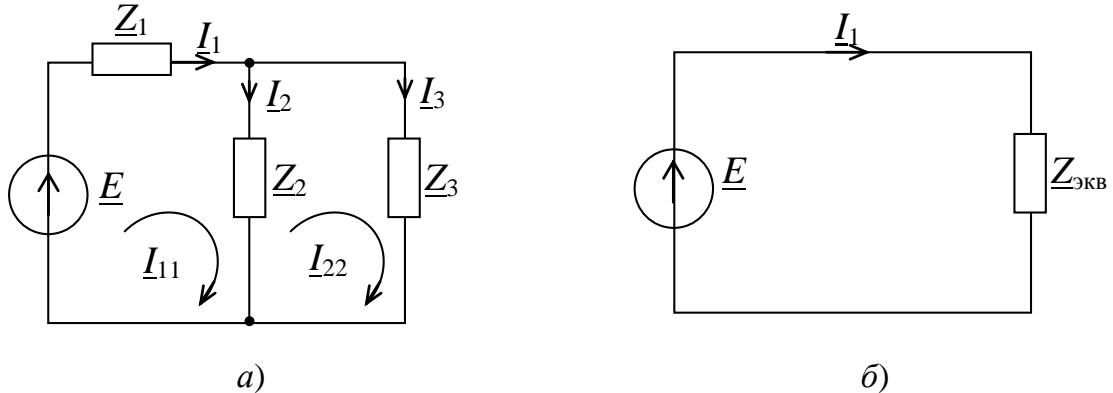
$$\underline{Z}_2 = R_2 + j X_2 = 15 + j 30 = 33,541 e^{j63,43^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j X_3 = 20 + j 20 = 28,284 e^{j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{\text{экв}} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 10 - j 10 + \frac{33,541 e^{j63,43^\circ} \cdot 28,284 e^{j45^\circ}}{35 + j 50} =$$

$$= 10 - j 10 + \frac{948,674 e^{j108,43^\circ}}{61,033 e^{j55^\circ}} = 10 - j 10 + 15,543 e^{j53,43^\circ} = 10 - j 10 +$$

$$+ 9,261 + j 12,483 = 19,261 + j 2,483 = 19,42 e^{j7,34^\circ} \text{ Ом.}$$



*Ruc. П.4.8*

По данным величинам определяем ток  $I_1$ . Из схемы (рис. П.4.8, б) следует, что

$$I_1 = \frac{E}{Z_{\text{y\u00e6a}}} = \frac{200 e^{-j60^\circ}}{19,42 e^{j7,34^\circ}} = 10,298 e^{-j67,34^\circ} \text{ A.}$$

Из схемы (рис. П.4.8, а) по формулам разброса токов получаем:

$$\underline{I}_2 = I_1 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 10,298 e^{-j67,34^\circ} \frac{28,284 e^{j45^\circ}}{61,033 e^{j55^\circ}} = 4,773 e^{-j77,34^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 10,298 e^{-j67,34^\circ} \frac{33,541 e^{j63,43^\circ}}{61,033 e^{j55^\circ}} = 5,659 e^{-j58,9^\circ} \text{ A.}$$

Переходим к выражениям для мгновенных токов:

$$i_1 = 10,298\sqrt{2} \sin(\omega t - 67,34^\circ) = 14,563 \sin(\omega t - 67,34^\circ) \text{ A;}$$

$$i_2 = 4,773\sqrt{2} \sin(\omega t - 77,34^\circ) = 6,75 \sin(\omega t - 77,34^\circ) \text{ A;}$$

$$i_3 = 5,659\sqrt{2} \sin(\omega t - 58,9^\circ) = 8,003 \sin(\omega t - 58,9^\circ) \text{ A.}$$

Правильность расчета токов проверяем составлением баланса мощностей:

— мощность источника ЭДС

$$\underline{S}_{\text{éñò}} = \underline{E} I_1^* = 200 e^{-j60^\circ} 10,298 e^{j67,34^\circ} = 2059,6 e^{j7,34^\circ} = P_{\text{éñò}} + j Q_{\text{éñò}};$$

$$P_{\text{еñò}} = 2059,6 \cos 7,34 = 2042,722 \text{ Bt;}$$

$$Q_{\text{enò}} = 2059,6 \sin 7,34 = 263,128 \text{ BAp};$$

– мощность, потребляемая электрической цепью

$$\underline{S}_{i\delta} = I_1^2 \underline{Z}_{y\hat{e}\hat{a}} = 10,298^2 \cdot 19,42 e^{j7,34^\circ} = P_{i\delta} + jQ_{i\delta};$$

$$P_{i\delta} = 10,298^2 \cdot 19,42 \cos 7,34 = 2059,468 \cos 7,34 = 2042,592 \text{ Вт};$$

$$Q_{i\delta} = 10,298^2 \cdot 19,42 \sin 7,34 = 2059,468 \sin 7,34 = 263,111 \text{ ВАр};$$

– погрешность расчетов составляет

$$\delta P = \frac{P_{\text{ендо}} - P_{i\delta}}{P_{\text{ендо}}} \cdot 100 \% = \frac{2042,722 - 2042,592}{2042,722} \cdot 100 \% = 0,006 \% ;$$

$$\delta Q = \frac{Q_{\text{ендо}} - Q_{i\delta}}{Q_{\text{ендо}}} \cdot 100 \% = \frac{263,128 - 263,111}{263,128} \cdot 100 \% = 0,006 \% .$$

2. Приняв  $\underline{\varphi}_1 = 0$ , определяем комплексные потенциалы всех остальных точек (рис. П.4.7):

$$\underline{\varphi}_2 = \underline{\varphi}_1 + \underline{E} = 0 + 200 e^{-j60^\circ} = 100 - j173,205 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_3 = \underline{\varphi}_2 - \underline{I}_1 \underline{R}_1 &= 100 - j173,205 - 10,298 e^{-j67,34^\circ} \cdot 10 = 100 - \\ &- j173,205 - 102,98(\cos 67,34 - j \sin 67,34) = 60,326 - j78,174 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_4 = \underline{\varphi}_3 - \underline{I}_1(-jX_1) &= 60,326 - j78,174 + 10,298 e^{-j67,34^\circ} e^{j90^\circ} \cdot 10 = \\ &= 60,326 - j78,174 + 102,98(\cos 22,66 + j \sin 22,66) = 55,356 - j38,499 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_5 = \underline{\varphi}_4 - \underline{I}_2 \underline{R}_2 &= 155,356 - j38,499 - 4,773 e^{-j77,34^\circ} \cdot 15 = 155,356 - \\ &- j38,499 - 71,595(\cos 77,34 - j \sin 77,34) = 139,665 + j31,355 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_1 = \underline{\varphi}_5 - \underline{I}_2(jX_2) &= 139,665 + j31,355 - 4,773 e^{-j77,34^\circ} e^{j90^\circ} \cdot 30 = \\ &= 139,665 + j31,355 - 143,19(\cos 12,66 + j \sin 12,66) = -0,043 - j0,027 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_6 = \underline{\varphi}_4 - \underline{I}_3 \underline{R}_3 &= 155,356 - j38,499 - 5,659 e^{-j58,9^\circ} \cdot 20 = 155,356 - \\ &- j38,499 - 113,18(\cos 58,9 - j \sin 58,9) = 96,895 + j58,413 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{\Phi}_1 = \underline{\Phi}_6 - \underline{I}_3(j X_3) = 96,895 - j 58,413 - 5,659 e^{-j58,9^\circ} e^{j90^\circ} \cdot 20 = \\ = 96,895 + j 58,413 - 113,18(\cos 31,1 + j \sin 31,1) = -0,017 - j 0,048 \text{ В.}$$

Задавшись масштабами  $m_u = 2$  В/мм;  $m_I = 0,2$  А/мм, строим векторно-топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с векторно-лучевой диаграммой токов (рис. П.4.9).

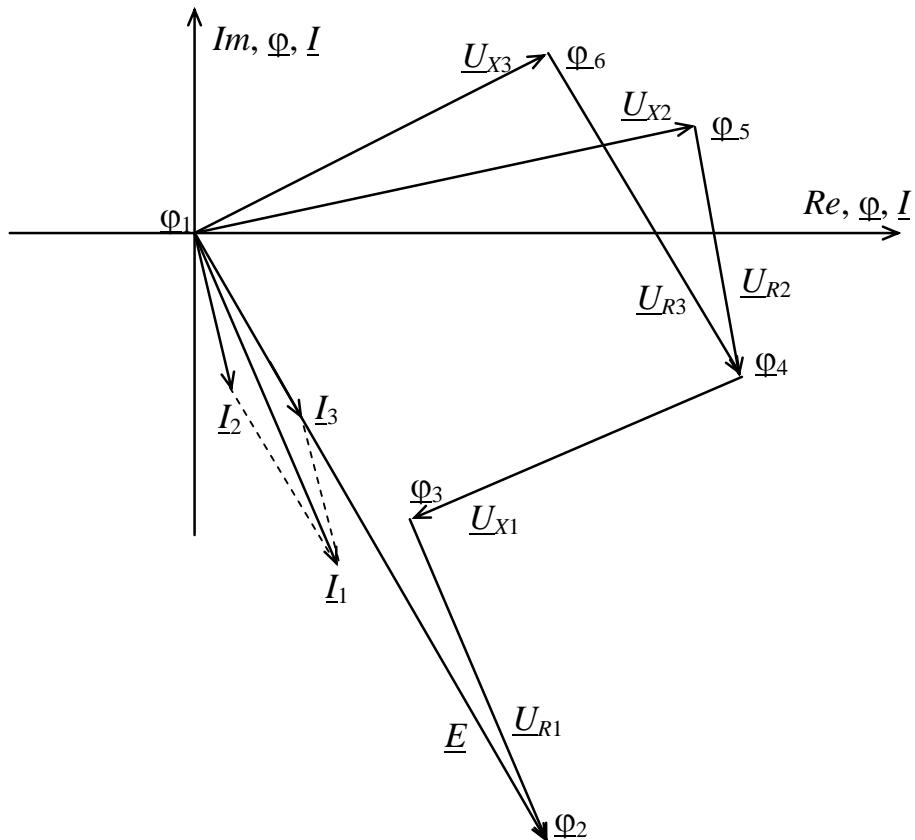


Рис. П.4.9

Определяем показания приборов

$$P_W = \operatorname{Re}[\underline{E} \underline{I}_1^*] = 2059,6 \text{ Вт};$$

$$U_V = |\underline{\Phi}_4| = \sqrt{155,356^2 + 38,499^2} = 160,055 \text{ В.}$$

### **Расчет токов в цепи методом узловых потенциалов (МУП)**

Поскольку в схеме на рис. П.4.7 два узла, то для эквивалентной схемы на рис. П.4.8 определяем межузловое напряжение

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{ab} &= \frac{\underline{E}/\underline{Z}_1}{1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2 + 1/\underline{Z}_3} = \\
&= \frac{200 e^{-j60^\circ} / 14,142 e^{-j45^\circ}}{1/14,142 e^{-j45^\circ} + 1/33,541 e^{j63,45^\circ} + 1/28,284 e^{j45^\circ}} = \\
&= 160,58 e^{-j14^\circ} = (155,400 - j38,745) \text{ В.}
\end{aligned}$$

Токи в каждой ветви определяем по обобщенному закону Ома в символической форме

$$\begin{aligned}
\underline{I}_1 &= \frac{(\underline{E} - \underline{U}_{ab})}{\underline{Z}_1} = \frac{100 - j173,205 - 155,400 + j38,745}{14,142 e^{-j45^\circ}} = \\
&= \frac{-55,4 - j134,46}{14,142 e^{-j45^\circ}} = \frac{145,425 e^{-j112,4}}{14,142 e^{-j45^\circ}} = 10,283 e^{-j67,4^\circ} \text{ А.} \\
\underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{160,158 e^{-j14^\circ}}{33,541 e^{j63,45^\circ}} = 4,775 e^{-j77,45^\circ} \text{ А.} \\
\underline{I}_3 &= \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_3} = \frac{160,158 e^{-j14^\circ}}{28,284 e^{j45^\circ}} = 5,662 e^{-j59^\circ} \text{ А.}
\end{aligned}$$

### **Расчет токов в цепи методом контурных токов (МКТ)**

В левом (рис. П.4.8) и правом контуре указываем контурные токи  $\underline{I}_{11}$  и  $\underline{I}_{22}$  и записываем систему уравнений по второму закону Кирхгофа для контурных токов

$$\left. \begin{aligned}
(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)\underline{I}_{11} - \underline{Z}_3\underline{I}_{22} &= \underline{E}; \\
-\underline{Z}_3\underline{I}_{11} + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)\underline{I}_{22} &= 0.
\end{aligned} \right\}$$

Подставив известные величины, записываем эту систему уравнений в числовой форме

$$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 30 + j10 = 31,623 e^{j18,43^\circ} \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = 35 + j50 = 61,033 e^{j55^\circ} \text{ Ом.}$$

$$\left. \begin{aligned} 31,623 e^{j18,43^\circ} \underline{I}_{11} - 28,284 e^{j45^\circ} \underline{I}_{22} &= 200 e^{-j60^\circ}; \\ - 28,284 e^{j45^\circ} \underline{I}_{11} + 61,033 e^{j55^\circ} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Контурные токи  $\underline{I}_{11}$  и  $\underline{I}_{22}$  определяем по формулам Крамера

$$\underline{I}_{11} = \frac{\underline{\Delta}_1}{\underline{\Delta}}; \quad \underline{I}_{22} = \frac{\underline{\Delta}_2}{\underline{\Delta}},$$

где

$$\begin{aligned} \underline{\Delta} &= \begin{vmatrix} 31,623 e^{j18,43^\circ} & - 28,284 e^{j45^\circ} \\ - 28,284 e^{j45^\circ} & 61,033 e^{j55^\circ} \end{vmatrix} = 31,623 e^{j18,43^\circ} \times \\ &\times 61,033 e^{j55^\circ} - \left[ (- 28,284 e^{j45^\circ}) (- 28,284 e^{j45^\circ}) \right] = \\ &= 1930,046 e^{j73,43^\circ} - 799,985 e^{j90^\circ} = \\ &= 550,042 + j1849,895 - j799,985 = 550,042 + j1049,91 = \\ &= 1185,267 e^{j62,35^\circ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\Delta}_1 &= \begin{vmatrix} 200 e^{-j60^\circ} & - 28,284 e^{j45^\circ} \\ 0 & 61,033 e^{j55^\circ} \end{vmatrix} = 200 e^{-j60^\circ} \times \\ &\times 61,033 e^{j55^\circ} = 12206,6 e^{-j5^\circ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\Delta}_2 &= \begin{vmatrix} 31,623 e^{j18,43^\circ} & 200 e^{-j60^\circ} \\ - 28,284 e^{j45^\circ} & 0 \end{vmatrix} = - \left[ (- 28,284 e^{j45^\circ}) 200 e^{-j60^\circ} \right] = \\ &= 5656,8 e^{-j15^\circ}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\underline{I}_{11} = \frac{12206,6 e^{-j5^\circ}}{1185,267 e^{j62,35^\circ}} = 10,298 e^{-j67,35^\circ} \text{ A.}$$

$$\underline{I}_{22} = \frac{5656,8 e^{-j15^\circ}}{1185,267 e^{j62,35^\circ}} = 4,772 e^{-j78,35^\circ} \text{ A.}$$

Определяем комплексные токи в ветвях

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 10,298 e^{-j67,35^\circ} \text{ A};$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_2 &= \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 10,298 e^{-j67,35^\circ} - 4,772 e^{-j78,35^\circ} = \\ &= 3,965 - j9,503 - 0,963 + j4,673 = (3,002 - j4,83) \text{ A}; \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_{22} = 4,772 e^{-j78,35^\circ} \text{ A}.\end{aligned}$$

### 3. Расчет трехфазных цепей синусоидального тока

Расчет трехфазных цепей синусоидального тока осуществляют в символической форме по законам Кирхгофа с учетом следующих допущений:

- источник ЭДС обеспечивает симметрию напряжений на стороне генератора и принимается идеальным;
- статорные обмотки генератора соединяют звездой с нейтральным проводом или без нейтрального провода;
- комплексным сопротивлением проводов, соединяющих генератор и приемник, пренебрегают.

*Исходные данные по разделу «Расчет трехфазных цепей»*

*Схемы рассчитываемых цепей и значения параметров*

Таблица П.4.5

| №<br>п/п | Схема трехфазной цепи |   |          |
|----------|-----------------------|---|----------|
|          |                       |   | $\Delta$ |
| 0        | *                     | — | —        |
| 1        | —                     | * | —        |
| 2        | —                     | — | *        |
| 3        | *                     | — | —        |
| 4        | —                     | * | —        |
| 5        | —                     | — | *        |
| 6        | *                     | — | —        |
| 7        | —                     | * | —        |
| 8        | —                     | — | *        |
| 9        | *                     | — | —        |

## Звезды

Таблица П.4.6

| №<br>п/п | $U_a$ | $R_a$ | $R_b$ | $R_c$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|
|          | В     | Ом    |       |       |
| 0        | 127   | 8     | 8     | 8     |
| 1        | 220   | 3     | 4     | 6     |
| 2        | 380   | 8     | 4     | 6     |
| 3        | 127   | 4     | 8     | 6     |
| 4        | 220   | 10    | 0     | 10    |
| 5        | 380   | 0     | 10    | 0     |
| 6        | 127   | 16    | 8     | 8     |
| 7        | 220   | 10    | 0     | 0     |
| 8        | 380   | 3     | 10    | 3     |
| 9        | 127   | 8     | 8     | 8     |

Таблица П.4.7

| №<br>п/п | $X_a$ | $X_b$ | $X_c$ |
|----------|-------|-------|-------|
|          | Ом    |       |       |
| 0        | 16    | 6     | 6     |
| 1        | 4     | -3    | 8     |
| 2        | -3    | 4     | -8    |
| 3        | 9     | 3     | -4    |
| 4        | -6    | -6    | -6    |
| 5        | -8    | 4     | 2     |
| 6        | 8     | -6    | 4     |
| 7        | 0     | 10    | 10    |
| 8        | 6     | -6    | 6     |
| 9        | -6    | 6     | -6    |

## Треугольник

Таблица П.4.8

| №<br>п/п | $U_a$ | $R_{ab}$ | $R_{bc}$ | $R_{ca}$ |
|----------|-------|----------|----------|----------|
|          | В     | Ом       |          |          |
| 0        | 127   | 8        | 8        | 8        |
| 1        | 220   | 4        | 8        | 6        |
| 2        | 380   | 8        | 4        | 6        |
| 3        | 127   | 0        | 3        | 8        |
| 4        | 220   | 8        | 8        | 8        |
| 5        | 380   | 8        | 4        | 8        |
| 6        | 127   | 5        | 0        | 6        |
| 7        | 220   | 16       | 8        | 3        |
| 8        | 380   | 10       | 0        | 10       |
| 9        | 127   | 8        | 8        | 8        |

Таблица П.4.9

| №<br>п/п | $X_{ab}$ | $X_{bc}$ | $X_{ca}$ |
|----------|----------|----------|----------|
|          | Ом       |          |          |
| 0        | 6        | -6       | 6        |
| 1        | 3        | 4        | 8        |
| 2        | -8       | -4       | -3       |
| 3        | 14       | -10      | 6        |
| 4        | -6       | 6        | -6       |
| 5        | 4        | 6        | 8        |
| 6        | 5        | 8        | 4        |
| 7        | 10       | -8       | 4        |
| 8        | -4       | -10      | -8       |
| 9        | 6        | 6        | 6        |

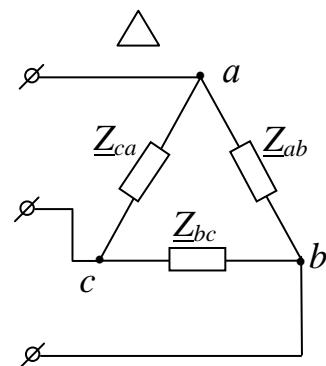
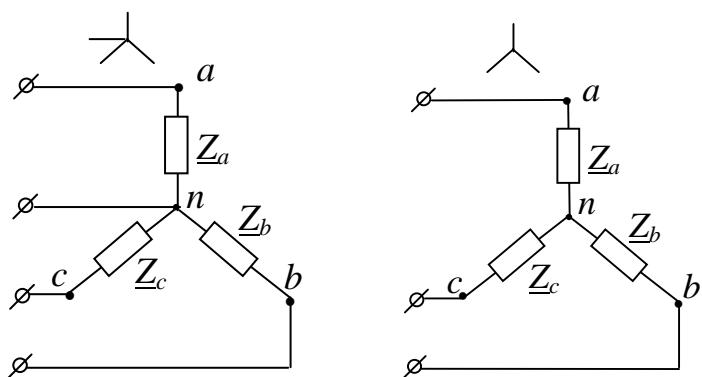


Рис. П.4.10. Схемы рассчитываемых цепей

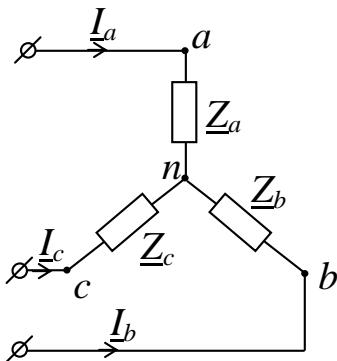
## Примеры выполнения расчетно-графической работы по разделу «Расчет трехфазных цепей»

Вариант 100

*Исходные данные*

Схема электрической цепи

Параметры



$$\begin{aligned} U_{\ddot{e}} &= 127 \text{ В}, \quad R_a = 8 \text{ Ом}, \\ R_b &= 8 \text{ Ом}, \quad R_c = 8 \text{ Ом}, \\ X_a &= 16 \text{ Ом}, \quad X_b = 6 \text{ Ом}, \\ X_c &= 6 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

*Рис. П.4.11*

*Программа работы*

- 1) для заданной схемы трехфазной электрической цепи (рис. П.4.10) по заданным параметрам и линейному напряжению (для симметричной трехфазной системы ЭДС) определить фазные и линейные токи. Правильность расчета проверить составлением баланса мощностей;
- 2) построить векторно-топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с диаграммой токов на комплексной плоскости.

*Решение*

1. Определяем комплексные сопротивления и проводимости фаз приемника:

$$\underline{Z}_a = R_a + j X_a = 8 + j 16 = 17,888 e^{j63,4^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a} = 0,056 e^{-j63,4^\circ} \text{ СМ};$$

$$\underline{Z}_b = R_b + j X_b = 8 + j 6 = 10 e^{j36,8^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b} = 0,1 e^{-j36,8^\circ} \text{ СМ};$$

$$\underline{Z}_c = R_c + j X_c = 8 + j 6 = 10 e^{j36,8^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Y}_c = \underline{Y}_b = 0,1 e^{-j36,8^\circ} \text{ См.}$$

Определяем суммарную проводимость:

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c = 0,056 (\cos 63,4^\circ - j \sin 63,4^\circ) + \\ &+ 2 \cdot 0,1 (\cos 36,8^\circ - j \sin 36,8^\circ) = 0,025 - j 0,05 + 0,16 - j 0,119 = \\ &= 0,185 - j 0,169 = 0,25 e^{-j42,4^\circ} \text{ См.} \end{aligned}$$

Записываем выражения для комплексных фазных напряжений на стороне генератора:

$$\underline{U}_A = 73,32 \text{ В}, \underline{U}_B = 73,32 e^{-j120^\circ} \text{ В}, \underline{U}_C = 73,32 e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Определяем напряжение смещения нейтрали  $\underline{U}_n$ :

$$\begin{aligned} \underline{U}_n &= \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = \\ &= \frac{73,32 \cdot 0,056 e^{-j63,4^\circ} + 73,32 e^{-j120^\circ} \cdot 0,1 e^{-j36,8^\circ} + 73,32 e^{j120^\circ} \cdot 0,1 e^{-j36,8^\circ}}{0,25 e^{-j42,4^\circ}} = \\ &= 293,28 e^{j42,4^\circ} [0,056 (\cos 63,4^\circ - j \sin 63,4^\circ) + 0,1 (\cos 156,8^\circ - j \sin 156,8^\circ) + \\ &+ 0,1 (\cos 83,2^\circ + j \sin 83,2^\circ)] = 293,28 e^{j42,4^\circ} (0,025 - j 0,05 - 0,092 - \\ &- j 0,039 + 0,0118 + j 0,099) = 293,28 e^{j42,4^\circ} (-0,055 + j 0,009) = \\ &= 293,28 e^{j42,4^\circ} \cdot 0,056 e^{j169,8^\circ} = 16,42 e^{j212,2^\circ} = -13,89 - j 8,75 \text{ В.} \end{aligned}$$

Определяем комплексные фазные напряжения на стороне приемника:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_n = 73,32 + 13,89 + j 8,75 = 87,21 + j 8,75 = 87,65 e^{j5,7^\circ} \text{ В,}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_b &= \underline{U}_B - \underline{U}_n = 73,22 (\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ) + 13,89 + j 8,75 = \\ &= -22,77 + j 54,75 = 59,29 e^{-j112,6^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{\tilde{n}} &= \underline{U}_{\tilde{N}} - \underline{U}_n = 73,32 (\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ) + 13,89 + j 8,75 = \\ &= -22,77 + j 72,25 = 75,75 e^{-j107,5^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Определяем токи:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{87,65 e^{j5,7^\circ}}{17,888 e^{j63,4^\circ}} = 4,899 e^{-j57,7^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{59,29 e^{-j112,6^\circ}}{10 e^{j36,8^\circ}} = 5,929 e^{-j149,4^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{75,75 e^{j107,5^\circ}}{10 e^{j36,8^\circ}} = 7,875 e^{j70,7^\circ} \text{ A}.$$

Правильность расчета токов проверяем составлением баланса мощностей:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{ендо}} &= \underline{U}_A \underline{I}_a^* + \underline{U}_B \underline{I}_b^* + \underline{U}_C \underline{I}_c^* = 73,32 \cdot 4,899 e^{j57,7^\circ} + \\ &+ 73,32 e^{-j120^\circ} \cdot 5,929 e^{j149,4^\circ} + 73,32 e^{j120^\circ} \cdot 7,875 e^{-j70,7^\circ} = \\ &= 359,195(\cos 57,7^\circ + j \sin 57,7^\circ) + 434,71(\cos 29,4^\circ + j \sin 29,4^\circ) + \\ &+ 555,54(\cos 49,3^\circ + j \sin 49,3^\circ) = 191,936 + j 303,614 + 378,725 + \\ &+ j 213,4 + 362,266 + j 421,174 = 932,927 + j 938,188 = P_{\text{ендо}} + j Q_{\text{ендо}}. \end{aligned}$$

$$P_{\text{ендо}} = 932,927 \text{ Вт}, Q_{\text{ендо}} = 938,188 \text{ ВАп};$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{ид}} &= I_a^2 \underline{Z}_a + I_b^2 \underline{Z}_b + I_c^2 \underline{Z}_c = 4,899^2 \cdot 17,888 e^{j63,4^\circ} + 5,929^2 \cdot 10 e^{j36,8^\circ} + \\ &+ 7,875^2 \cdot 10 e^{j36,8^\circ} = 429,315(\cos 63,4^\circ + j \sin 63,4^\circ) + \\ &+ 351,53(\cos 36,8^\circ + j \sin 36,8^\circ) + 573,806(\cos 36,8^\circ + j \sin 36,8^\circ) = \\ &= 192,229 + j 383,874 + 281,481 + j 210,575 + 459,464 + j 343,723 = \\ &= 933,504 + j 938,172 = P_{\text{ид}} + j Q_{\text{ид}}; \end{aligned}$$

$$P_{\text{ид}} = 933,504 \text{ Вт}, Q_{\text{ид}} = 938,172 \text{ ВАп}, \delta P = -0,06 \%, \delta Q = -0,0017 \ %.$$

2. Задавшись масштабами  $m_u = 2 \text{ В/мм}$ ,  $m_I = 0,2 \text{ А/мм}$ , строим диаграмму (рис. П.4.11).

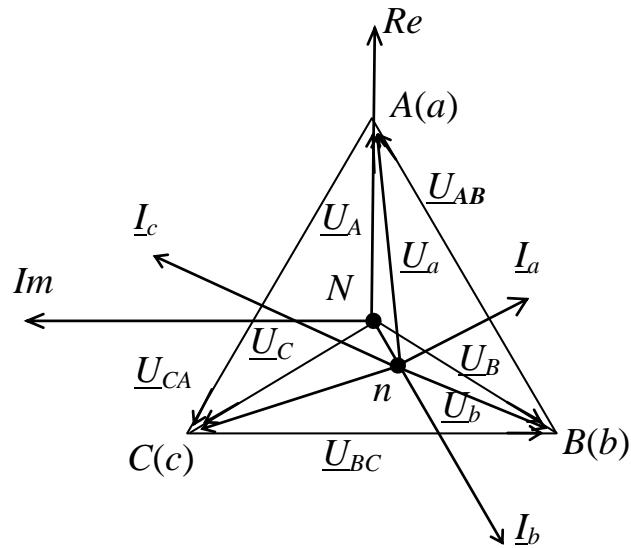


Рис. П.4.11

Вариант 000

*Исходные данные*

Схема электрической цепи

Параметры

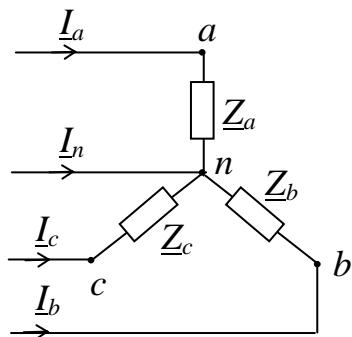


Рис. П.4.12

*Решение*

1. Определим комплексные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_a = 17,888 e^{j63,4^\circ} \Omega; \quad \underline{Z}_b = 10 e^{j38,8^\circ} \Omega; \quad \underline{Z}_c = \underline{Z}_b \text{ (из примера 100).}$$

Записываем выражения для комплексных фазных напряжений:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A = 73,32 \text{ В}; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B = 73,32 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C = 73,32 e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Определяем токи в фазах (в линейных проводах):

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{73,32}{17,888 e^{j63,4^\circ}} = 4,099 e^{-j63,4^\circ} = 1,835 - j3,665 \text{ A};$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{73,32 e^{-j120^\circ}}{10 e^{j38,8^\circ}} = 7,332 e^{-j158,8^\circ} = -6,836 - j2,651 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{\tilde{n}} = \frac{\underline{U}_{\tilde{n}}}{\underline{Z}_{\tilde{n}}} = \frac{73,32 e^{j120^\circ}}{10 e^{j38,8^\circ}} = 7,332 e^{j81,2^\circ} = 1,122 + j7,246 \text{ A}.$$

Определяем ток в нейтральном проводе по первому закону Кирхгофа для точки  $n$ :

$$\begin{aligned} \underline{I}_n &= \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 1,835 - j3,665 - 6,836 - j2,651 + 1,122 + j7,246 = \\ &= -3,879 + j0,99 = 3,989 e^{j166,5^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

2. Задавшись масштабами  $m_U = 2 \text{ В/мм}$ ,  $m_I = 0,2 \text{ А/мм}$ , строим диаграмму (рис. П.4.13).

Баланс мощностей для схемы (рис. П.4.12) составляется по тем же формулам, что и в примере варианта 100.

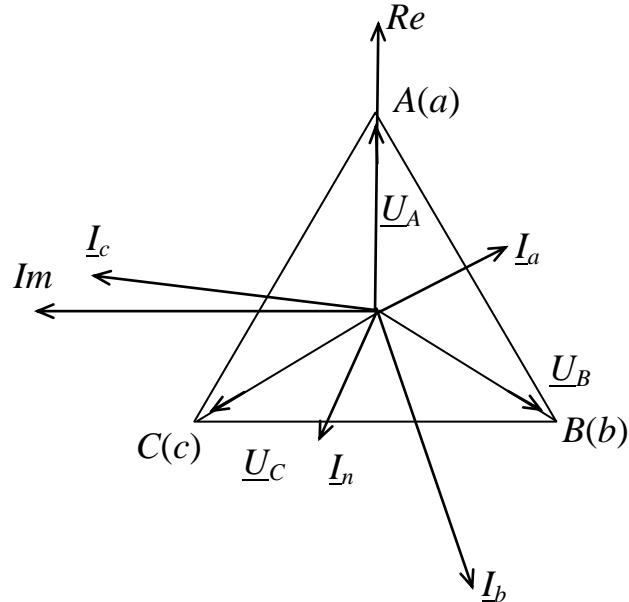


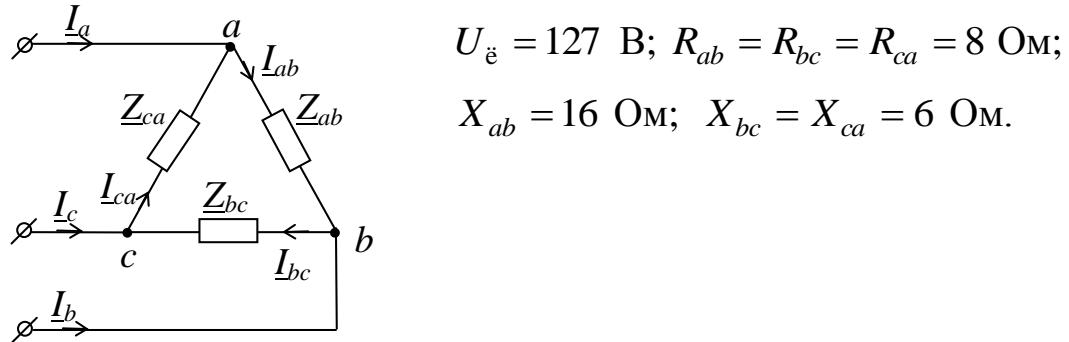
Рис. П.4.13

## Вариант 200

### *Исходные данные*

Схема электрической цепи

Параметры



*Rис. П.4.14*

### *Решение*

1. Записываем выражения для комплексных напряжений на стороне генератора и приемника:

$$\underline{U}_A = 73,32 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = 73,32 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_C = 73,32 e^{j120^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{ab} = 127 e^{j30^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{bc} = 127 e^{-j90^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{ca} = 127 e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

Определяем комплексные сопротивления фаз приемника:

$$Z_{ab} = 17,888 e^{j63,4^\circ} \text{ В}; \quad Z_{bc} = Z_{ca} = 10 e^{j30,8^\circ} \text{ В}.$$

Определяем комплексные токи в фазах приемника по закону Ома:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{127 e^{j30^\circ}}{17,888 e^{j63,4^\circ}} = 7,099 e^{-j3,34^\circ} = 5,926 - j3,908 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{127 e^{-j90^\circ}}{10 e^{j36,8^\circ}} = 12,7 e^{-j126,8^\circ} = -7,607 - j10,169 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{127 e^{j150^\circ}}{10 e^{j36,8^\circ}} = 12,7 e^{j113,2^\circ} = -5,003 + j11,673 \text{ А}.$$

Определить токи в линейных проводах по первому закону Кирхгофа для узлов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ :

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 5,926 - j3,908 + 5,003 - j11,673 = \\ = 10,929 - j15,581 = 19,032 e^{-j54,9^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -7,607 - j10,169 - 5,926 + j3,908 = \\ = -13,533 - j6,261 = 14,911 e^{-j155,2^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = -5,003 + j11,673 + 7,607 + j10,169 = \\ = 2,601 + j21,842 = 21,925 e^{j83,2^\circ} \text{ A}.$$

Составляем баланс мощностей:

$$\underline{S}_{\text{ен}} = \underline{U}_A \underline{I}_a^* + \underline{U}_B \underline{I}_b^* + \underline{U}_C \underline{I}_c^* = 73,32 \cdot 19,032 e^{j54,9^\circ} + 75,32 e^{-j120^\circ} \times \\ \times 14,911 e^{j155,2^\circ} + 73,32 e^{j120^\circ} \cdot 21,925 e^{-j83,2^\circ} = 1395,226 (\cos 54,9^\circ + \\ + j \sin 54,9^\circ) + 1093,274 (\cos 35,2^\circ + j \sin 35,2^\circ) + 1612,673 (\cos 36,8^\circ + \\ + j \sin 36,8^\circ) = 802,262 + j114,503 + 893,363 + j630,198 + 1291,318 + \\ + j966,029 = P_{\text{ен}} + jQ_{\text{ен}};$$

$$P_{\text{ен}} = 2986,943 \text{ Вт}; jQ_{\text{ен}} = 2737,73 \text{ ВАп};$$

$$\underline{S}_{\text{ид}} = I_{ab}^2 Z_{ab} + I_{bc}^2 Z_{bc} + I_{ca}^2 Z_{ca} = 7,099^2 \cdot 17,888 e^{j63,4^\circ} + 12,7^2 \cdot 10 e^{j36,8^\circ} + \\ + 12,7^2 = 901,48 (\cos 63,4^\circ + j \sin 63,4^\circ) + 3225,8 (\cos 36,8^\circ + j \sin 36,8^\circ) = \\ = 403,646 + j806,062 + 2582,999 + j1932,33 = P_{\text{ид}} + jQ_{\text{ид}};$$

$$P_{\text{ид}} = 2986,645 \text{ Вт}; jQ_{\text{ид}} = 2738,39 \text{ ВАп}.$$

2. Задавшись масштабами  $m_U = 2 \text{ В/см}$ ,  $m_I = 0,5 \text{ А/мм}$ , строим диаграмму (рис. П.4.15).

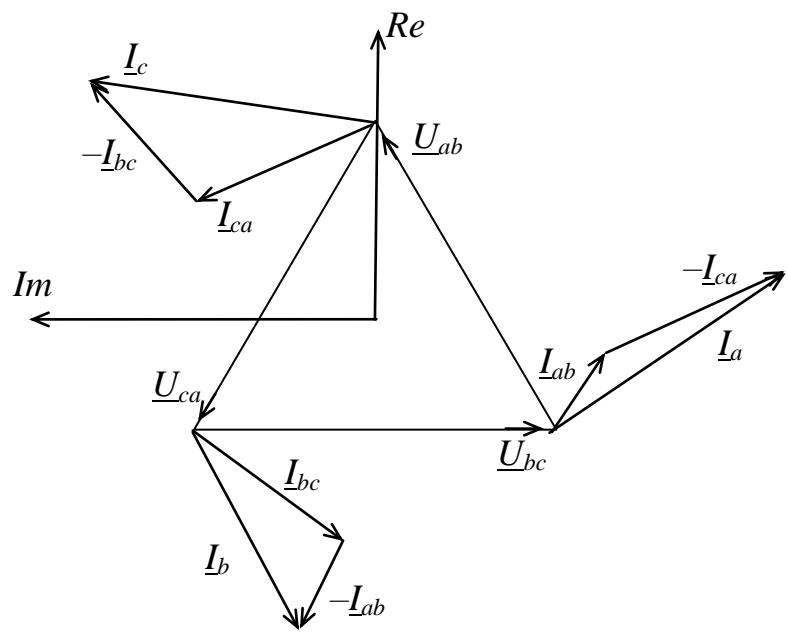


Рис. П.4.15

#### 4. Основы электропривода

##### *Исходные данные*

*Таблицы значений параметров для различных режимов работы привода*

Таблица П.4.10

| №<br>п/п | Режим работы электропривода |                      |                       | <b>n<sub>1</sub></b><br><b>об/мин</b> |
|----------|-----------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------------------------|
|          | ДП (S <sub>1</sub> )        | КР (S <sub>2</sub> ) | ПКР (S <sub>3</sub> ) |                                       |
| 0        | *                           | —                    | —                     | 1500                                  |
| 1        | —                           | *                    | —                     | 1500                                  |
| 2        | —                           | —                    | *                     | 1500                                  |
| 3        | *                           | —                    | —                     | 1500                                  |
| 4        | —                           | *                    | —                     | 1500                                  |
| 5        | —                           | —                    | *                     | 1500                                  |
| 6        | *                           | —                    | —                     | 1500                                  |
| 7        | —                           | *                    | —                     | 1500                                  |
| 8        | —                           | —                    | *                     | 1500                                  |
| 9        | *                           | —                    | —                     | 1500                                  |

Режим длительный переменный (ДП)

Таблица П.4.11

| №<br>п/п | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|
|          | Н·м   |       |       |       |
| 0        | 20    | 10    | 40    | 15    |
| 1        | 25    | 10    | 50    | 20    |
| 2        | 30    | 20    | 60    | 25    |
| 3        | 40    | 25    | 70    | 30    |
| 4        | 35    | 15    | 75    | 25    |
| 5        | 30    | 15    | 80    | 20    |
| 6        | 45    | 25    | 90    | 30    |
| 7        | 50    | 30    | 70    | 40    |
| 8        | 40    | 20    | 60    | 35    |
| 9        | 35    | 20    | 50    | 30    |

Таблица П.4.12

| №<br>п/п | Время, мин |       |       |       |       |       |       |
|----------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|          | $t_1$      | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ | $t_6$ | $t_0$ |
| 0        | 0,4        | 1,0   | 1,5   | 2,0   | 1,0   | 1,1   | 0,5   |
| 1        | 0,5        | 1,1   | 1,6   | 1,8   | 0,8   | 1,3   | 0,6   |
| 2        | 0,6        | 1,2   | 1,7   | 1,6   | 0,6   | 1,5   | 0,7   |
| 3        | 0,7        | 1,3   | 1,8   | 1,4   | 0,4   | 1,7   | 0,8   |
| 4        | 0,8        | 1,4   | 1,9   | 1,2   | 0,6   | 1,9   | 1,0   |
| 5        | 0,9        | 1,5   | 1,5   | 1,0   | 0,8   | 1,7   | 0,8   |
| 6        | 1,0        | 1,2   | 1,6   | 1,2   | 0,6   | 1,5   | 0,7   |
| 7        | 0,8        | 1,0   | 1,7   | 1,4   | 0,4   | 1,3   | 0,6   |
| 8        | 0,6        | 0,9   | 1,8   | 1,6   | 0,6   | 1,1   | 0,5   |
| 9        | 0,4        | 0,8   | 1,9   | 1,8   | 0,8   | 1,7   | 0,8   |

Режим кратковременный (КР)

Таблица П.4.13

| №<br>п/п | $G, \text{Н}$ | $\mu$ | $\mu_0$ | $V, \text{м/с}$ | Мощность, кВт |       |
|----------|---------------|-------|---------|-----------------|---------------|-------|
|          |               |       |         |                 | $P_1$         | $P_2$ |
| 0        | 2800          | 0,05  | 0,1     | 0,45            | 2,5           | 2,0   |
| 1        | 2900          | 0,06  | 0,12    | 0,35            | 2,4           | 1,8   |
| 2        | 3000          | 0,07  | 0,14    | 0,25            | 2,3           | 1,6   |
| 3        | 3200          | 0,08  | 0,16    | 0,40            | 2,2           | 1,4   |
| 4        | 3400          | 0,09  | 0,18    | 0,30            | 2,1           | 1,2   |
| 5        | 3600          | 0,1   | 0,2     | 0,20            | 2,0           | 1,0   |
| 6        | 3800          | 0,11  | 0,22    | 0,25            | 1,9           | 0,8   |
| 7        |               | 0,12  | 0,24    | 0,15            | 1,8           | 0,6   |
| 8        |               | 0,13  | 0,26    | 0,10            | 1,7           | 0,4   |
| 9        |               | 0,14  | 0,28    | 0,10            | 1,6           | 0,2   |

Таблица П.4.14

| №<br>п/п | $\eta_{\text{над}}$ | $\lambda_{\text{сп}}$ | Время, с |       |
|----------|---------------------|-----------------------|----------|-------|
|          |                     |                       | $t_1$    | $t_2$ |
| 0        | 0,1                 | 1,8                   | 4        | 30    |
| 1        | 0,12                | 1,7                   | 5        | 28    |
| 2        | 0,14                | 1,6                   | 3        | 27    |
| 3        | 0,16                | 1,5                   | 4        | 26    |
| 4        | 0,18                | 1,4                   | 5        | 25    |
| 5        | 0,2                 | 1,3                   | 6        | 24    |
| 6        | 0,19                | 1,4                   | 7        | 23    |
| 7        | 0,17                | 1,5                   | 8        | 22    |
| 8        | 0,15                | 1,6                   | 9        | 21    |
| 9        | 0,13                | 1,7                   |          |       |

Режим повторно-кратковременный (ПКР)

Таблица П.4.15

| №<br>п/п | Мощность, кВт |       |       |
|----------|---------------|-------|-------|
|          | $P_1$         | $P_2$ | $P_3$ |
| 0        | 5             | 2     | 2,5   |
| 1        | 6             | 2     | 2,4   |
| 2        | 8             | 3     | 2,6   |
| 3        | 10            | 4     | 2,8   |
| 4        | 12            | 5     | 3,1   |

Таблица П.4.16

| №<br>п/п | Время, с |       |       |       |
|----------|----------|-------|-------|-------|
|          | $t_1$    | $t_2$ | $t_3$ | $t_0$ |
| 0        | 4        | 30    | 2     | 44    |
| 1        | 5        | 28    | 3     | 34    |
| 2        | 3        | 27    | 2     | 38    |
| 3        | 4        | 26    | 3     | 27    |
| 4        | 5        | 25    | 4     | 46    |

Окончание табл. П.4.15

| №<br>п/п | Мощность, кВт |       |       |
|----------|---------------|-------|-------|
|          | $P_1$         | $P_2$ | $P_3$ |
| 5        | 14            | 6     | 3,3   |
| 6        | 16            | 7     | 3,5   |
| 7        | 18            | 8     | 3,7   |
| 8        | 20            | 10    | 4,0   |
| 9        | 22            | 10    | 5,0   |

Окончание табл. П.4.16

| №<br>п/п | Время, с |       |       |       |
|----------|----------|-------|-------|-------|
|          | $t_1$    | $t_2$ | $t_3$ | $t_0$ |
| 5        | 6        | 27    | 5     | 42    |
| 6        | 7        | 30    | 6     | 37    |
| 7        | 8        | 24    | 8     | 40    |
| 8        | 9        | 35    | 10    | 26    |
| 9        | 10       | 40    | 12    | 28    |

## Примеры выполнения расчетно-графической работы по разделу «Основы электропривода»

*Определение мощности электродвигателя.  
Выбор двигателей по каталогу*

Методы определения мощности электродвигателя для различных режимов работы привода рассмотрим на примерах.

### 1. Нагрузка длительная переменная (режим работы $S_1$ )

*Исходные данные*

Шпиндель металлорежущего станка приводится во вращение асинхронным электродвигателем. Момент на валу электродвигателя за цикл работы станка задан нагрузочной диаграммой (рис. 9.5).

Определить мощность, необходимую для привода станка, используя метод эквивалентных величин.

Выбрать двигатель по каталогу или справочнику, и произвести проверку на перегрузочную способность. Двигатель должен быть установлен в сухом непыльном помещении с опасностью попадания предметов внутрь двигателя.

Частота вращения  $n = 3000$  об/мин;  $M_1 = 50$  Н·м;  $M_2 = 30$  Н·м;  $M_3 = 70$  Н·м;  $M_4 = 40$  Н·м,  $t_1 = 0,8$  мин,  $t_2 = 1,4$  мин,  $t_3 = 1,9$  мин,  $t_4 = 1,2$  мин;  $t_5 = 0,6$  мин;  $t_6 = 1,9$  мин;  $t_0 = 1,0$  мин.

*Решение*

Поскольку нагрузочная диаграмма (рис. 9.5) задана в виде графика зависимости  $M(t)$ , то в этом случае определяют эквивалентный момент  $M_{\text{экв}}$ , отвечающий постоянной нагрузке на валу (эквивалентный реальной переменной нагрузке), при которой нагрев двигателя такой же, как и при переменной нагрузке.

Определяем эквивалентный момент по формуле (9.11)

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{M_1^2 \frac{t_1}{3} + M_1^2 t_2 + M_2^2 t_3 + M_3^2 t_4 + (M_3^2 + M_3 M_4 + M_4^2) \frac{t_5}{3} + M_4^2 t_6}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_0}}, \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Подставляя заданные величины, получим

$$M_{\text{экв}} = 42,87 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Вычисляем эквивалентную мощность

$$P_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}} n}{9550} = \frac{42,87 \cdot 3000}{9550} = 13,47 \text{ кВт.}$$

По условиям работы выбираем из Приложения 5 трехфазный асинхронный электродвигатель большей ближайшей мощности типа 4А160S2У3 с параметрами:

$$P_{2i} = 15 \text{ кВт}; \frac{M_{\max}}{M_i} = 2,1; s_i = 0,021; n_i = 2937 \text{ об/мин}; s_{\text{езд}} = 0,12.$$

Определяем номинальный момент двигателя:

$$M_i = \frac{9550 \cdot P_{2i}}{n_i} = \frac{9550 \cdot 15}{2937} = 48,77 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Максимальный момент  $M_{\max} = 2,1 M_i = 102,42 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Из графика определяем максимальный статический момент  $M_{\text{н.д.макс}} = 70 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Допустимый момент двигателя с учетом возможного снижения питающего напряжения на 10 % от номинального:

$$M_{\text{доп}} = 0,81 M_{\max} = 83 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Так как  $M_{\text{доп}} > M_{\text{н.д.макс}}$  ( $83 \text{ Н}\cdot\text{м} > 70 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ), то двигатель выбран правильно.

## 2. Нагрузка кратковременная (режим работы $S_2$ )

### Исходные данные

Определить мощность и выбрать из справочника электродвигатель для перемещения суппорта токарного станка со скоростью  $V$  (м/с). Вес суппорта  $G$  (Н), коэффициент трения в направляющих  $\mu$  (при движении) и  $\mu_0$  (при покое). Синхронная частота вращения

$n_1$  (об/мин). Коэффициент допустимой перегрузки  $\lambda_{\text{дл}}$ . Коэффициент полезного действия передачи  $\eta_{\text{дл}}$ .

$n_1 = 1500$  об/мин;  $G = 4000$  Н;  $\mu = 0,12$ ;  $\mu_0 = 0,24$ ;  $V = 0,15$  м/с;  
 $\eta_{\text{дл}} = 0,19$ ;  $\lambda_{\text{дл}} = 1,4$ .

### Решение

Определяем мощность электродвигателя с учетом кратковременной допустимой перегрузки:

$$P = \frac{G \mu V 10^{-3}}{\lambda_{\text{дл}} \eta_{\text{дл}}} = \frac{4000 \cdot 0,12 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3}}{1,4 \cdot 0,19} = 0,27 \text{ кВт.}$$

Из приложения 5 выбираем асинхронный электродвигатель типа 4А71А4У3 с параметрами

$$\begin{aligned} P_{2i} &= 0,55 \text{ кВт}; s_i = 0,073; n_{2i} = 1390 \text{ об/мин}; s_{\text{дл}} = 0,39; \\ M_i &= 2I_i; \\ M_{\text{max}} &= 2,2I_i. \end{aligned}$$

Проверяем электродвигатель по допустимой перегрузке:

$$0,81 \frac{M_{\text{max}}}{M_i} = 0,81 \cdot 2,2 = 1,78 > 1,4 = \lambda_{\text{дл}} \quad \text{и, следовательно, двигатель по перегрузке подходит.}$$

Номинальный момент двигателя

$$M_i = \frac{P_{2i} \cdot 9550}{n_{2i}} = \frac{0,55 \cdot 9550}{1390} = 3,78 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Пусковой момент двигателя  $M_i = 2M_i = 7,557 \text{ Н}\cdot\text{м.}$

Синхронная угловая частота вращения магнитного поля

$$\omega_0 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 1500}{30} = 157 \text{ рад/с.}$$

Момент сопротивления при трогании с места

$$M_{\text{нл.макс}} = \frac{G \mu_0 V}{r_{\text{дл}} \omega_0 (1 - \lambda_{\text{дл}} S_i)} = \frac{4000 \cdot 0,24 \cdot 0,15}{0,19 \cdot 157 \cdot (1 - 1,4 \cdot 0,073)} = 5,37 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Так как  $0,81M_i = 0,81 \cdot 7,557 = 6,12 > M_{\text{нл.макс}} = 5,37 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , то АД обеспечивает  $M_i$  и выбран правильно.

### 3. Нагрузка повторно-кратковременная (режим работы $S_3$ )

#### *Исходные данные*

Определить мощность и выбрать электродвигатель для станка, работающего в повторно-кратковременном режиме по нагрузочному графику (рис. 9.6).  $P_1 = 18$  кВт;  $P_2 = 8$  кВт;  $P_3 = 3,7$  кВт;  $t_1 = 7$  с;  $t_2 = 30$  с;  $t_3 = 6$  с;  $t_0 = 37$  с;  $n_1 = 1000$  об/мин.

#### *Решение*

Определяем эквивалентную мощность

$$P_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0}} = \sqrt{\frac{18^2 \cdot 7 + 8^2 \cdot 30 + 3,7^2 \cdot 6}{7 + 8 + 6 + 37}} = 8,58 \text{ кВт.}$$

Подсчитываем действительную величину продолжительности включения  $\hat{I}A_1$ :

$$\hat{I}A_1 \% = \frac{\sum t_{\text{экв}}}{\sum t_{\text{экв}} + t_0} \cdot 100 \% = \frac{21}{58} \cdot 100 \% = 36,2 \% .$$

Мощность двигателя при стандартном  $\hat{I}A = 60\%$ .

$$P_{60} = P_{\text{экв}} \sqrt{\frac{\hat{I}A_1}{\hat{I}A_{60}}} = 8,88 \sqrt{\frac{36,3}{60}} = 6,66 \text{ кВт.}$$

Из Приложения 6 выбираем асинхронный двигатель с повышенным скольжением типа 4АС132М6У3 с параметрами:

$$P_{2f} = 8,5 \text{ кВт}; s_f = 0,058; n_{2f} = 1000 \cdot (1 - 0,058) = 942 \text{ об/мин};$$

$$s_{\text{экв}} = 0,48, \lambda_{\text{экв}} = 2,1.$$

Проверяем двигатель на перегрузочную способность:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{P_{\text{max}}}{P_{2f}} = \frac{1,8}{8,5} = 2,1 = \lambda_{\text{экв}} \quad \text{и, следовательно, двигатель}$$

выбран правильно.

#### 4. Построение механических характеристик асинхронных двигателей

После выбора двигателя по исходным данным для заданного режима работы двигателя (привода) можно рассчитать зависимость развиваемого момента  $M$  и число оборотов  $n_2$  ротора от скольжения  $s$ . Момент можно определить по упрощенной формуле Клосса (7.10).

К примеру, по параметрам электродвигателя, выбранного в предыдущем разделе, получим рабочие формулы:

$$M = \frac{361,92}{\frac{s}{0,48} + \frac{0,48}{s}}, \quad n_2 = 1000(1-s).$$

Подставляя в эти формулы значения  $s$  от 0 до 1, заполняем табл. П.4.17.

Таблица П.4.17

| $s$            | 0    | $s_H = 0,058$ | 0,2   | 0,3    | $s_{kp} = 0,48$ | 0,6    | 0,7    | 0,8   | 0,9   | 1     |
|----------------|------|---------------|-------|--------|-----------------|--------|--------|-------|-------|-------|
| $n_2$ , об/мин | 1000 | 942           | 800   | 700    | 520             | 400    | 300    | 200   | 100   | 0     |
| $M$ , Н·м      | 0    | 43,1          | 128,5 | 162,66 | 180,36          | 176,55 | 168,83 | 159,7 | 150,3 | 141,2 |

По данным табл. П.4.17 строим характеристики  $M = f(s)$  и  $n_2 = f(M)$  (рис. П.4.16,  $a$ ,  $\delta$ ).

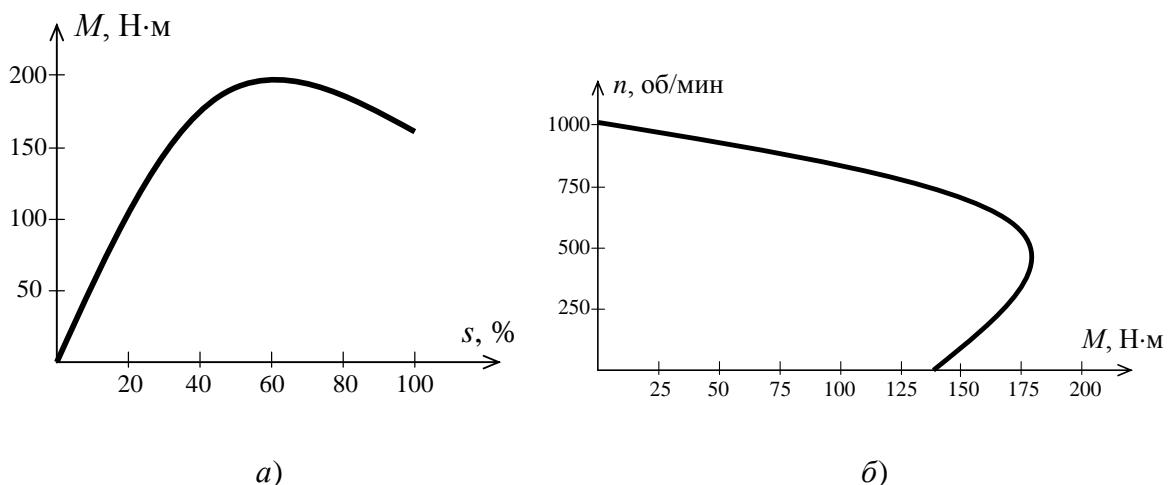


Рис. П.4.16. Механические характеристики

## Приложение 5

*Таблица П.5.1*

### Технические данные асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором (закрытые, обдуваемые)

| Тип двигателя                           | $P_{2\text{ном}}$ , кВт | $\frac{M_i}{M_f}$ | $\frac{M_{\text{max}}}{M_f}$ | $\frac{I_i}{I_f}$ | $s_i$ , % | $s_{\text{ед}}$ , % | $\eta_i$ , % |
|---|-------------------------|-------------------|------------------------------|-------------------|-----------|---------------------|--------------|
| Синхронная частота вращения 1500 об/мин |                         |                   |                              |                   |           |                     |              |
| 4AA50 A4У3                              | 0,06                    | 2,0               | 2,2                          | 2,5               | 8,1       | 58,5                | 50,0         |
| 4AA50 B4У3                              | 0,09                    | 2,0               | 2,2                          | 2,5               | 8,6       | 59,0                | 55,0         |
| 4AA56 A4У3                              | 0,12                    | 2,1               | 2,2                          | 3,5               | 8,2       | 49,0                | 63,0         |
| 4AA56 B4У3                              | 0,18                    | 2,1               | 2,2                          | 3,5               | 8,9       | 50,0                | 64,0         |
| 4AA63 A4У3                              | 0,25                    | 2,0               | 2,2                          | 4,0               | 8,0       | 48,0                | 68,0         |
| 4AA63 B4У3                              | 0,37                    | 2,0               | 2,2                          | 4,0               | 9,0       | 48,0                | 68,0         |
| 4A71 A4У3                               | 0,55                    | 2,0               | 2,2                          | 4,5               | 7,3       | 39,0                | 72,5         |
| 4A71 B4У3                               | 0,75                    | 2,0               | 2,2                          | 4,5               | 7,5       | 40,0                | 72,0         |
| 4A80 A4У3                               | 1,1                     | 2,0               | 2,2                          | 5,0               | 5,4       | 34,0                | 75,0         |
| 4A80 B4У3                               | 1,5                     | 2,0               | 2,2                          | 5,0               | 5,8       | 34,5                | 77,0         |
| 4A90 L4У3                               | 2,2                     | 2,1               | 2,4                          | 6,0               | 5,1       | 33,0                | 80,0         |
| 4A100 S4У3                              | 3,0                     | 2,0               | 2,4                          | 6,0               | 4,4       | 31,0                | 82,0         |
| 4A100 L4У3                              | 4,0                     | 2,0               | 2,4                          | 6,0               | 4,6       | 31,5                | 84,0         |
| 4A112 M4У3                              | 5,5                     | 2,0               | 2,2                          | 7,0               | 3,6       | 25,0                | 85,5         |
| 4A132 S4У3                              | 7,5                     | 2,2               | 3,0                          | 7,5               | 2,9       | 19,5                | 87,5         |
| 4A132 M4У3                              | 11,0                    | 2,2               | 3,0                          | 7,5               | 2,8       | 19,5                | 87,5         |
| 4A160 S4У3                              | 15,0                    | 1,4               | 2,3                          | 7,0               | 2,3       | 16,0                | 88,5         |
| 4A160 M4У3                              | 18,5                    | 1,4               | 2,3                          | 7,0               | 2,2       | 16,0                | 87,5         |
| 4A180 S4У3                              | 22,0                    | 1,4               | 2,3                          | 6,6               | 2,0       | 14,0                | 90,0         |
| 4A180 M4У3                              | 30,0                    | 1,4               | 2,3                          | 6,5               | 1,9       | 14,0                | 91,0         |
| 4A200 M4У3                              | 37,0                    | 1,4               | 2,5                          | 7,0               | 1,7       | 10,0                | 91,0         |
| 4A200 L4У3                              | 45,0                    | 1,4               | 2,5                          | 7,0               | 1,6       | 10,0                | 92,0         |
| 4A225 M4У3                              | 55,0                    | 1,3               | 2,5                          | 7,0               | 1,4       | 10,0                | 92,5         |
| 4A250 S4У3                              | 75,0                    | 1,2               | 2,3                          | 7,0               | 1,2       | 9,5                 | 93,0         |
| 4A250 M4У3                              | 90,0                    | 1,2               | 2,3                          | 7,0               | 1,3       | 9,5                 | 93,0         |
| 4A280 S4У3                              | 110                     | 1,2               | 2,0                          | 6,0               | 2,3       | 8,5                 | 92,5         |
| 4A280 M4У3                              | 132                     | 1,3               | 2,0                          | 6,0               | 2,3       | 6,5                 | 93,0         |

## Приложение 6

*Таблица П.6.1*

### Технические данные асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором с повышенным скольжением

| Тип<br>двигателя                        | $P_{2n}$ ,<br>кВт | $\frac{M_i}{M_f}$ | $\frac{M_{max}}{M_f}$ | $\frac{I_i}{I_f}$ | $s_i$ ,<br>% | $s_{ed}$ ,<br>% | ПВ = 60 %      |               |                |
|---|-------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|--------------|-----------------|----------------|---------------|----------------|
|   |                   |                   |                       |                   |              |                 | $P_n$ ,<br>кВт | $\eta$ ,<br>% | $\cos \varphi$ |
| Синхронная частота вращения 1500 об/мин |                   |                   |                       |                   |              |                 |                |               |                |
| 4AC71A4Y3                               | 0,60              | 2,0               | 2,2                   | 4,5               | 8,2          | 39,6            | 0,60           | 68,0          | 0,73           |
| 4AC71B4Y3                               | 0,80              | 2,0               | 2,2                   | 4,5               | 8,7          | 40,1            | 0,80           | 68,5          | 0,75           |
| 4AC80A4Y3                               | 1,3               | 2,0               | 2,2                   | 5,0               | 5,6          | 33,8            | 1,1            | 70,0          | 0,80           |
| 4AC80B4Y3                               | 1,7               | 2,0               | 2,2                   | 5,0               | 5,5          | 35,0            | 1,5            | 70,5          | 0,80           |
| 4AC90L4Y3                               | 2,4               | 2,0               | 2,2                   | 6,0               | 5,8          | 33,1            | 2,2            | 76,5          | 0,80           |
| 4AC100S4Y3                              | 3,2               | 2,0               | 2,2                   | 6,0               | 4,2          | 32,7            | 2,8            | 77,0          | 0,80           |
| 4AC100L4Y3                              | 4,25              | 2,0               | 2,2                   | 6,0               | 4,1          | 32,0            | 3,8            | 79,0          | 0,80           |
| 4AC112M4Y3                              | 5,6               | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 5,6          | 45,3            | 5,0            | 80,0          | 0,81           |
| 4AC132S4Y3                              | 8,5               | 2,6               | 2,8                   | 7,0               | 6,9          | 49,4            | 7,5            | 83,5          | 0,83           |
| 4AC132M4Y3                              | 11,8              | 2,6               | 2,2                   | 7,0               | 6,1          | 50,3            | 10,5           | 84,5          | 0,83           |
| 4AC160S4Y3                              | 17,0              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 6,1          | 45,0            | 15,0           | 85,5          | 0,85           |
| 4AC160M4Y3                              | 20,0              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 5,3          | 41,7            | 18,5           | 87,5          | 0,87           |
| 4AC180S4Y3                              | 21,0              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 5,7          | 37,9            | 20,0           | 86,5          | 0,92           |
| 4AC180M4Y3                              | 26,5              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 4,4          | 39,8            | 25,0           | 89,0          | 0,91           |
| 4AC200M4Y3                              | 31,5              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 5,7          | 46,6            | 28,0           | 88,0          | 0,92           |
| 4AC200L4Y3                              | 40,0              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 5,8          | 47,5            | 37,0           | 89,5          | 0,93           |
| 4AC225M4Y3                              | 50,0              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 5,8          | 47,2            | 45,0           | 88,0          | 0,92           |
| 4AC250S4Y3                              | 56,0              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 6,3          | 62,2            | 53,0           | 88,0          | 0,92           |
| 4AC250M4Y3                              | 63,0              | 2,0               | 2,2                   | 7,0               | 6,4          | 64,9            | 60,0           | 87,0          | 0,93           |